

ЛИНЕЙКА-ПАЛЕТКА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОЩАДЕЙ ПО ПЛАНУ

Г. Ф. ЛЫСОВ

(Представлено научным семинаром кафедр маркшейдерского дела и геодезии)

В зависимости от размеров и конфигурации участков определение площадей по плану производят либо графическим способом, либо планиметром или палетками различного рода. Наиболее удобными при измерении небольших (до 10 см^2 на плане) площадей являются квадратные и параллельные палетки. Однако при увеличении измеряемой площади время, затрачиваемое на определение площади такими палетками, значительно возрастает. Кроме того, подсчет количества целых квадратов (при использовании квадратной палетки) или суммы длин всех средних линий (при использовании параллельной палетки) нередко сопровождается ошибками.

В таких случаях более целесообразно применять весьма простую линейку-палетку (рис. 1), сконструированную автором на основании нижеследующих соображений.

Разобьем измеряемый контур $ABCD$ (рис. 2) на n частей радиусами-векторами AO , BO и т. д. (на рис. 2 показано пунктиром), проведенными из произвольно выбранного внутри контура центра O под малым углом α друг к другу. В этом случае площадь каждого криволинейного сектора (например, сектора ABO) S_{ABO} , образованного двумя смежными радиусами AO , BO и криволинейной частью границы контура AB , будет почти равновелика площади кругового сектора MFO (S_{MFO}), с радиусом, равным ON' (R_1), проведенным по биссектрисе угла α сектора MFO .

В самом деле

$$S_{ABO} = S_{MFO} + (S_{FBN} - S_{AMN}) + (S_{AB} - S_{FM}), \quad (1)$$

где S_{FBN} , S_{AMN} — площади треугольников FBN и AMN ,

S_{AB} , S_{FM} — площади сегментов AB и FM .

Величины площадей сегментов AB и FM , входящие в формулу (1), весьма малы. Так например, площадь сегмента FM составляет при $\alpha = 10^\circ$ всего 0,5% площади кругового сектора MFO . При плавной конфигурации границы контура площадь сегмента AB будет величиной такого же порядка, а величина разности $(S_{AB} - S_{FM})$ близка к нулю. Следовательно, формула (1) может быть записана в таком виде:

$$S_{ABO} = S_{MFO} + (S_{FBN} - S_{AMN}). \quad (2)$$

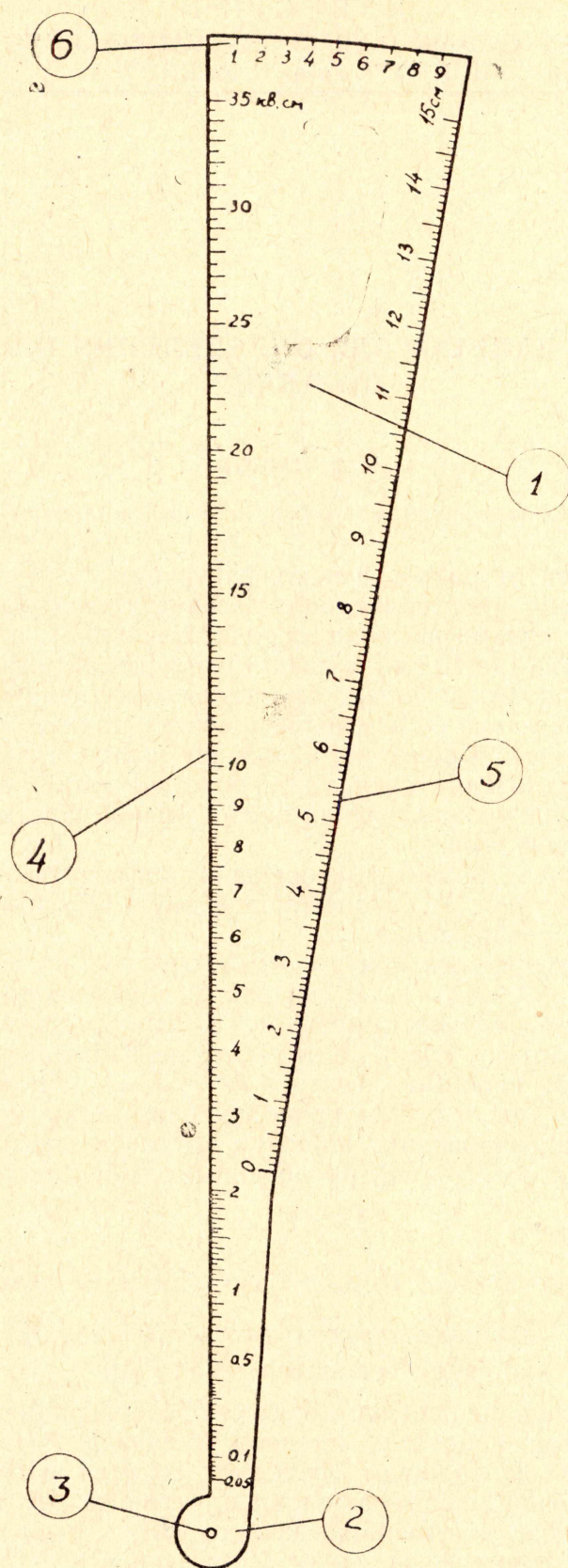


Рис. 1.

Из рис. 2 также видно, что при малом значении угла α

$$\angle BFN = 90^\circ + \frac{\alpha}{2} \approx \angle AMN = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} \approx 90^\circ,$$

а $\angle BNF = \angle MNA$ (как накрест лежащие углы, образованные отрезками AB и FM). Из этого следует, что при достаточно малом значении α можно считать малые треугольники FBN и AMN подобными

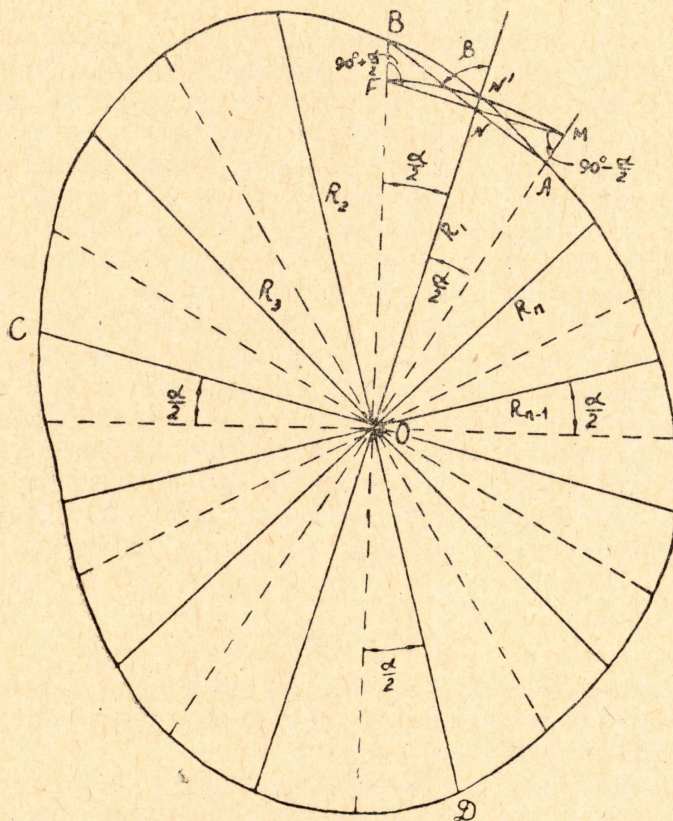


Рис. 2.

прямоугольными треугольниками с равными катетами FN и NM , т. е. равными по площади. Ниже мы подробнее остановимся на погрешности в определении площади криволинейного сектора S_{ABO} и всего контура из-за весьма небольшого неравенства площадей треугольников FBN и AMN .

Таким образом, формулу (2) можно упростить, т. е.

$$S_{ABO} = S_{MFO}, \quad (3)$$

или

$$S_{ABO} = \frac{\pi R_1^2 \alpha^\circ}{360} \text{ см}^2, \quad (4)$$

где R_1 — радиус кругового сектора, равный ON' в см,
 α° — величина малого угла α в градусах.

Площадь всей фигуры $ABCD$ может быть, следовательно, определена по формуле

$$S_{ABCD} = \sum_1^n \kappa R^2 \text{ см}^2, \quad (5)$$

$$\kappa = \frac{\pi \alpha^\circ}{360}, \quad (6)$$

где $\sum_1^n \kappa R^2$ — сумма площадей круговых секторов с радиусами $R_1, R_2,$

$R_3, \dots, R_n$, проведенными под углом α друг к другу.

Линейка-палетка (рис. 1) предназначена для определения площадей на плане по формуле (5). Прибор представляет из себя круговой сектор 1 (с радиусом 210 мм), который может быть изготовлен из пластмассы, картона, дерева и т. п. материала. Острый конец линейки выполнен с целью создания достаточной прочности, как указано на рис. 1, и заканчивается кружком 2 диаметром 10 мм с круглым отверстием 3 диаметром 0,3—0,4 мм. Угол α между скошенными сторонами линейки 4,5 принят равным 10° , так как в этом случае погрешность измерения площади (как мы увидим в дальнейшем) будет не более 2%.

В целях ускорения определения площади рабочая сторона 4 линейки проградуирована в квадратных сантиметрах таким образом, что отсчет по этой стороне равен площади кругового сектора с дугой 10° и радиусом, равным расстоянию от центра 3 до соответствующей метки на рабочей стороне линейки. Подсчет величин радиусов (расстояний от центра 3 до соответствующих меток на рабочей стороне линейки) может быть произведен по формуле (4) для α , равного 10° , т. е.

$$R = \sqrt{\frac{S}{0,0873}}, \quad (7)$$

где S — значение соответствующей метки на рабочей стороне 4.

Сторона 5 проградуирована в мм и может быть использована при измерении линейных величин на плане.

Для того, чтобы иметь возможность использовать прибор при измерении площадей с весьма сложными контурами, на закругленном конце линейки имеются штрихи 6, сделанные через 1° дуги.

Линейка-палетка описанного размера предназначена для определения площадей контуров, вписывающихся в окружность диаметром 400 мм. Измерение больших площадей может производиться по частям или линейкой размером 300—400 мм.

Определение площади контура с помощью предлагаемой линейки производится в следующем порядке. Поместив план на ровном месте, следует прикрепить линейку к плану иглой или булавкой через отверстие 3, расположив центр 3 примерно в середине измеряемого контура и так, чтобы сторона 4 при любом положении линейки пересекалась с границей контура под углом не менее 30° . Отметив точку пересечения стороны 4 с границей контура на плане карандашом, берут отсчет по этой стороне (κR_1^2) в см^2 . Далее, вращая линейку в одном направлении вокруг центра 3, поворачивают ее на угол α , равный 10° , используя отметку, сделанную ранее на плане, и берут отсчет по той же стороне (κR_2^2), снова отмечая точку пересечения стороны 4 с границей контура. Продолжая вращение линейки в том же направлении и в таком же порядке, последовательно определяют значения $\kappa R_3^2, \kappa R_4^2, \dots, \kappa R_{36}^2$. При этом удобно пользоваться счетами и сразу, не запи-

сывая, суммировать найденные значения κR^2 . Подсчитанная таким образом полная величина суммы $\left(\sum_1^{36} \kappa R^2\right)$ является в соответствии с формулой (5) площадью измеряемого контура.

При измерении площади вытянутого контура удобнее применять несколько иную методику. В этом случае следует провести к крайним точкам контура $ABCD$ A и B (рис. 3) касательные AO и BO , пересекающиеся в точке O под углом, кратным 10° (например, 90°). Это построение можно весьма просто выполнить с помощью прямоугольного

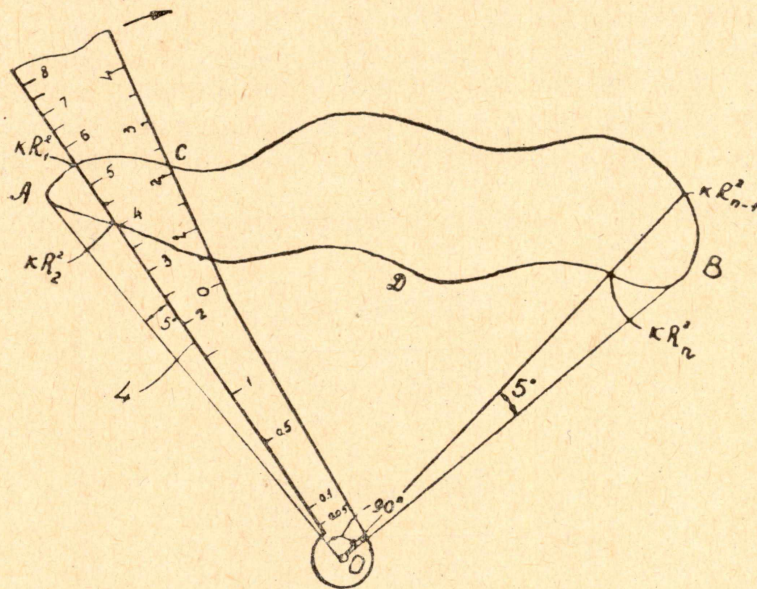


Рис. 3.

треугольника. Далее, прикрепив линейку иглой через отверстие 3 в точке O , необходимо отложить от касательной AO , используя штрихи 6, угол 5° и, повернув линейку на этот угол, как это указано на рис. 3, взять отсчеты по стороне 4 κR_1^2 и κR_2^2 и отметить на плане точку C . Продолжая вращение линейки в том же направлении, последовательно берут отсчеты $\kappa R_3^2, \kappa R_4^2, \dots, \kappa R_{n-1}^2, \kappa R_n^2$. При этом также удобно пользоваться счетами и сразу, не записывая, последовательно суммировать величины $(\kappa R_1^2 - \kappa R_2^2), \dots, (\kappa R_{n-1}^2 - \kappa R_n^2)$. Полученная полная сумма $\sum_1^n (\kappa R_{n-1}^2 - \kappa R_n^2)$ и будет являться площадью вытянутого контура.

В том случае, когда измеряется площадь сложного контура и сторона 4 пересекает границу контура n раз, следует брать n отсчетов κR^2 при одном положении линейки, причем ближайший (первый) от центра 3 отсчет κR^2 и все последующие нечетные κR^2 (третий, пятый и т. д.) следует считать положительными и прибавлять к сумме κR^2 , а все четные отсчеты κR^2 (второй, четвертый и т. д.) — отрицательными и вычитать их из суммы κR^2 .

При измерении площадей контуров весьма сложной конфигурации, пользуясь штрихами 6, можно последовательно поворачивать линейку на один, два, пять градусов (в зависимости от сложности конфигурации всего контура или его части) и брать отсчеты κR^2 в описанном

порядке. В этом случае полученную сумму κR^2 нужно уменьшить соответственно в 10,5 или 2 раза.

Для контроля и с целью повышения точности определение площади нужно производить два раза при различных положениях центра 3 внутри контура.

Средняя квадратическая погрешность определения площади контура линейкой может быть подсчитана по формуле

$$m_s = \pm \sqrt{m_c^2 + m_u^2}, \quad (8)$$

где m_c — погрешность определения площади из-за неравенства треугольников FBN и AMN (рис. 2) — погрешность способа;

m_u — погрешность определения площади из-за ошибок отсчитывания величин κR^2 по линейке — погрешность измерения.

Погрешность способа m_c может быть определена следующим путем. Обозначив угол между радиусом R_1 и прямой AB (рис. 2) β и учтя, что $FN = NM = \frac{\pi R_1 \alpha^\circ}{360}$, найдем площади треугольников FBN и AMN

$$S_{FBN} = \frac{\kappa^2 R_1^2 \cos \beta \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \sin \left(\beta - \frac{\alpha}{2} \right)}, \quad (9)$$

$$S_{AMN} = \frac{\kappa^2 R_1^2 \cos \beta \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \sin \left(\beta + \frac{\alpha}{2} \right)}. \quad (10)$$

В соответствии с формулой (2) погрешность определения площади криволинейного сектора ABO (ΔS_{ABO}) из-за неравенства площадей треугольников FBN AMN определится из выражений

$$\Delta S_{ABO} = \frac{1}{2} \kappa^2 R_1^2 \cos \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\cos \beta}{\sin \left(\beta - \frac{\alpha}{2} \right)} - \frac{\cos \beta}{\sin \left(\beta + \frac{\alpha}{2} \right)} \right), \quad (11)$$

$$\Delta S_{ABO\%} = 50 \kappa \cos \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\cos \beta}{\sin \left(\beta - \frac{\alpha}{2} \right)} - \frac{\cos \beta}{\sin \left(\beta + \frac{\alpha}{2} \right)} \right). \quad (12)$$

Рассматривая формулу (12), можно сделать вывод, что $\Delta S_{ABO\%}$ зависит только от величины углов α и β . Приняв $\alpha = 10^\circ$, определим значение β , при котором $\Delta S_{ABO\%}$ не превзойдет 3%, для чего решим уравнение (12), подставив в него значение из формулы (6), и найдем, что $\cos \beta = 0,890$, т. е. $\beta = 27^\circ$. Это означает, что место центра линейки 3 должно выбираться так, чтобы сторона 4 при любом положении линейки пересекала границу контура под углом не менее 30° .

$$\text{Обозначив} \quad \left(\frac{\cos \beta}{\sin \left(\beta - \frac{\alpha}{2} \right)} - \frac{\cos \beta}{\sin \left(\beta + \frac{\alpha}{2} \right)} \right) = \mu, \quad (13)$$

найдем далее среднюю погрешность определения площади всего контура m_c , используя формулы (5), (11), (12)

$$m_c = \pm \frac{1}{2} \kappa^2 \cos \frac{\alpha}{2} \sqrt{\Sigma R^4 \mu^2}, \quad (14)$$

$$m_{c\%} = \pm 50 \kappa \cos \frac{\alpha}{2} \frac{\sqrt{\Sigma R^4 \mu^2}}{\Sigma R^2}. \quad (15)$$

Приняв $\alpha = 10^\circ$, $\beta_{cp} = 45^\circ$, найдем

$$m_c = \pm 6,7 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{\Sigma R^4}{1}}, \quad (16)$$

$$m_{c\%} = \pm 0,77 \frac{\sqrt{\frac{\Sigma R^4}{1}}}{\frac{\Sigma R^2}{1}}. \quad (17)$$

Из формул (16), (17) следует, что при $R_1 \approx R_2 \approx \dots \approx R_{36}$ m_c и $m_{c\%}$ будут минимальными. Например, $m_{c\%}$ в этом случае будет равна $\frac{0,77}{\sqrt{36}} = 0,13\%$.

Таким образом, выбор места центра 3 примерно в середине контура снижает ошибку определения площади.

При любых значениях $R_1, R_2, \dots, R_{36}$ величина $\frac{\sqrt{\frac{\Sigma R^4}{1}}}{\frac{\Sigma R^2}{1}}$ формулы (17)

будет меньше единицы и, следовательно, $m_{c\%}$ не может быть более 0,77%. Для нахождения величины средней погрешности площади m_s примем в дальнейших расчетах среднее значение $m_{c\%}$ из возможных максимального и минимального значений данной погрешности, т. е. 0,45%.

Найдем теперь величину m_u . Так как определение величин κR^2 производится непосредственно по линейке, значение m_u может быть подсчитано по формулам

$$m_u = \pm \sqrt{\frac{\Sigma m_{\kappa R^2}^2}{1}}, \quad (18)$$

$$m_{u\%} = \pm \frac{100 \sqrt{\frac{\Sigma m_{\kappa R^2}^2}{1}}}{\Sigma \kappa R^2}, \quad (19)$$

где $m_{\kappa R_1^2}, \dots, m_{\kappa R_{36}^2}$ — средние погрешности взятия отсчетов по линейке.

Обозначим переменную величину $\frac{m_{\kappa R_i^2}^2}{\kappa R_i^2} = \lambda_i$. В этом случае для различных интервалов линейки формулы (18) и (19) примут вид

$$m_u = \pm \kappa \lambda_{cp} \sqrt{\frac{\Sigma R^4}{1}}, \quad (20)$$

$$m_{u\%} = \pm \frac{100 \lambda_{cp} \sqrt{\frac{\Sigma R^4}{1}}}{\frac{\Sigma R^2}{1}}. \quad (21)$$

Из формулы (21) следует, что $m_u\%$ также зависит от величины

$$\frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{36} R_i^4}{1}}}{\frac{\sum_{i=1}^{36} R_i^2}{1}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{36} R_i^4}{1}}}{\frac{\sum_{i=1}^{36} R_i^2}{1}} \text{ равно } 0,167. \text{ При любых значениях } R_1, R_2, \dots, R_{36} \text{ бу-}$$

дет меньше единицы. Приняв для дальнейших расчетов среднее из воз-

можных минимального и максимального значений величины $\frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{36} R_i^4}{1}}}{\frac{\sum_{i=1}^{36} R_i^2}{1}}$,

т. е. 0,58, представим формулу (21) в более простом виде

$$m_u\% = \pm 58 \lambda_{\text{ср}}. \quad (22)$$

Подсчет величин m_u для различных интервалов линейки сведем в нижеследующую табл. 1.

Таблица 1

№ пп	Интервал по ли- нейке, см ²	$\lambda_{\text{ср.}}$ в интервале	$m_u\%$	Интервал S, см ²
1	0,05— 0,1	0,013	0,77	1,8— 3,6
2	0,1 — 0,4	0,009	0,54	3,6— 14,0
3	0,4 — 2,0	0,0047	0,30	14,0— 72,0
4	2,0 — 9,0	0,0054	0,10	72,0— 320,0
5	9,0 — 20,0	0,0048	0,10	320,0— 720,0
6	20,0—35,0	0,0018	0,10	720,0—1200,0

Подсчет общей средней квадратической ошибки определения площади контура предлагаемый линейкой-палеткой по формуле (8) представлен в табл. 2.

Таблица 2

№ пп	Интервал S, см ²	$m_c\%$	$m_u\%$	$m_S\%$	$m_{S\%}$ предельная
1	1,8— 3,6	0,45	0,77	0,9	2,7
2	3,6— 14,0	0,45	0,54	0,7	2,1
3	14,0— 72,0	0,45	0,30	0,5	1,5
4	72,0— 320,0	0,45	0,10	0,45	1,3
5	320,0— 720,0	0,45	0,10	0,45	1,3
6	720,0—1200,0	0,45	0,10	0,45	1,3

Полученные теоретические расчеты подтверждаются экспериментальными исследованиями, проведенными по следующей программе:

1. Были проведены измерения площади ряда специально подобранных контуров (рис. 4) планиметром, параллельной палеткой (с интервалом $h = 2$ мм) и специально изготовленной из ватмана линейкой-палеткой. Площадь каждой фигуры измерялась 10 раз каждым из указанных способов. Размеры фигур были подобраны так, чтобы можно было определить погрешность измерения площадей в пределах $0-10$ см² и $10-100$ см². По форме фигуры представлены контурами, образованными кривыми и прямыми линиями. Одновременно определялось время, затрачиваемое на каждое измерение.

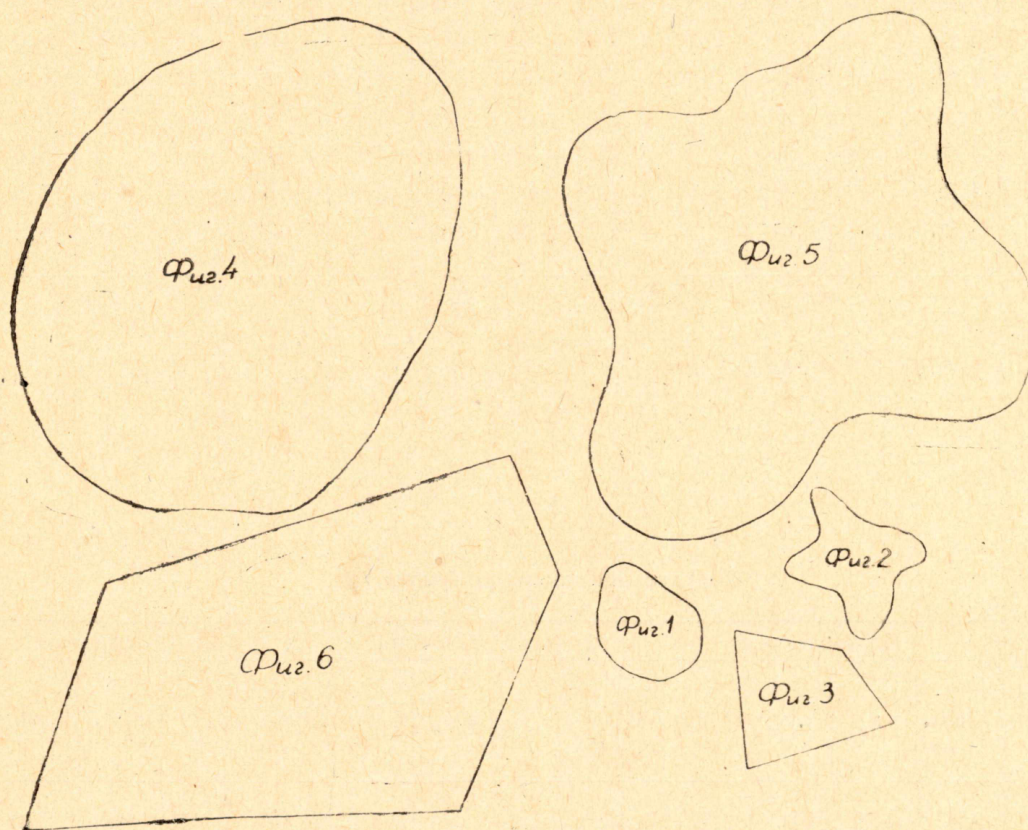


Рис. 4.

2. По результатам фактических измерений были подсчитаны средние погрешности одного измерения по каждому из указанных способов и определен средний расход времени на одно определение площади для каждого способа.

Результаты этой работы представлены в табл. 3, 4, 5, 6, 7, 8 и обобщающей табл. 9.

Приведенные теоретические и экспериментальные исследования нового способа определения площадей по плану позволяют сделать следующие выводы:

1. Погрешность определения площади на плане предлагаемым прибором соответствует требованиям, предъявляемым к измерению площадей с техническими целями.

2. Продолжительность одного определения площади размером более 10 кв. см линейкой-палеткой меньше, чем продолжительность определения площади известными палетками.

Таблица 3

Определение площади фигуры 1

№ изм.	Планиметром				Паралл. палеткой				Линейкой-палеткой			
	пло- щадь $S, \text{см}^2$	ε_s	$\varepsilon_s \varepsilon_s$	$t, \text{мин}$	пло- щадь $S, \text{см}^2$	ε_s	$\varepsilon_s \varepsilon_s$	$t, \text{мин}$	пло- щадь $S, \text{см}^2$	ε_s	$\varepsilon_s \varepsilon_s$	$t, \text{мин}$
1	5,07	0	0	2,5	5,028	-2	4	5,0	5,047	-6	36	6,0
2	5,07	0	0	2,0	4,992	+34	1160	4,5	5,015	+26	676	6,0
3	4,98	+9	81	2,0	5,036	-10	100	4,0	5,040	+1	1	5,5
4	5,02	+5	25	2,0	5,048	-22	484	4,5	5,090	-49	2400	5,5
5	5,07	0	0	2,0	5,000	+26	676	4,5	5,105	-64	4100	6,0
6	5,12	-5	25	2,0	5,036	-10	100	4,0	5,020	+21	441	6,0
7	5,17	-10	100	2,5	5,032	-26	676	4,5	5,030	+11	121	5,0
8	4,98	+9	81	2,0	5,068	-42	1760	4,0	5,040	+1	1	5,0
9	4,98	+9	81	1,5	5,012	+14	196	5,0	4,995	+46	2120	5,5
10	5,26	-19	361	2,0	4,992	+34	1160	4,0	5,025	+16	256	5,5
$\Sigma 754$ $S_{\text{ср.}}=5,07$ $m_s=\pm 0,09 (1,8\%)$. $t_{\text{ср.}}=2,0$					$\Sigma 6216$ $S_{\text{ср.}}=5,026$ $m_s=\pm 0,026 (0,52\%)$. $t_{\text{ср.}}=4,4$				$\Sigma 10152$ $S_{\text{ср.}}=5,041$ $m_s=\pm 0,033 (0,67\%)$. $t_{\text{ср.}}=5,6$			

Таблица 4

Определение площади фигуры 2

№№ изм.	Планиметром				Паралл. палеткой				Линейкой-палеткой			
	пло- щадь $S, \text{см}^2$	ε_s	$\varepsilon_s \varepsilon_s$	$t, \text{мин}$	пло- щадь $S, \text{см}^2$	ε_s	$\varepsilon_s \varepsilon_s$	$t, \text{мин}$	пло- щадь $S, \text{см}^2$	ε_s	$\varepsilon_s \varepsilon_s$	$t, \text{мин}$
1	5,47	+12	144	2,0	5,412	+5	25	7,0	5,400	+31	960	6,0
2	5,66	-7	49	2,0	5,408	+9	81	6,0	5,457	-26	676	6,0
3	5,66	-7	49	2,0	5,392	+25	625	7,0	5,395	+36	1300	6,0
4	5,66	-7	49	2,0	5,456	-39	1520	6,5	5,452	-21	440	5,5
5	5,77	-18	324	1,5	5,412	+5	25	6,5	5,430	+1	1	6,0
6	5,66	-7	49	1,5	5,360	+57	3240	6,0	5,435	-4	16	5,5
7	5,47	+12	144	2,0	5,448	-31	960	6,0	5,472	-41	1680	6,0
8	5,57	+2	4	2,0	5,416	+1	1	7,0	5,400	+31	960	6,0
9	5,47	+12	144	1,5	5,436	-19	361	6,0	5,470	-39	1520	5,5
10	5,47	+12	144	1,5	5,428	-11	121	6,0	5,395	+36	1300	5,5
$\Sigma 1100$ $S_{\text{ср.}}=5,59$ $t_{\text{ср.}}=1,8$ $m_s=\pm 0,11 (2,0\%)$					$\Sigma 6959$ $S_{\text{ср.}}=5,417$ $t_{\text{ср.}}=6,4$ $m_s=\pm 0,028 (0,56\%)$				$\Sigma 8853$ $S_{\text{ср.}}=5,431$ $t_{\text{ср.}}=5,8$ $m_s=\pm 0,031 (0,58\%)$			

Таблица 5

Определение площади фигуры 3

№ № изм.	Планиметром				Паралл. палеткой				Линейкой-палеткой			
	пло- щадь $S, \text{см}^2$	ϵ_s	$\epsilon_s \epsilon_s$	$t, \text{мин}$	пло- щадь $S, \text{см}^2$	ϵ_s	$\epsilon_s \epsilon_s$	$t, \text{мин}$	пло- щадь $S, \text{см}^2$	ϵ_s	$\epsilon_s \epsilon_s$	$t, \text{мин}$
1	7,47	+4	16	2,0	7,792	-16	256	6,5	7,795	-9	81	6,0
2	7,47	+4	16	2,0	7,752	+24	576	6,5	7,850	-64	4100	5,5
3	7,66	-15	225	1,5	7,800	-24	576	6,0	7,775	+11	121	5,5
4	7,56	-4	16	2,0	7,740	+36	1290	6,0	7,780	+6	36	5,5
5	7,56	-4	16	1,5	7,708	+68	4600	6,0	7,825	-39	1520	5,5
6	7,75	-24	576	2,0	7,760	+16	256	6,0	7,785	+1	1	6,5
7	7,47	+4	16	1,5	7,816	-40	1600	6,0	7,795	-9	81	6,5
8	7,36	+15	225	1,5	7,820	-44	1940	6,5	7,740	+46	2116	6,0
9	7,36	+15	225	1,5	7,812	-36	1290	6,5	7,750	+36	1300	6,0
10	7,47	-4	16	1,5	7,760	+16	256	6,0	7,770	+16	254	6,0
$\Sigma 1347$					$\Sigma 12640$				$\Sigma 9610$			
$S_{\text{ср.}}=7,51 \quad t_{\text{ср.}}=1,7$					$S_{\text{ср.}}=7,796 \quad t_{\text{ср.}}=6,2$				$S_{\text{ср.}}=7,786 \quad t_{\text{ср.}}=5,9$			
$m_S=\pm 0,12 (1,6\%)$					$m_S=\pm 0,037 (0,48\%)$				$m_S=\pm 0,033 (0,42\%)$			

Таблица 6

Определение площади фигуры 4

№ № изм.	Планиметром				Паралл. палеткой				Линейкой-палеткой			
	пло- щадь $S, \text{см}^2$	ϵ_s	$\epsilon_s \epsilon_s$	$t, \text{мин}$	пло- щадь $S, \text{см}^2$	ϵ_s	$\epsilon_s \epsilon_s$	$t, \text{мин}$	пло- щадь $S, \text{см}^2$	ϵ_s	$\epsilon_s \epsilon_s$	$t, \text{мин}$
1	93,2	+10	100	3,0	93,560	-1,4	2	12,0	93,32	-3	9	7,0
2	93,2	+10	100	3,0	93,536	+1,0	1	11,0	93,15	+14	196	7,0
3	93,4	-10	100	3,0	93,750	-20,4	415	11,0	93,43	-14	196	7,0
4	93,1	+20	400	3,0	93,614	-6,8	46	11,5	93,18	+11	121	6,5
5	93,3	0	0	2,5	93,568	-2,2	5	11,5	93,51	-22	484	6,5
6	93,3	0	0	2,5	93,474	+7,2	52	10,5	93,16	+13	169	6,0
7	93,4	-10	100	2,5	93,430	+11,6	135	10,5	93,16	+13	169	5,0
8	93,1	+20	400	3,0	93,422	+12,4	154	10,5	93,25	+4	16	6,0
9	93,5	-20	400	2,5	93,658	-11,2	126	10,5	93,36	-7	49	5,0
10	93,5	-20	400	3,0	93,446	+10,0	100	10,0	93,39	-10	100	6,0
$\Sigma 2000$					$\Sigma 1036$				$\Sigma 1509$			
$S_{\text{ср.}}=93,3 \quad t_{\text{ср.}}=2,8$					$S_{\text{ср.}}=93,546 \quad t_{\text{ср.}}=10,9$				$S_{\text{ср.}}=93,291 \quad t_{\text{ср.}}=6,2$			
$m_S=\pm 0,14 (0,16\%)$					$m_S=\pm 0,12 (0,13\%)$				$m_S=0,13 (0,14\%)$			

Таблица 7

Определение площади фигуры 5

№№ изм.	Планиметром				Паралл. палеткой				Линейкой-палеткой			
	пло- щадь $S, \text{см}^2$	ϵ_s	$\epsilon_s \epsilon_s$	$t, \text{мин}$	пло- щадь $S, \text{см}^2$	ϵ_s	$\epsilon_s \epsilon_s$	$t, \text{мин}$	пло- щадь $S, \text{см}^2$	ϵ_s	$\epsilon_s \epsilon_s$	$t, \text{мин}$
1	89,4	-10	100	3,0	89,772	+0,9	1	11,5	89,60	-2	4	6,5
2	89,00	+30	900	2,5	89,738	+4,3	18	11,5	89,74	-16	256	6,5
3	89,4	-10	100	3,5	89,632	+14,9	222	10,5	89,67	-9	81	6,5
4	89,5	-20	400	2,5	89,782	-0,1	0	11,0	89,84	-26	676	6,5
5	89,6	-30	900	2,5	89,916	-13,5	182	10,5	89,3	+28	784	6,0
6	89,4	-10	100	4,0	89,767	+1,4	2	10,5	89,49	+9	81	6,0
7	89,0	+30	900	3,0	89,896	-11,5	132	10,5	89,66	-8	64	6,0
8	89,2	+10	100	2,5	89,658	+12,3	150	10,0	89,63	-5	25	6,0
9	89,1	+20	400	2,5	89,800	-1,9	4	10,0	89,39	+19	361	6,5
10	89,3	0	0	2,5	88,850	-6,9	48	10,0	89,47	+11	121	6,5
$\Sigma 3900$					$\Sigma 759$				$\Sigma 2453$			
$S_{\text{ср.}} = 89,3 \quad t_{\text{ср.}} = 2,8$					$S_{\text{ср.}} = 89,781 \quad t_{\text{ср.}} = 10,6$				$S_{\text{ср.}} = 89,58 \quad t_{\text{ср.}} = 6,3$			
$m_s = \pm 0,21 (0,23\%)$					$m_s = \pm 0,09 (0,1\%)$				$m_s = \pm 0,16 (0,18\%)$			

Таблица 8

Определение площади фигуры 6

№№ изм.	Планиметром				Паралл. палеткой				Линейкой-палеткой			
	пло- щадь $S, \text{см}^2$	ϵ_s	$\epsilon_s \epsilon_s$	$t, \text{мин}$	пло- щадь $S, \text{см}^2$	ϵ_s	$\epsilon_s \epsilon_s$	$t, \text{мин}$	пло- щадь $S, \text{см}^2$	ϵ_s	$\epsilon_s \epsilon_s$	$t, \text{мин}$
1	73,6	-11	121	2,5	74,084	+1	1	7,5	74,11	-13	169	6,5
2	73,2	+29	840	2,5	74,012	+8	64	7,5	74,22	-24	576	6,5
3	73,4	+9	81	2,5	74,250	-16	256	7,0	74,23	-25	625	6,0
4	73,5	-1	1	2,0	73,910	+18	324	7,5	74,10	-12	144	6,0
5	73,6	-11	121	2,5	73,964	+13	169	7,5	73,93	+5	25	6,0
6	73,4	+9	81	2,5	74,176	-9	81	7,0	74,16	-18	324	6,0
7	73,7	-21	441	2,5	74,072	+2	4	7,0	73,59	+39	1520	6,0
8	73,6	-11	121	2,5	74,196	-10	100	7,0	74,07	-9	81	6,0
9	73,6	-11	121	2,0	74,072	+2	4	7,0	73,63	+35	1225	5,5
10	73,3	+19	361	2,0	74,196	-10	100	7,0	73,81	+17	289	5,5
$\Sigma 2289$					$\Sigma 1103$				$\Sigma 4978$			
$S_{\text{ср.}} = 73,49 \quad t_{\text{ср.}} = 2,3$					$S_{\text{ср.}} = 74,093 \quad t_{\text{ср.}} = 7,2$				$S_{\text{ср.}} = 73,985 \quad t_{\text{ср.}} = 6,0$			
$m_s = \pm 0,16 (0,22\%)$					$m_s = \pm 0,11 (0,15\%)$				$m_s = \pm 0,23 (0,32\%)$			

Таблица 9

№ пп	Интервал площади S , $см^2$	Погрешность определения S , $m_s\%$				Предельная по- греш. $m_s\%$ пред- лаг. прибора	Средняя продолжитель- ность одного определения		
		пла- ни- мет- ром	па- ралл. па- лет- кой	линейкой-палеткой			плани- метром	па- ралл. па- лет- кой	линей- кой-па- леткой
				полу- ченн. теоретич.	полу- ченн. экспе- рим.				
1	1,8—10,0	1,8	0,5	0,7	0,5	2,1	1,8	5,8	5,6*
2	10,0—100	0,2	0,12	0,45	0,2	1,5	2,6	9,6	6,2

Примечание: Продолжительность определения площади планиметром дана без учета времени на установку прибора.

3. При разовом (не массовом) определении площади на плане предлагаемый способ (прибор) имеет преимущество перед планиметром.

4. Методика измерения площади описанным способом весьма проста.

5. Прибор может быть легко изготовлен заводским способом, стоимость его не велика.

В заключение следует отметить, что предлагаемым прибором, изготовленным заводским способом, могут с успехом пользоваться специалисты, студенты и учащиеся, занимающиеся определением площадей на планах в тех случаях, когда использовать планиметр невозможно.

Кроме того, линейка-палетка может найти широкое применение в полевых условиях, например, при геологических и инженерных изысканиях, мелиоративных работах, при определении площадей в сельском хозяйстве, в туристических походах, экспедициях и т. п. Сравнительно небольшое увеличение времени, затрачиваемого на определение площади новым прибором, вполне должно компенсироваться весьма простой конструкцией прибора, удобством в обращении и возможностью использования в любых условиях.