ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 301 1975

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МНОГОСТУПЕНЧАТОЙ ФОРМЫ ВЫХОДНОГО НАПРЯЖЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

А. М. АЗАРОВ, В. Р. БИРЮКОВ, О. И. ХАСАЕВ

(Представлена объединенным научным семинаром кафедр электрических машин и общей электротехники)

Выходное напряжение простейших полупроводниковых преобразователей напряжения имеет прямоугольную форму, хотя часто требуется, чтобы оно было синусоидальным. Одним из перспективных путей решения этой задачи является формирование многоступенчатого напряжения.

Гармонический анализ ступенчатого напряжения рассмотрен в ряде работ [1, 2, 3]. В данных работах параметры его ступеней определяются из условия уничтожения низших гармоник, что объясняется возможностью уменьшения веса выходного фильтра преобразователя.

Однако ступенчатая аппроксимация синусоиды позволяет без фильтра получить напряжение, удовлетворяющее многих потребителей. В этом случае основным показателем, характеризующим его качество, является коэффициент гармоник.

Рассмотрим синтез ступенчатого напряжения вида (рис. 1а) из условия минимума этого коэффициента. При этом искомыми параметрами являются углы отсчета $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m$ и амплитуды ступеней $a_1, a_2, ..., a_m$. Коэффициент гармоник напряжения любой формы равен

$$K_\Gamma = \sqrt{\frac{U_Д^2}{U_{Д1}^2} - 1}\,, \tag{1}$$

где $U_Д$ — действующее значение напряжения;

$U_{Д1}$ — действующее значение напряжения первой гармоники.

Действующее значение напряжения ступенчатой формы равно где:

$$U_Д = \sqrt{\frac{2}{\pi}\sum_{m=1}^{p} a_m(\alpha_{m+1} - \alpha_m)}\,, \tag{2}$$

где p — количество ступеней напряжения на четверти периода.

Амплитуда n-й гармоники ступенчатого напряжения определяется разложением его в ряд Фурье:

$$U_{nm} = \frac{4}{\pi n}\sum_{m=1}^{2p-1} a_m \sin n\frac{\alpha_{m+1} + \alpha_m}{2} \cdot \sin n\frac{\alpha_{m+1} - \alpha_m}{2}\,. \tag{3}$$

Для удобства последующих выкладок обозначим

$$A_m = a_m \sin\frac{\alpha_{m+1} + \alpha_m}{2} \cdot \sin\frac{\alpha_{m+1} - \alpha_m}{2}\,.$$

Тогда действующее значение напряжения первой гармоники равно

$$U_{д1} = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} \sum_{m=1}^{p} A_m . \qquad (4)$$

Подставив (2) и (4) в (1), определим зависимость коэффициента гармоник от амплитуд и углов отсчета ступеней

$$K_г = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{16} \sum_{m=1}^{p} a_m^2(\alpha_{m+1} - \alpha_m) - \sum_{m=1}^{p} A_m^2 - 2 \sum_{m=1}^{p-1} A_m \sum_{m=1}^{p} A_{m+1}}}{\sum_{m=1}^{p} A_m} . \qquad (5)$$

Другим показателем, характеризующим качество выходного напряжения, является коэффициент формы, равный

$$K_ф = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2} \sum_{m=1}^{p} a_m^2(\alpha_{m+1} - \alpha_m)}}{\sum_{m=1}^{p} a_m(\alpha_{m+1} - \alpha_m)} . \qquad (6)$$

Для определения параметров ступенчатого напряжения из условия минимума коэффициента гармоник находим частные производные от этого коэффициента по всем амплитудам и углам отсчета ступеней.

Производные коэффициента гармоник по амплитудам ступеней равны:

$$\frac{\partial K_г}{\partial a_1} = (\alpha_2 - \alpha_1) \sum_{m=1}^{p} A_m - \frac{A_1}{a_1} \sum_{m=1}^{p} a_m^2(\alpha_{m+1} - \alpha_m) ;$$

$$\frac{\partial K_г}{\partial a_2} = (\alpha_3 - \alpha_2) \sum_{m=1}^{p} A_m - \frac{A_2}{a_2} \sum_{m=1}^{p} a_m^2(\alpha_{m+1} - \alpha_m) ; \qquad (7)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{\partial K_г}{\partial a_p} = (\alpha_{p+1} - \alpha_p) \sum_{m=1}^{p} A_m - \frac{A_p}{a_p} \sum_{m=1}^{p} a_m^2(\alpha_{m+1} - \alpha_m) .$$

Производные коэффициента гармоник по углам отсчета ступеней равны:

$$\frac{\partial K_г}{\partial \alpha_1} = a_0 + a_1) \sum_{m=1}^{p} A_m + 2\sin\alpha_1 \sum_{m=1}^{p} a_m^2(\alpha_{m+1} - \alpha_m) ;$$

$$\frac{\partial K_г}{\partial \alpha_2} = (a_1 + a_2) \sum_{m=1}^{p} A_m + 2\sin\alpha_2 \sum_{m=1}^{p} a_m^2(\alpha_{m+1} - \alpha_m) ; \qquad (8)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{\partial K_г}{\partial \alpha_p} = (a_{p-1} + a_p) \sum_{m=1}^{p} A_m + 2\sin\alpha_p \sum_{m=1}^{p} a_m^2(\alpha_{m+1} - \alpha_m) ,$$

где

$$\alpha_{p+1} = \frac{\pi}{2} .$$

Приравнивая нулю полученные производные, находим систему уравнений, общее количество которых равно 2p.

$$\left.\begin{aligned} a_1(\alpha_2 - \alpha_1) &= C(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) ; \\ a_2(\alpha_3 - \alpha_2) &= C(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_4) ; \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_p(\alpha_{p+1} - \alpha_p) &= C(\cos\alpha_p - \cos\alpha_{p+1}) . \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

$$
\left.\begin{aligned}
a_1 &= 2\,C \sin \alpha_1\,; \\
a_2 + a_1 &= 2\,C \sin \alpha_2\,; \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \\
a_p + a_{p-1} &= 2\,C \sin \alpha_p\,,
\end{aligned}\right\} \qquad (10)
$$

где

$$
C = \frac{2\sqrt{2}\,U_Д^2}{U_{Д1}}\,.
$$

Исключая из (9) и (10) a_1, a_2, ..., a_p, получим новую систему уравнений, в которой количество неизвестных равно числу ступеней — p

$$
\begin{aligned}
&2(\alpha_2 - \alpha_1)\sin\alpha_1 - \cos\alpha_1 = 0\,; \\
&2(\alpha_3 - \alpha_2)(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1) - \cos\alpha_2 + \cos\alpha_3 = 0\,; \qquad (11) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&2(\alpha_{p+1} - \alpha_p)\,[\sin\alpha_p - \sin\alpha_{p-1} + \sin\alpha_{p-2} - \\
&- \ldots + (-1)^{p+1}\sin\alpha_1] - \cos\alpha_p + \cos\alpha_{p+1} = 0\,.
\end{aligned}
$$

Решение этой системы позволяет определить углы отсчета всех ступеней. Определение параметров кривой без нулевой ступени (рис. 1б) производится по (11) при $\alpha_1 = 0$.

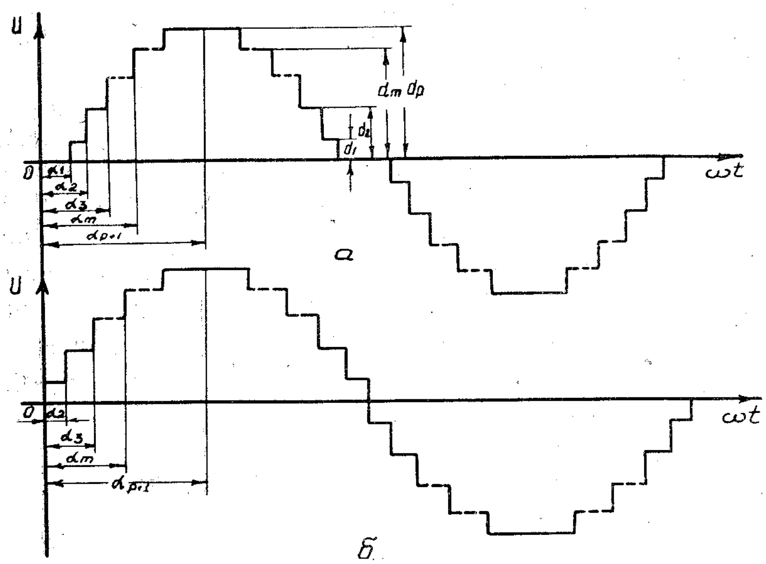

Рис. 1

Как следует из (11), углы отсчета не могут быть найдены аналитическими методами, так как связаны между собой системой трансцендентных уравнений. Эта система для различного числа ступеней решена на ЦВМ. Результаты решений для $p = 1 \div 6$ представлены в табл. 1 с нулевой ступенью и в табл. 2 — без нулевой ступени.

С помощью найденных углов из (9) и (10) находится относительная величина амплитуды любой ступени напряжения.

$$
\frac{a_m}{a_p} = \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_p\right)(\cos\alpha_m - \cos\alpha_{m+1})}{\cos\alpha_p\,(\alpha_{m+1} - \alpha_m)}\,. \qquad (12)
$$

Выражение (12) справедливо и в том случае, когда углы отсчета заданы и имеют произвольное соотношение между собой.

Рассмотрим частный случай формулы (12) для четырех наиболее характерных форм ступенчатого напряжения: с нулевой ступенью и без нее, с равными на полупериоде или четверти периода длительностями ступеней. Такие длительности принимаются при нахождении параметров напряжения из условия уничтожения низших гармоник. В этом случае из (12) получаем одно общее выражение для определения амплитуд ступеней указанных форм

$$\frac{a_m}{a_p} = U_{m0} \sin\left(\frac{\pi}{k} m - \gamma\right).$$

где $U_{m0} = 1$ или $U_{m0} = \sec\frac{\pi}{2k}$ для напряжений с равными длительностями ступеней в течение полупериода или четверти периода соответственно,

$$\gamma = \begin{cases} \frac{\pi}{2k} & \text{— для напряжений без нулевой ступени,} \\ 0 & \text{— для напряжений с нулевой ступенью.} \end{cases}$$

Сравнение (12) с аналогичной формулой, найденной из условия уничтожения низших гармоник [2, 3] показывает, что они полностью совпадают. Таким образом, рассмотренное условие является наиболее общим, из которого как частный случай могут быть получены выражения для определения параметров ступеней, при которых обеспечивается уничтожение низших гармоник.

Используя найденные параметры на рис. 2, 3, 4, построены соответственно зависимости коэффициента гармоник, амплитуды первой гармоники и коэффициента формы в функции от числа ступеней напряжения с нулевой ступенью (кривая 1) и без нее (кривая 2). Для сравнения приведены аналогичные зависимости для напряжений, параметры ступеней которых определены из условия уничтожения низших гармоник (кривые 3, 4). Видно, что напряжение с оптимальными параметрами имеет меньшую величину коэффициента гармоник, большее значение полезной составляющей, а коэффициент формы быстрее приближается к своему предельному значению, равному 1,11.

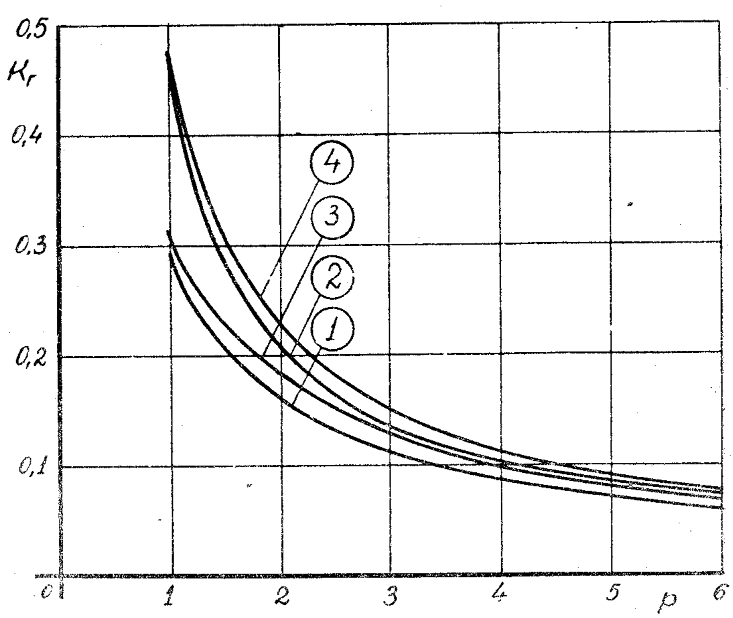

Рис. 2

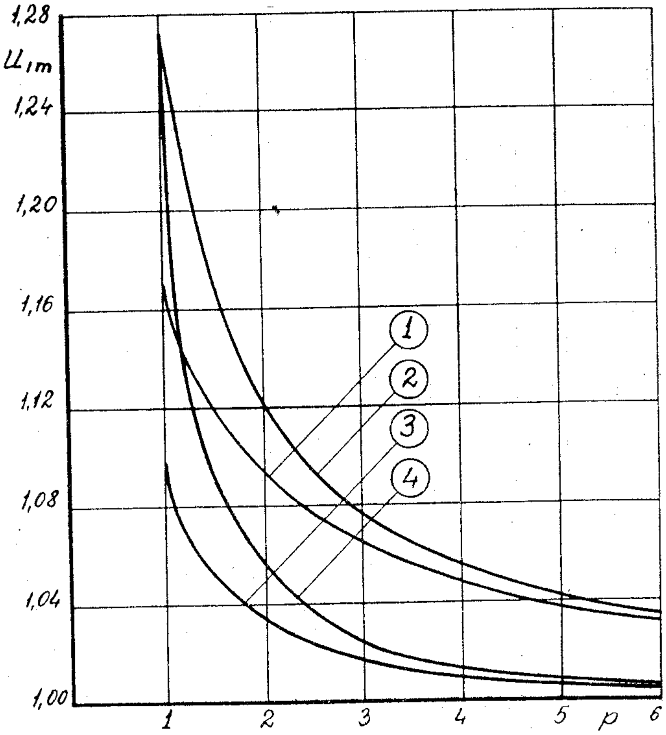

Рис. 3

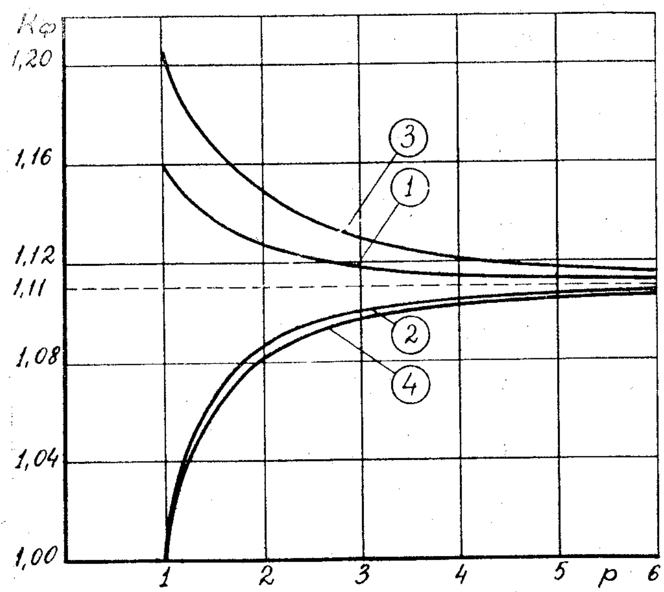

Рис. 4

На рис. 5 изображена диаграмма амплитуд высших гармоник U_{mn} для трехступенчатых напряжений без нулевой ступени с найденными (сплошные линии) и известными (пунктирные) параметрами ступеней. Из нее следует, что амплитуды одноименных гармоник обоих напряжений различны, причем у первого из них они всегда меньше.

Обычно отсчет числа ступеней производится от нуля, в котором уровень напряжения не всегда определен (напряжение без нулевой ступени). Более правильно за начало отсчета принимать момент $t=\pi/4$, в ко-

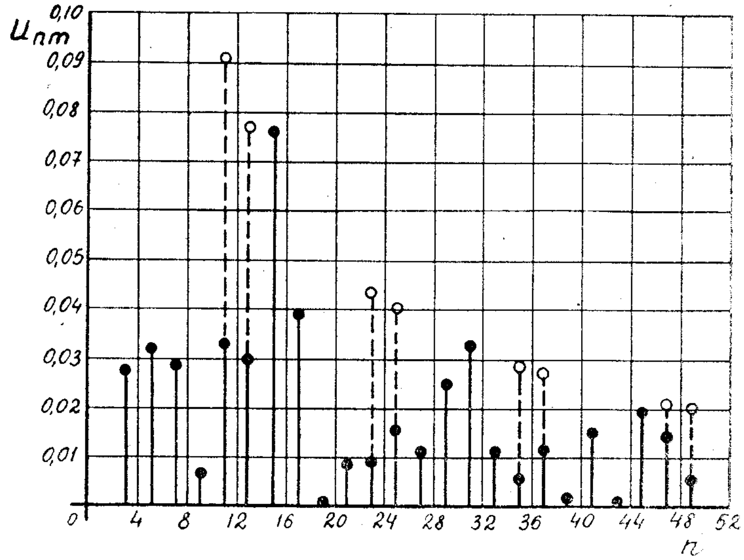

Рис. 5

тором напряжение всегда имеет максимальное значение. В этом случае количество ступеней на полупериоде для напряжения с нулевой ступенью всегда равно четному $K=2p$, а без нее нечетному $K=2p-1$ числу.

На рис. 6 приведены зависимости $K_r=f(k)$ для напряжения с оптимальными параметрами (кривая 1) и напряжения, параметры ступеней которого определены из условия уничтожения низших гармоник (кри-

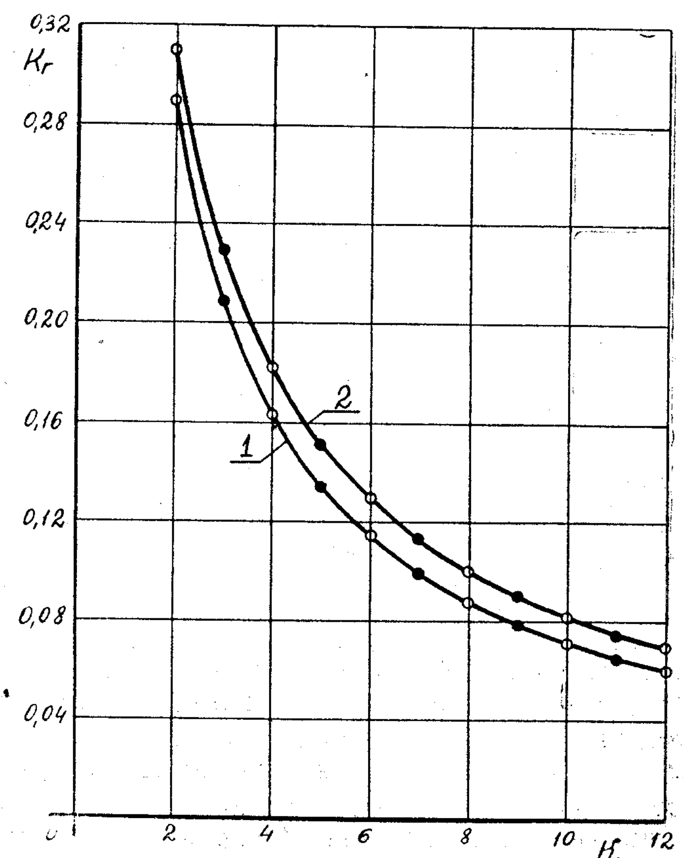

Рис. 6

Таблица 1

p	Величины ступеней a_m						Коэффиц. гармоник	Углы отсчета ступеней					
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	$K^г$	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
1	1						0,2896	23°13′9″					
2	0,5229	1					0,1638	13°27′32″	42°40′26″				
3	0,3546	0,6947	1				0,1147	9°28′16″	29°8′26″	51°51′31″			
4	0,2685	0,5305	0,7802	1			0,0883	7°18′8″	22°13′30″	38°20′53″	57°25′19″		
5	0,2159	0,4284	0,6350	0,8286	1		0,0718	5°56′30″	17°59′27″	30°38′51″	44°33′32″	61°14′16″	
6	0,1803	0,3587	0,5343	0,7027	0,8614	1	0,0605	4°59′46″	15°5′20″	25°32′53″	36°41′12″	49°3′45″	64°1′30″

Таблица 2

p	Величины ступеней a_m						Коэффиц. гармоник	Углы отсчета ступеней				
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	$K^г$	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
1	1						0,4850					
2	0,3480	1					0,2089	35°9′3″				
3	0,2127	0,6270	1				0,1349	22°31′43″	47°56′1″			
4	0,15343	0,4559	0,7441	1			0,0998	16°37′17″	34°16′48″	54°57′9″		
5	0,1201	0,3582	0,5896	0,8078	1		0,0792	13°11′2″	26°51′37″	41°46′28″	59°32′10″	
6	0,09868	0,2948	0,4873	0,6731	0,8421	1	0,0657	10°55′14″	22°6′58″	33°57′33″	47°2′24″	62°46′45″

вая 2). Графики показывают, что кривые $K_г$ для напряжения с нулевой ступенью (светлые точки) и без нее (темные точки) совпадают в обоих случаях.

Выводы

1. В общем случае параметры ступенчатого напряжения, определенные из условий уничтожения низших гармоник и минимума коэффициента гармоник, оказываются различными, однако при кратных углах отсчета ступеней напряжения эти параметры получаются одинаковыми, т. е. условие уничтожения низших гармоник является частным случаем условия минимума коэффициента гармоник.

2. Коэффициент гармоник выходного напряжения с параметрами, определенными из условия минимального значения этого коэффициента, лучше, чем для напряжения с параметрами, определенными из условия уничтожения низших гармоник на 2,1% при одноступенчатом и на 1% при шестиступенчатом напряжении.

3. Кривые с нулевой ступенью и без нее соответствуют напряжениям с четным и нечетным количеством ступеней.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. А. Войтович, О. И. Хасаев. Транзисторные преобразователи с многоступенчатой формой выходного напряжения. «Автоматика и телемеханика», 1967, № 8.

2. С. С. Тонкаль. К гармоническому анализу ступенчатой функции, аппроксимирующей синусоидальное напряжение. «Проблемы технической электродинамики», 1970, № 24.

3. В. Г. Константинов. Многофазные преобразователи на транзисторах. М., «Энергия», 1972.