

**ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЕТОДА
ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО
ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЗУБЦОВОЙ ЗОНЫ РОТОРА УДАРНОГО
ГЕНЕРАТОРА**

В. И. АНДРЕЕВ

(Представлена научным семинаром кафедр электрических машин
и общей электротехники)

Ротор ударного генератора является одним из главных звеньев в получении максимальной импульсной мощности. Изготавливается он, как известно, в тех же габаритах, что и ротор крупного турбогенератора, но методика проектирования зубцовой зоны имеет свои особенности. Основное отличие кроется в специфике работы ударного генератора. Ротор его перегружается в механическом, электромагнитном и тепловом отношении в несколько раз сильнее, чем такой же ротор турбогенератора. Поэтому вопрос об оптимальном проектировании его зубцовой зоны, выборе обмотки возбуждения и демпферной обмотки с целью повышения индукции в воздушном зазоре является актуальным.

В данной работе проводится оптимизация зубцовой геометрии ротора для различных индукций в зазоре. Демпферная обмотка равномерно уложена по всей окружности ротора и занимает 40% сечения паза обмотки возбуждения [1].

Способы получения оптимальных геометрических параметров ротора различны. Одним из способов является перебор всех значений независимых переменных и непосредственное получение оптимального значения выходной величины. Однако в этом случае число опытов будет составлять большую величину равную m^n , где m число различных состояний входной величины, а n — число независимых переменных. Например, при пяти различных состояниях трех независимых переменных, число опытов составит $N=125$. Другим методом оптимизации является метод шагового поиска (или градиентный) [8]. Он несколько сокращает число опытов. Однако все перечисленные методы и еще ряд других не дают возможности учесть влияние парных взаимодействий независимых переменных на выходную величину.

Для получения максимальной информации и минимума затрат применяем метод математического планирования эксперимента. Преимущества этого метода достаточно полно описаны в [5, 6, 7].

Исходными данными, характеризующими зубцовую геометрию, являются: λ — отношение разности максимальной и минимальной ширины зубца к зубцовому делению (пояснения по выбору этой величины в качестве независимой переменной будут даны ниже), γ — отношение числа заполненных обмоткой пазов ротора к общему числу пазов и N_R — общее число пазов. Выходным параметром при различных значениях индукций принималась плотность тока (j) в обмотке возбуждения.

При внезапном коротком замыкании мощная демпферная обмотка

надежно защищает обмотку возбуждения от реакции якоря и поэтому значения тока обмотки возбуждения остаются практически неизменными в течение всего переходного процесса.

Исследования проведены для ударного генератора предельной мощности со следующими габаритными размерами $l_R=6$ м, $D_R=1,25$ м, $\delta=0,03$ м.

Если в роторе турбогенератора минимальное сечение зубца выбирается из условия механической прочности, технологических факторов, а также допустимой индукции в узком сечении зубца (обычно $b_{z \min}=1,35$ см) [3], то для ротора ударного генератора целесообразно учитывать только первые два фактора [4].

Для прямоугольного паза:

$$t_{z \min} - b_{z \min} = t_z - b_z,$$

$$b_z = \frac{\Pi}{N_R} (D_R - D_{R \min}) + 1,35$$

или

$$b_z = \frac{2 \Pi h_{\Pi R}}{N_R} + 1,35,$$

отсюда

$$h_{\Pi R} = \frac{N_R}{2 \Pi} (b_z - 1,35)$$

или

$$h_{\Pi R} = \frac{D_R}{2} \frac{(b_z - 1,35)}{t_z}.$$

Обозначив

$$\lambda = \frac{b_z - 1,35}{t_z}, \quad (1)$$

получим

$$h_{\Pi R} = \lambda \frac{D_R}{2},$$

откуда

$$\lambda = \frac{2 h_{\Pi R}}{D_R}, \quad (2)$$

где t_z , b_z — зубцовое деление и ширина зубца по внешней окружности ротора,

$t_{z \min}$, $b_{z \min}$ — зубцовое деление и ширина зубца у основания паза,

$D_{R \min}$ — диаметр ротора по основанию зубцов.

Таким образом, коэффициент λ является универсальным для роторов различных диаметров. Его применение в планировании эксперимента вдвое снижает число независимых переменных. Оптимальное значение λ будет соответствовать для всех диаметров неявнополюсных роторов синхронных машин.

В данной работе на основании априорных сведений было использовано рототабельное планирование второго порядка типа 2^3 .

Принятые границы изменения независимых переменных и обозначения приведены в табл. 1.

Таблица 1

Пере- менные	Обозначе- ния	Значения уровней переменных				
		-α	-1	0	+1	+α
λ	x ₁	0,1	0,1405	0,2	0,2595	0,3
γ	x ₂	0,5	0,581	0,7	0,819	0,9
N _n	x ₃	40	48	60	72	80

где $\alpha = 2^{K/4} = 1,682$, K — число независимых переменных;
 γ_i — плотность тока, для различных значений индукции.

Матрица планирования и результаты опытов представлены в табл. 2. Коэффициенты регрессии уравнения (3), найденные по формулам [6], представлены в табл. 3.

$$y_i = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3. \quad (3)$$

Проведенный анализ уравнений при 5%-ном уровне значимости на адекватность показал, что уравнения регрессии описывают поверхность отклика с погрешностью не более 10%, причем погрешность уменьшается для вариантов с большей индукцией.

Для упрощения уравнений регрессии производим оценку значимости коэффициентов, в результате которой все незначимые коэффициенты из уравнения выбрасываются. Уменьшение количества членов в уравнении регрессии упрощает его аналитическое исследование. Оценка значимости коэффициентов осуществляется с построения доверительного интервала. Признаком незначимости коэффициента является то, что абсолютное значение коэффициента меньше, чем значение доверительного интервала.

После проведения оценки значимости коэффициентов уравнения регрессии для рассматриваемых индукций принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} y_1 &= 3,56 - 0,752x_1 - 0,6634x_2 + 0,24x_1^2 - 0,106x_2^2 + 0,171x_1x_2; \\ y_2 &= 7,72 - 0,7622x_1 - 1,4044x_2 + 0,391x_3 + 1,585x_1^2 + 0,259x_3^2; \\ y_3 &= 24,02 + 1,2118x_1 - 4,5601x_2 + 1,681x_3; \\ y_4 &= 40,14 - 2,6374x_1 - 7,9136x_2 + 2,9149x_3 + 2,24x_1^2 + 0,759x_1x_2; \\ y_5 &= 55,61 - 5,4593x_1 - 1,10606x_2 + 4,0505x_3 + 3,521x_1^2 + 1,031x_1x_2 + 0,965x_1x_3. \end{aligned}$$

На рис. 1 изображены коэффициенты уравнения регрессии и доверительные интервалы. По этим кривым можно, не воспроизводя матрицу планирования, написать уравнение регрессии в кодовых значениях для всех промежуточных значений индукции в интервале от 1 Тл до 2,4 Тл и тех же пределах варьирования независимых переменных. По графикам рис. 1, не производя соответствующих вычислений доверительных интервалов, можно произвести оценку значимости коэффициентов уравнений регрессии для промежуточных значений. Возможно описать математически изменения коэффициентов регрессии в функции индукции в воздушном зазоре, однако это требует значительно большего времени и связано с некоторыми трудностями в описании.

Таблица 2

	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	X ₁ ²	X ₂ ²	X ₃ ²	X ₁ X ₂	X ₁ X ₃	X ₂ X ₃	B ₀ = 1 Тл		B ₀ = 1,35 Тл		B ₀ = 1,7 Тл		B ₀ = 2,05 Тл		B ₀ = 2,4Тл	
											Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅					
1	+	-	-	-	+	+	+	+	+	+	5,19	10,04	27,5	49,79	71,25					
2	+	+	-	-	+	+	+	-	-	+	3,58	11,67	27,63	43,45	59,09					
3	+	-	+	-	+	+	+	-	+	-	3,83	7,84	20,48	34,84	51,3					
4	+	+	+	-	+	+	+	+	-	-	2,9	9,37	19,06	32,29	43,29					
5	+	-	-	+	+	+	+	+	-	-	5,27	10,75	30,69	56,28	80,61					
6	+	+	-	+	+	+	+	-	+	-	3,38	12,88	31,65	50,5	68,86					
7	+	-	+	+	+	+	+	-	-	+	3,92	8,53	22,94	40,85	58,21					
8	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	2,72	10,3	23,82	37,35	50,56					
9	+	-a	0	0	a ²	0	0	0	0	0	5,51	10,59	17,14	51,51	75,58					
10	+	+a	0	0	a ²	0	0	0	0	0	2,75	12,58	26,65	40,9	54,78					
11	+	0	-a	0	0	a ²	0	0	0	0	4,63	10,2	32,19	54,79	76,41					
12	+	0	+a	0	0	a ²	0	0	0	0	1,65	4,33	13,69	23,05	32,05					
13	+	0	0	-a	0	0	a ²	0	0	0	3,67	7,3	21,91	36,39	50,3					
14	+	0	0	+a	0	0	a ²	0	0	0	3,34	8,37	26,98	45,43	63,38					
15	+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,6	7,82	24,27	40,47	56,06					
16	+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,6	7,82	24,27	40,47	56,06					
17	+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,6	7,82	24,27	40,47	56,06					
18	+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,6	7,82	24,27	40,47	56,06					
19	+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,6	7,82	24,27	40,47	56,06					
20	+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,6	7,82	24,27	40,47	56,06					

Таблица 3

y_i	B_i Тл	b_0	b_1	b_2	b_3	b_{11}	b_{22}	b_{33}	b_{12}	b_{13}	b_{23}
y_1	1	3,56	-0,752	-0,6634	-0,0556	0,24	-0,106	0,024	0,171	-0,069	0,00375
y_2	1,35	7,72	0,7622	-1,4044	0,391	1,585	0,058	0,259	-0,0575	0,0925	-0,0375
y_3	1,7	24,02	1,2118	-4,5601	1,681	-0,33	0,04	0,572	-0,204	0,391	0,00125
y_4	2,05	40,14	-2,6374	-7,9136	2,9149	2,24	-0,335	0,368	0,759	-0,0488	-0,3086
y_5	2,4	55,61	-5,4593	-11,0606	4,0505	3,521	-0,349	0,573	1,031	0,9625	-0,6188

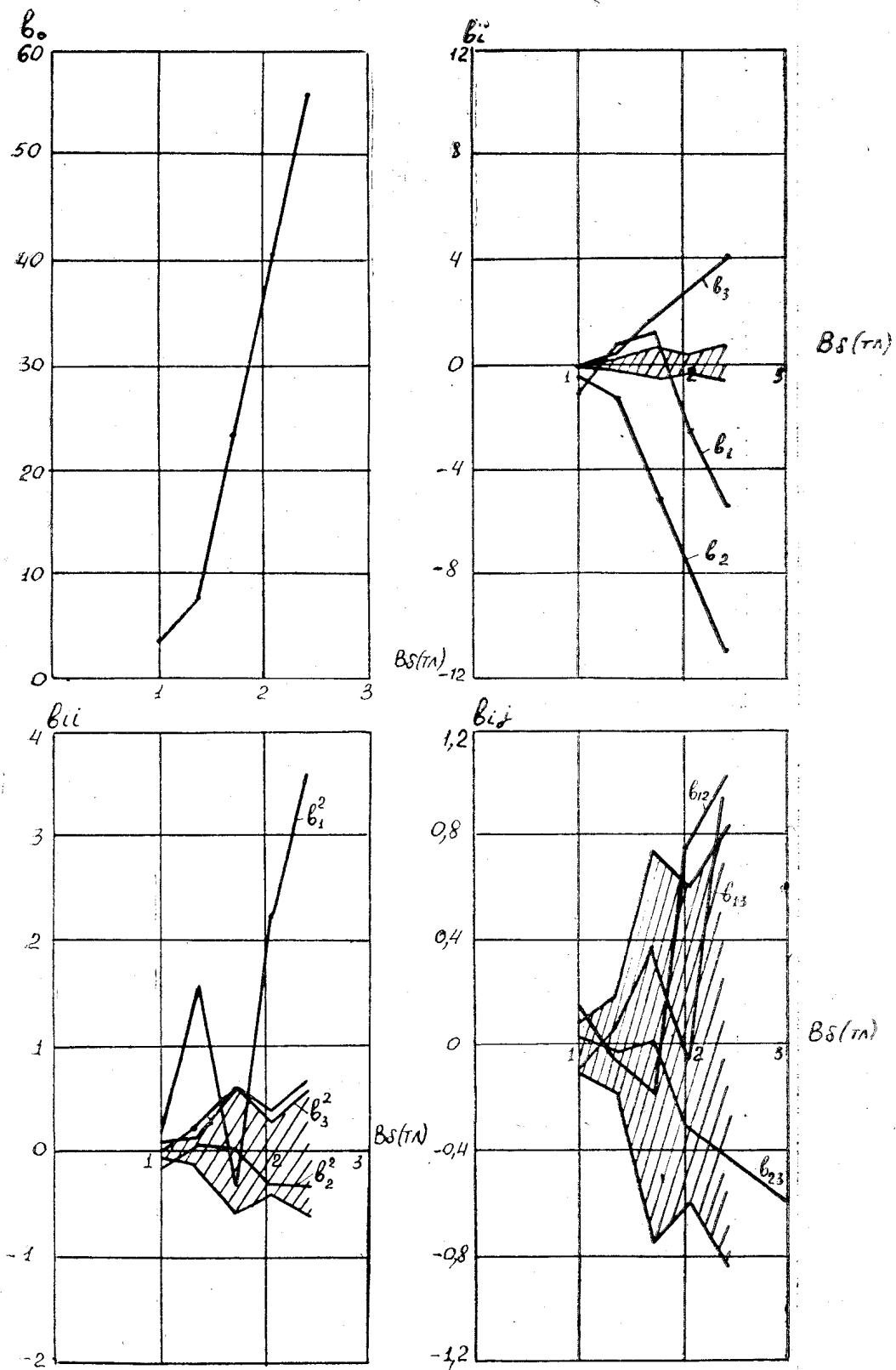


Рис. 1. Коэффициенты уравнения регрессии и доверительные интервалы

Переход от кодовых значений к физическим осуществлялся по методике [6]. Уравнения в физических единицах приобрели следующий вид:

$$\begin{aligned} y_1 &= 12,428 - 56,64x_1 + 0,04x_2 + 67,8x_1^2 - 7,48x_2^2 + 24,2x_1x_2; \\ y_2 &= 35,865 - 166,4x_1 - 11,8x_2 - 0,1834x_3 + 448x_1^2 + 0,0018x_3^2; \\ y_3 &= 38,34 + 20,4x_1 - 38,3x_2 + 0,14x_3; \\ y_4 &= 121,22 - 372,3x_1 - 87,9x_2 + 0,243x_3 + 63,3x_1^2 + 107x_1x_2; \\ y_5 &= 195,13 - 673,2x_1 - 122x_2 + 0,068x_3 + 995x_1^2 + 146x_1x_2 + 1,35x_1x_3. \end{aligned} \quad (5)$$

Анализ влияния независимых переменных на параметр оптимизации, их парное взаимодействие и квадратичное, вообще можно было бы сделать и в кодовых значениях, однако в этом случае требуется их физическое истолкование и поэтому анализ лучше провести в физических единицах. Само уравнение регрессии физического смысла не имеет, однако его аналитическое или графическое исследование важно, так как имеется возможность сделать некоторые выводы по физической картине процесса.

Находим значения x_1, x_2, x_3 при фиксированной индукции в зазоре, при которых плотность тока (выходной параметр) минимальна. Предварительный анализ показал, что глобального оптимума в исследуемой зоне нет. Поэтому полученные уравнения регрессии исследуются на локальные экстремумы. Параметры, которые не имеют экстремума в исследуемой области принимают оптимальное значение на границах интервала. К таким параметрам можно отнести x_2 во втором уравнении системы (5); x_1, x_2, x_3 в третьем уравнении; x_2, x_3 — в четвертом, x_2, x_3 — в пятом уравнении этой же системы. Вторые частные производные функций y_1 по x_1 в большинстве уравнений системы (5) дают знак положительный. Это говорит о том, что функция имеет минимальное значение в данной точке экстремума. Исключение составляет третье уравнение этой системы, которое вообще не имеет экстремумов и описывает плоскость. Полученные уравнения регрессии можно привести к каноническому виду и затем исследовать графически. Однако в этом случае затруднена их интерпретация [5]. Кроме того, не все полученные уравнения регрессии приводятся к каноническому виду.

При малом числе факторов более рационально представлять результаты исследования двумерными сечениями поверхности отклика. Наиболее характерные кривые для различных индукций показаны на рис. 2 и 3. На рис. 2 а изображены зависимости $j=f(\lambda)$ для $B_s = 1$ Тл при различных γ . Кривые рис. 2 в, 2 с, 3 а, 3 в аналогичные, но с учетом N_R , который был в первом уравнении незначим.

Полученные кривые дают большую наглядность. Кроме того, некоторый интерес представляет изображение поверхности отклика, которое представлено на рис. 3 с.

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1. Оптимальное значение λ для индукции $B_s = 1$ Тл равно 0,26; для $B_s = 1,35$, $\lambda = 0,18$; для $B_s = 1,7$ Тл, $\lambda = 0,1$; для $B_s = 2,05$ Тл, $\lambda = 0,22$, для $B_s = 2,4$ Тл, оно находится в пределах от 0,22 до 0,27 и зависит от N_R и γ .

2. Величина γ экстремумов не имеет в данной области и поэтому принимает оптимальное значение на конце интервала, которое можно оценить однозначно для всех значений индукции $\gamma = 0,9$.

3. N_R для индукции 1 Тл не влияет на плотность тока, поэтому его можно принимать любым на исследуемом интервале, для остальных индукций оптимальное значение будет однозначно и составит $N_R = 40$.

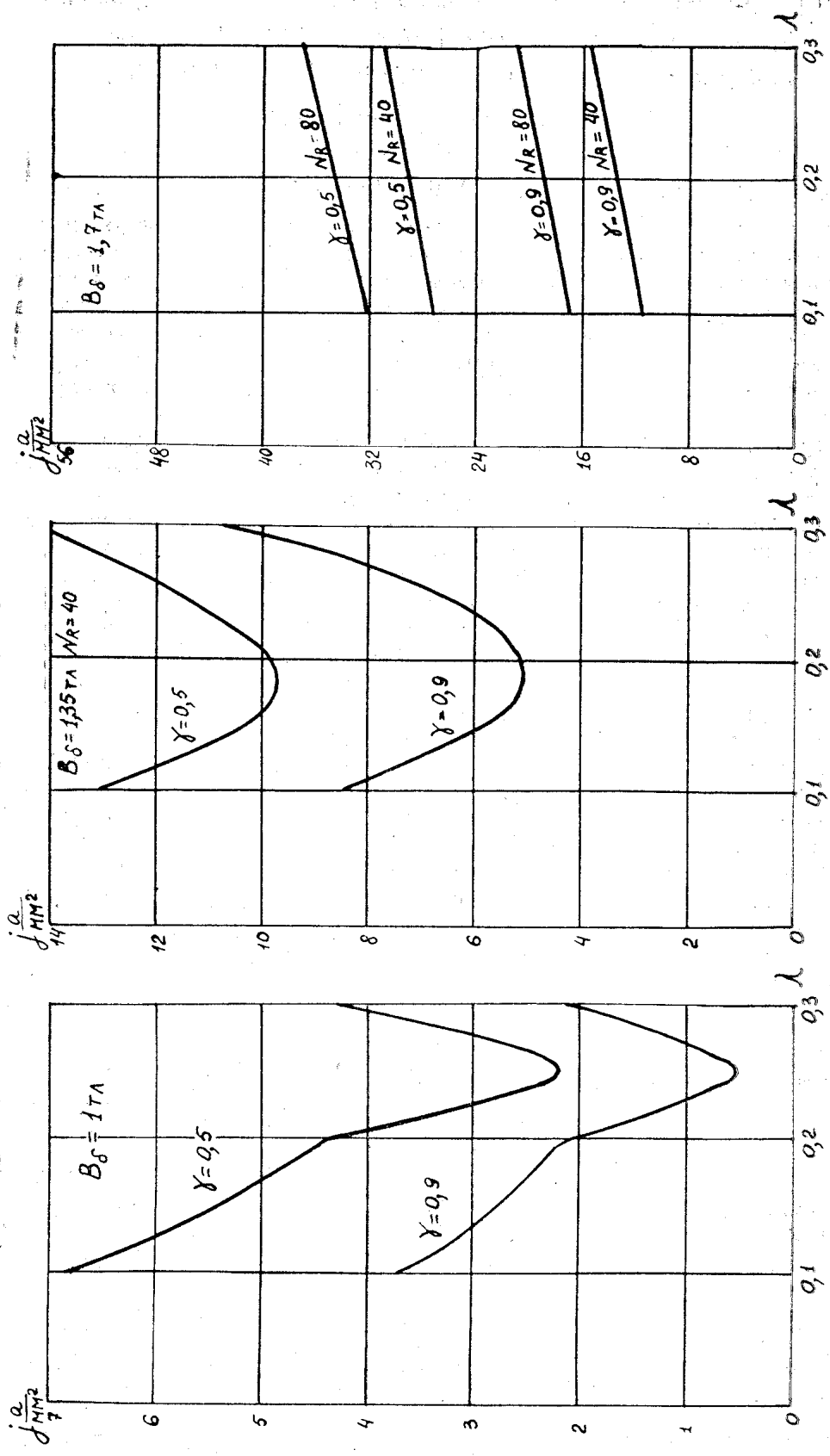


Рис. 2. Зависимость плотности тока j от λ при а) $B_0 = 1,7 \text{ Тл}$; б) $B_0 = 1,35 \text{ Тл}$; в) $B_0 = 1,7 \text{ Тл}$

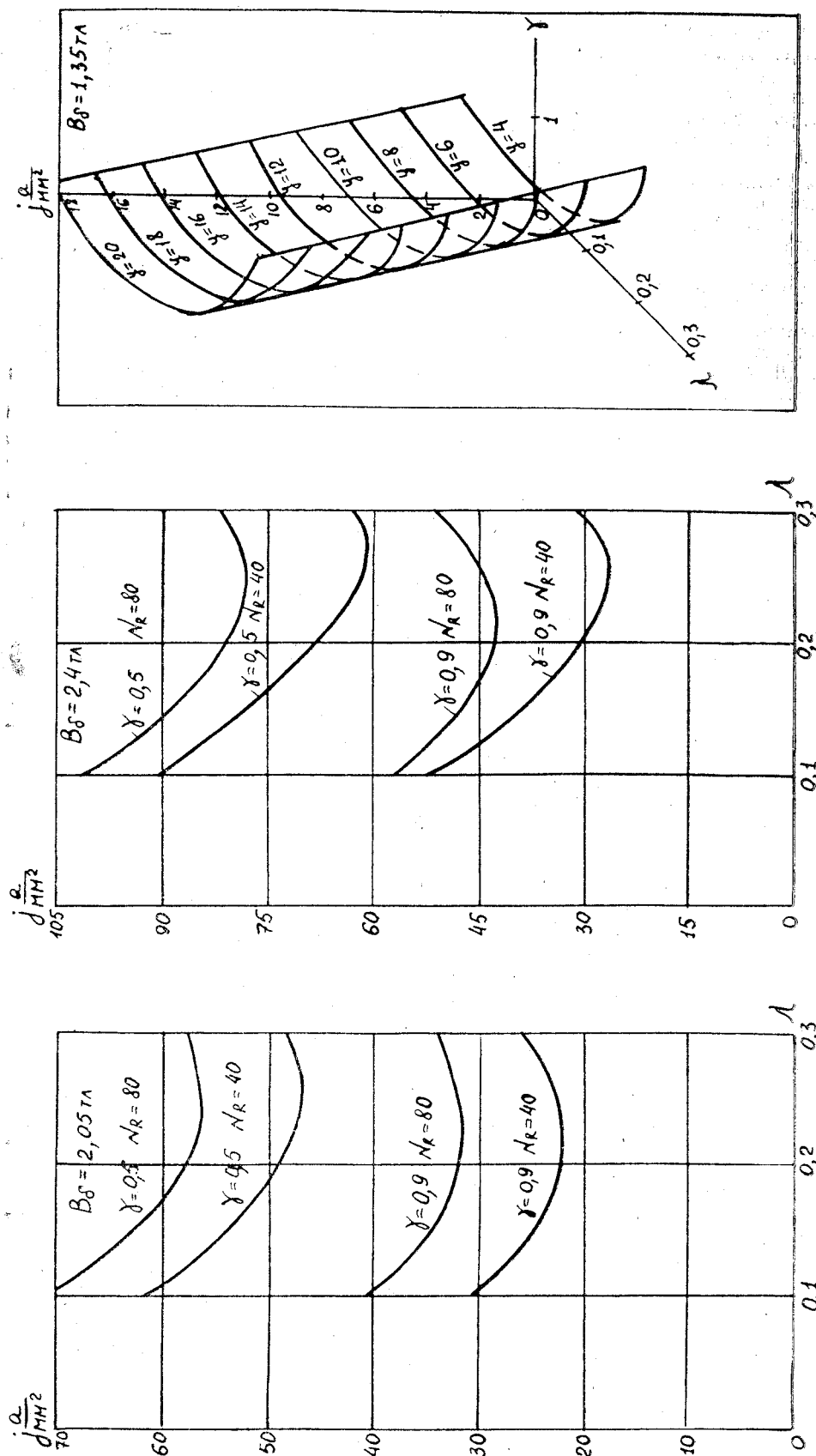


Рис. 3. Зависимость плотности тока j от λ при а) $B_0 = 2,05 TA$; б) $B_0 = 2,4 TA$; в) $B_0 = 1,35$ (поверхность от клина)

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. Сипайлов, К. А. Хорьков. К выбору обмотки ротора ударного генератора. Известия ТПИ, т. 138, Томск, изд-во ТГУ, 1965.
2. Г. А. Сипайлов, К. А. Хорьков, В. З. Хорькова, В. С. Баклин, В. И. Андреев. К выбору геометрии зубцовой зоны статора ударного генератора. Известия ТПИ, т. 211, Томск, изд-во ТГУ, 1970.
3. Е. Г. Комар. Вопросы проектирования турбогенератора, М., ГЭИ, 1955.
4. Г. А. Сипайлов, К. А. Хорьков, В. И. Андреев. Оптимальное проектирование зубцовой зоны ротора ударного генератора. Сб. «Силовые импульсные системы». Новосибирск. СО АН СССР, 1972.
5. Ю. П. Адлер. Введение в планирование эксперимента. М., «Металлургия», 1969.
6. В. В. Налимов, Н. А. Чернова. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М., «Наука», 1965.
7. Э. К. Стрельбицкий. Автореферат на соискание ученой степени доктора технических наук. Томск, 1967.
8. В. А. Веников, В. И. Горюшкин, И. М. Маркович, Н. А. Мельников, Д. А. Федоров. Электрические системы. Под редакцией В. А. Веникова. М., «Высшая школа», 1973.