

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ МЕХАНИКИ СТРУЖКООБРАЗОВАНИЯ ПРИ РЕЗАНИИ МЕТАЛЛОВ

М. Ф. ПОЛЕТИКА

(Представлена научно-техническим семинаром кафедры станков и резания металлов)

Для теоретической разработки вопросов износа режущего инструмента и обрабатываемости металлов резанием, для анализа влияния условий резания на прочность режущей части инструмента, а также для решения ряда других актуальных вопросов необходимо дальнейшее развитие механики процесса резания, главным образом в той ее части, которая касается контактных явлений на передней поверхности инструмента, их связи со стружкообразованием, а также их зависимости от разнообразных факторов: свойств обрабатываемого и инструментального материалов, геометрических параметров инструмента, элементов режима резания и других факторов. Большинство из связанных с этим задач очень далеки от своего полного разрешения, и излагаемые ниже результаты наших исследований призваны частично восполнить этот недостаток.

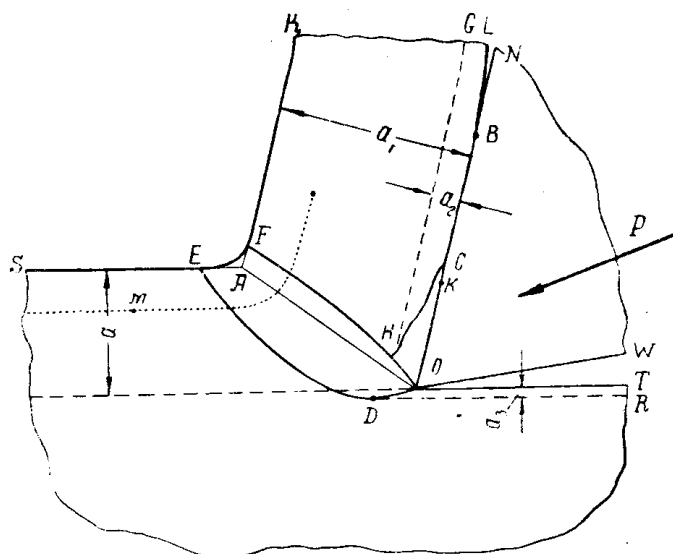


Рис. 1.

Одна из важнейших задач, к рассмотрению которой мы сейчас перейдем, — это задача о распределении контактных напряжений на передней грани резца.

Обратимся к рис. 1, на котором приведена схема зоны резания в современном представлении. В середине этой зоны располагается пластическая область $EFHCOD$, стесненная между двумя упруго напряженными областями $SEDOT$ (изделие) и $FKLCH$ (стружка). Саму пластическую область обычно подразделяют на две части: зону основных сдвиговых деформаций (основную пластическую область) $EFHOD$ и зону вторичных деформаций OHC в контактном слое стружки.

Материал резца NOW напряжен упруго, и потому природа контакта стружки с резцом двоякая. На участке OC упругое тело соприкасается с пластическим (пластический участок контакта); на участке CB мы имеем контакт двух упругих тел (упругий участок контакта).

Как показывают экспериментальные исследования [1], с ростом скорости резания размеры основной пластической области значительно сокращаются. Уменьшается и толщина пластической области в контактном слое стружки, хотя соотношение между длиной OC пластического участка контакта и полной длиной контакта OB при этом остается примерно постоянным. Естественно, что с уменьшением толщины пластических областей возрастает роль упругих областей в распределении напряжений в зоне резания.

Если не ставить целью точное исследование напряженно-деформированного состояния внутри пластической области, а ограничиться лишь выяснением общего поля напряжений, в частности контактных напряжений на передней грани, то в достаточно общей математической постановке задачу о резании можно рассматривать как упруго-пластическую контактную задачу. Однако сложный характер граничных условий не позволяет решить эту задачу в общей постановке даже с использованием обычных упрощающих допущений (задача — статическая и плоская, температура постоянна во всех точках зоны резания, материал изотропен и т. д.): Приходится вводить дополнительные ограничения.

Нами было предположено, что

1) резец представляет собой жесткое (абсолютно твердое) тело;

2) в пределах всей зоны резания материал напряжен только упруго;

3) коэффициент трения стружки о резец постоянен во всех точках контакта.

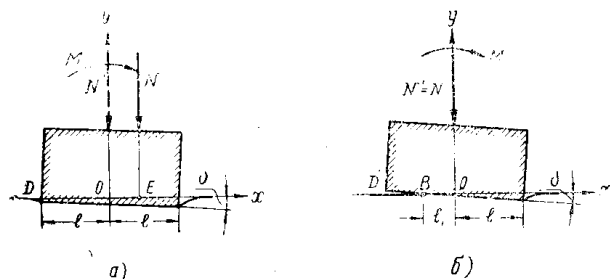


Рис. 2.

Так как точка приложения действующей силы к передней грани резца (центр давления стружки на резец) всегда расположена не посередине длины контакта, а ближе к вершине резца, то рассматриваемую контактную задачу можно уподобить задаче о давлении на некоторую упругую область жесткого штампа, который нагружен несимметрично приложенной силой или, что то же самое, центрально действующей силой и моментом. Под действием момента штамп поворачивается, упруго деформируя основание, в результате чего, начиная с некоторой величины момента, подошва штампа отойдет от основания (рис. 2, а). Совершенно аналогичную картину мы наблюдаем и при резании, когда резец, упруго деформируя стружку и всю зону резания, отходит от стружки в некоторой точке B (рис. 2, б)

Для решения поставленной задачи был использован математический аппарат теории функций комплексного переменного. Ввиду сложной

формы исследуемой упругой области (зоны резания) мы применили конформное отображение полуплоскости на эту область. В частном случае, при нулевом переднем угле (только этот случай и позволяет выразить окончательные результаты через элементарные функции)

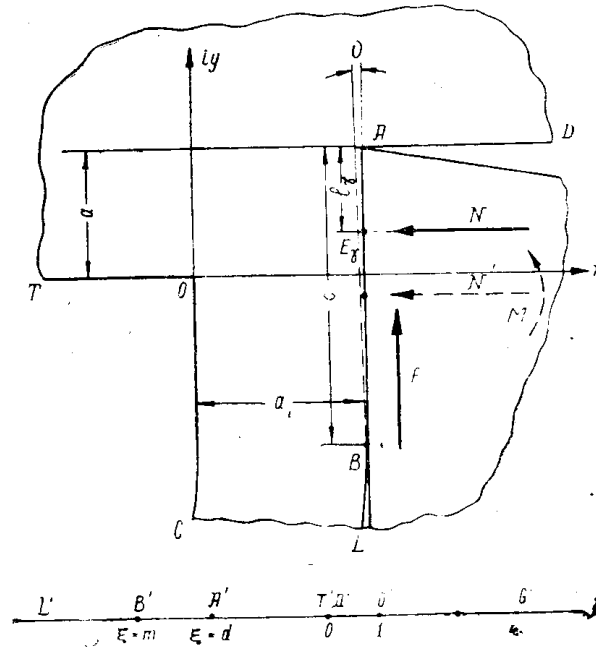


Рис. 3:

функция, осуществляющая конформное преобразование, выражается следующим образом:

$$z = \omega(s) = \frac{a_1}{\pi i} \left[-\frac{\sqrt{(s-1)(s-d_0)}}{s} + \ln \frac{\sqrt{s-d_0} + \sqrt{s-1}}{\sqrt{s-d_0} - \sqrt{s-1}} - \frac{1+d_0}{2\sqrt{d_0}} \ln \frac{\sqrt{s-d_0} + \sqrt{d_0(s-1)}}{\sqrt{s-d_0} - \sqrt{d_0(s-1)}} \right], \quad (1)$$

где

$z = x + iy$ — комплексная координата в исходной области,

$s = \xi + i\eta$ — комплексная координата в преобразованной области,

и в соответствии с рис. 3:

a — толщина среза

a_1 — толщина стружки.

Воспользовавшись уравнениями плоской теории упругости в комплексном представлении, мы решили поставленную задачу как частный случай задачи линейного сопряжения [2]. Было получено следующее выражение для контактного давления в любой точке на длине сопряжения стружки с резцом:

$$p(y) = p(\xi) = -\frac{2N\sqrt{md_0}(A_1m - A_3d_0)\sqrt{\xi-m}}{a_1[2mA_1(\sqrt{md_0}-m) + A_3(m-d)]\sqrt{1-\xi}}. \quad (3)$$

В этом выражении коэффициенты A_1 и A_2 определяются по формулам

$$A_1 = \frac{a_1}{\pi} \left(2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{1-d_0}{d_0-m}} - \pi \right), \quad (4)$$

$$A_2 = \frac{a_1 \sqrt{-m}}{\pi} \ln \frac{\sqrt{m(d_0 - 1)} + \sqrt{d_0 - m}}{\sqrt{m(d_0 - 1)} - \sqrt{d_0 - m}}, \quad (5)$$

а остальные входящие в него величины означают:

y — ордината текущей точки в исследуемой области (рис. 3);

ξ — абсцисса текущей точки в преобразованной области;

m — значение этой абсциссы в точке (точнее, образе точки) отрыва стружки от резца;

N — нормальная сила на передней грани резца.

Величина ξ может быть определена для каждого текущего значения y , для чего можно воспользоваться выражением (1), преобразовав его для случая $\eta = 0$, $s = \xi$ (η — ордината в отображенной области). Удобнее, однако, для этой же цели применить иную формулу:

$$\psi = \frac{a_1^2}{\pi c} \left[\ln \frac{\sqrt{1 - \xi} + \sqrt{d_0 - \xi}}{\sqrt{1 - \xi} - \sqrt{d_0 - \xi}} - \frac{\sqrt{(1 - \xi)(d_0 - \xi)}}{\xi} - \frac{2}{\xi} \arctg \sqrt{\frac{d_0 - \xi}{d_0(\xi - 1)}} \right], \quad (6)$$

в которой

ξ — усадка стружки,

c — длина контакта стружки с резцом,

а ψ — относительное расстояние (в долях длины контакта) текущей точки от вершины резца. Через ординату y величина выражается следующим образом:

$$\psi = \frac{a - y}{c}. \quad (7)$$

Формула (6) легко может быть представлена в виде номограммы.

Одновременно с теоретическим было проведено экспериментальное исследование распределения контактных напряжений на передней

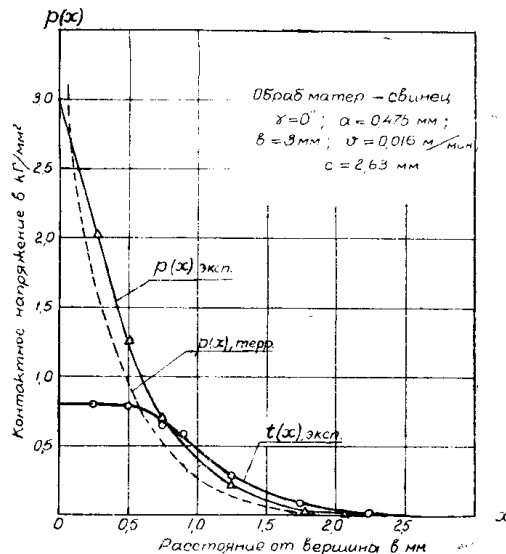


Рис. 4.

грани резца, для чего мы применили поляризационно-оптический способ изучения напряжений. О методике его применения и о полученных результатах ранее уже сообщалось [3]. Как следует из рис. 4, теоретическая и экспериментальная кривые контактного давления достаточно близки друг к другу. Теоретическая эпюра тангенциального контактного напряжения на рис. 4 не приведена, так как с соответствующей экспериментальной кривой она заведомо совпадать не будет. Допущение о постоянстве коэффициента трения на длине контакта, не влияющее сколько-нибудь заметно на точность решения для контактного давления, в данном случае приводит к большим отклонениям.

Анализ и обобщение теоретических результатов, экспериментальных данных, полученных поляризационно-оптическим методом при резании различных материалов (свинец, кадмий, медь), а также дан-

ных специальных опытов, проведенных при высоких скоростях резания по стали с резцом, имеющим ограниченную длину передней грани, показывают, что принципиальный характер эпюр контактных напряжений остается неизменным при вариации условий резания в достаточно широких пределах.

Характер эпюр контактных напряжений довольно тесно связан с относительной длиной пластического участка контакта (OC на рис. 1). В пределах этого участка касательное напряжение τ_m примерно постоянно и должно быть немного выше предела текучести материала стружки. Нормальное напряжение на участке OC должно быть достаточно большим, чтобы поддерживалось пластическое состояние в контактном слое.

Положение точки C , отделяющей пластический участок контакта от упругого, зависит от условий трения на передней грани. Как известно, в обычном случае сухого трения действительная площадь контакта разноименных трущихся поверхностей всегда меньше номинальной площади их соприкосновения и зависит от величины контактного давления, увеличиваясь с его повышением. При резании контактное давление вблизи вершины резца столь велико, что контакт здесь сплошной, действительная площадь контакта равна номинальной. По мере отдаления от вершины контактное давление падает и, начиная с некоторой точки K (рис. 1), фактическая площадь контакта становится меньше видимой и продолжает уменьшаться вплоть до точки B отрыва стружки от резца, что подтверждается непосредственным экспериментом [1,4].

В условиях высокой частоты соприкасающихся поверхностей, свойственной процессу резания, процесс трения на участке несплошного контакта должен характеризоваться повышенной ролью адгезии и сопровождаться образованием и разрушением связей между поверхностями стружки и резца. При этом связи возникают на вершинах поверхностных неровностей (выступов), а разрушение (срез) происходит преимущественно в более мягком материале (стружке).

Выберем в пределах участка KB небольшую площадку ΔA_n и обозначим через ΔA_ϕ фактическую площадь контакта в границах этой площадки. Тогда из условий равновесия мы должны получить

$$\tau_c \Delta A_\phi = \tau_m \Delta A_1, \quad (8)$$

где τ_c — касательное напряжение, необходимое для разрушения возникших связей непосредственно в местах соединения разнородных металлов;

ΔA_1 — суммарная (в пределах) площадь поперечных сечений выступов поверхности стружки в тех местах, где происходит срез;

τ_m — касательное напряжение, действующее в указанных выше сечениях.

Напряжения τ_m и τ_c не зависят (или очень слабо зависят) от координат выбранной площадки. Величина же ΔA_ϕ (при выбираемой каждый раз постоянной величине ΔA_n) будет возрастать, если двигаться от точки отрыва к вершине резца. В этом случае должна расти и правая часть равенства (8), а значит, и площадь ΔA_1 .

При достаточно большой величине реальной площади контакта ΔA_ϕ суммарное сечение выступов станет равным номинальной площади контакта ΔA_n , и равенство (8) тогда приобретает вид

$$\tau_c \Delta A_\phi = \tau_m \Delta A_n. \quad (9)$$

Физически это означает, что на данном участке контакта сила сцепления разнородных металлов достаточна, чтобы пластическая дефор-

мация распространилась вглубь наиболее мягкого из них — металла стружки. Условию (9) соответствует точка C , лежащая на границе пластического участка контакта.

Преобразуем уравнение (9) следующим образом:

$$\frac{\tau_m}{\tau_c} = \frac{\Delta A_\phi}{\Delta A_n} \quad (10)$$

Правая часть полученного выражения представляет собой соотношение между площадями реального и номинального контакта и как таковое является функцией контактного давления в точке C :

$$\frac{\Delta A_\phi}{\Delta A_n} = f(p_k), \quad (11)$$

которое мы впредь будем называть граничным контактным давлением.

Из сопоставления выражений (10) и (11) вытекает, что

$$p_k = F\left(\frac{\tau_m}{\tau_c}\right), \quad (12)$$

то есть граничное давление есть функция прочности материала стружки (τ_m) и прочности связей (τ_c), а следовательно, должно зависеть от всех тех факторов, которые либо прямо, либо косвенно могут воздействовать на эти величины.

Граничное давление является важным фактором, определяющим остальные контактные характеристики и, в первую очередь, длину контакта стружки с резцом. Последнее следует из двух отмеченных выше важных обстоятельств: постоянства относительной длины пластического участка контакта ($c_n/c = \text{const}$) и очень слабой зависимости

от условий резания закона распределения контактных давлений на передней грани. Легко при этом показать, что увеличение граничного давления всегда будет вызывать уменьшение длины контакта и наоборот.

Другой важнейшей контактной характеристикой является среднее тангенциальное контактное напряжение q_F . Н. Н. Зорев показал, что при обработке сталей это напряжение для данного обрабатываемого материала от скорости резания и температуры практически не зависит (если не учитывать зону наростообразования). Из наших опытов вытекает, что независимость напряжения q_F от целого ряда факторов (кроме прочности обрабатываемого материала) наблюдается при резании

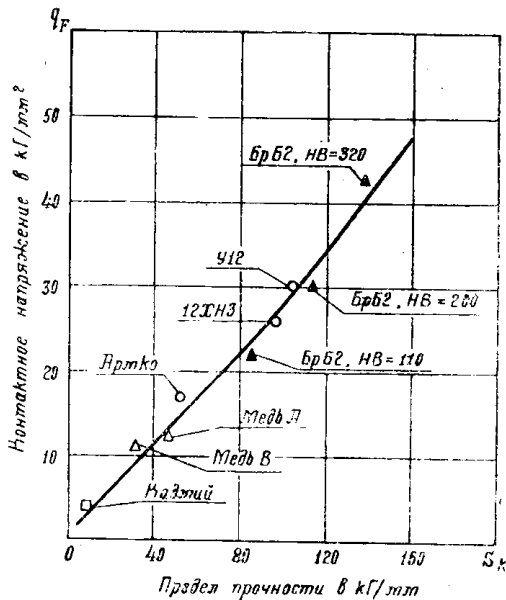


Рис. 5.

самых различных материалов (медь, бронза, латунь, алюминий, титан, кадмий и др.) и, следовательно, является общим законом стружкообразования. С повышением прочности обрабатываемого материала величина q_F также увеличивается. Как видно из рис. 5, зависимость среднего касательного напряжения от действительного предела прочности оказалась почти однозначной.

Так как сила трения F может быть определена как произведение напряжения q_F на площадь контакта стружки с резцом, то при постоянной ширине среза она в силу сказанного выше, должна быть пропорциональна длине контакта C .

Связующим звеном между контактными характеристиками (c , q_F , q_N , ρ) и параметрами собственно процесса стружкообразования (β_1 , ζ) является напряженное состояние, единое для стружки и примыкающих к ней участков изделия. При идеализации стружкообразования как процесса последовательных сдвигов, происходящих вдоль единственной плоскости сдвига, роль такого связующего звена выполняет угол действия ω , определяющий направление равнодействующей $R_{пр}$ сил на передней грани резца. При этом предполагается, что зависимость между углом действия ω и углом плоскости сдвига β_1 является однозначной, и особо подчеркивается [5], что скалярная величина равнодействующей $R_{пр}$ никакого значения в рассматриваемой связи не имеет, а есть лишь функция степени деформации в основной пластической области (β_1 , ζ).

Как показал Н. Н. Зорев, для сталей [6] однозначной связи между углами ω и β_1 в действительности не существует. Угол плоскости сдвига β_1 , помимо угла ω , зависит еще от трех факторов: механических свойств обрабатываемого материала, скорости резания и переднего угла резца. Проведя опыты с 19 обрабатываемыми металлами (преимущественно с цветными), мы не только обнаружили то же самое для других металлов, но и показали, что число факторов, определяющих угол β_1 , значительно больше трех. Это обстоятельство вместе с некоторыми другими экспериментальными фактам, на которых мы здесь не останавливаемся, приводит к заключению о непригодности схемы с единственной плоскостью сдвига для объяснения механизма связей между характеристиками контакта на передней грани и усадкой стружки (либо углом β_1).

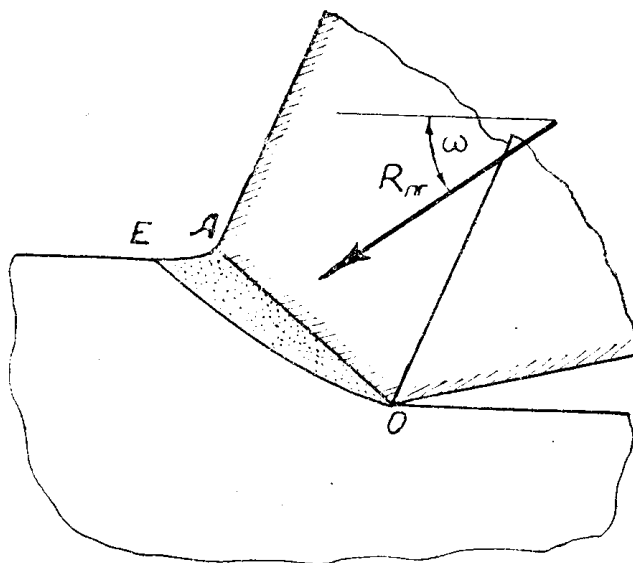


Рис. 6.

Учитывая фактические очертания основной пластической области (рис. 1) и временно пренебрегая наличием зоны вторичной деформации в контактном слое стружки, можно представить стружку и резец как единое жесткое тело — „штамп“ (рис. 6), под давлением которого

го в изделии возникает пластическая область. Естественно, что размеры этой области, а значит, и усадка стружки должны зависеть от силы, прижимающей „штамп“ к основанию. Возрастание силы $R_{пр}$, так же как и ее поворот в сторону увеличения угла ϕ , будут вести к увеличению усадки стружки.

Предлагаемая аналогия с действием „штампа“, если ее использовать в качестве расчетной схемы, приведет к более сложным математическим зависимостям, нежели те, какие вытекают из схемы с единственной плоскостью сдвига. Однако она лучше отражает фактическое напряженное состояние в зоне резания, чем схема с единственной плоскостью. В частности, эта аналогия наглядно показывает, что усадка стружки зависит не только от направления равнодействующей $R_{пр}$, но и от ее скалярной величины. Как следует из рис. 7, самостоятельное влияние последней на усадку стружки подтверждается непосредственными опытами.

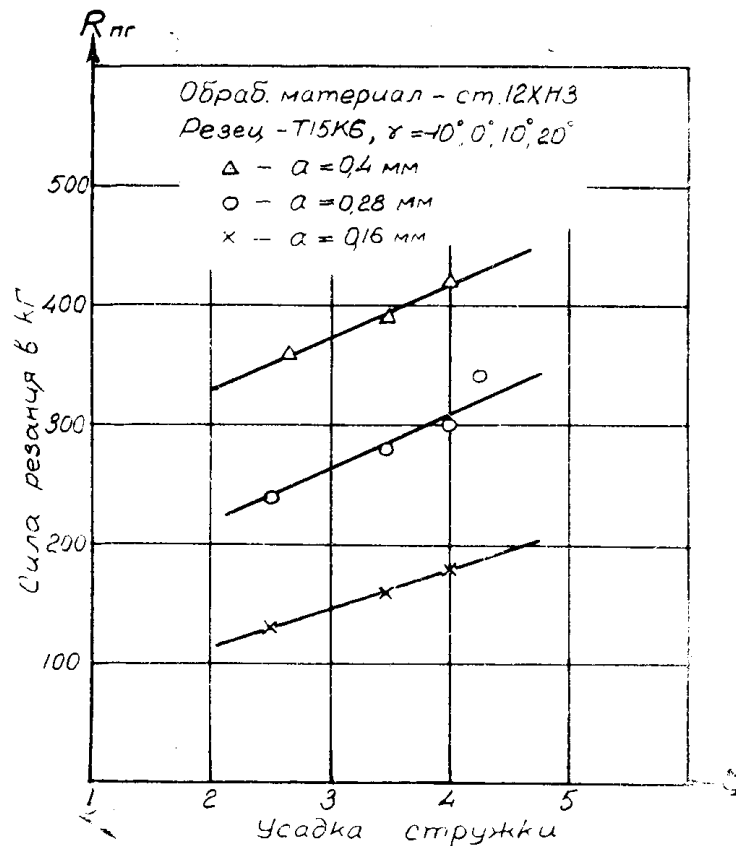


Рис. 7.

Изложенные выше соображения о взаимосвязи между различными характеристиками процесса образования стружки, если их дополнить анализом механизма влияния на стружкообразование внешних независимых факторов, приводят к схеме взаимодействия факторов в процессе резания, представленной на рис. 8. Переходя к рассмотрению этой схемы, отметим, что из-за сложности напряженно-деформированного состояния и физических закономерностей при резании она не в состоянии отразить все связи, имеющие место в реальном процессе, а иллюстрирует лишь главные из них.

Внешние независимые факторы мы делим на пять групп: свойства обрабатываемого материала, свойства материала инструмента, геометрические параметры инструмента, элементы режима резания. К основным контактным характеристикам относим граничное контактное давление p_k , температуру резания, длину контакта s стружки с резцом, среднее тангенциальное контактное напряжение q_F и силу трения F на передней грани. Усадка стружки и главная составляющая сил, приложенных к передней грани, взяты в качестве главных параметров собственно процесса стружкообразования.

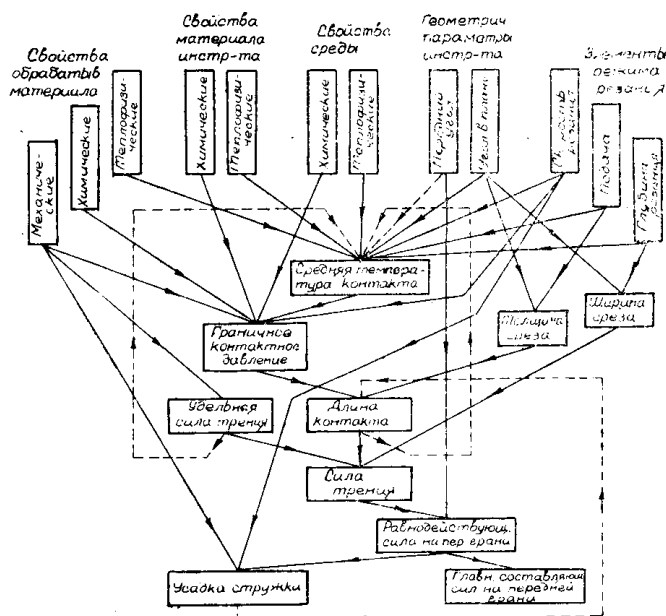


Рис. 8.

Структура связей между четырьмя контактными характеристиками: p_k , q_F , s и F выше уже обсуждалась. Остановимся теперь на механизме влияния пятой характеристики — средней температуры контакта (температуры резания).

Тепло, возникающее в зоне контакта стружки с резцом обязано своим происхождением двум процессам: процессу деформации в пластической области *ОНС* (рис. 1) и процессу трения на передней поверхности резца. Область *ОНС* имеет относительно большой объем, образовавшееся в ней тепло распределяется более или менее равномерно, резкого повышения температуры в отдельных точках не наблюдается.

В процессе собственно трения источником возникновения тепла является тонкий поверхностный слой в пределах действительного контакта. Исследования показывают [7], что температура в этом слое может достигать очень высоких значений, близких к температуре плавления наиболее легкоплавкого из соприкасающихся материалов.

Так как при обычном трении действительная площадь контакта всегда меньше номинальной и касание происходит по отдельным выступам поверхности, то под действием этой высокой температуры в первую очередь попадают микрообъемы выступов. Выступы, в особенности, их слои, непосредственно прилегающие к поверхности контакта, столь сильно прогреваются, что их твердость снижается вплоть до возможного расплавления.

При резании аналогичные явления имеют место на участке прерывистого контакта, в частности, в окрестности точки C (рис. 1). Это означает, что с повышением температуры будет уменьшаться сопротивление τ_c срезу образовавшихся контактов. В соответствии с формулой (12) граничное давление будет при этом возрастать, а длина контакта и сила трения, напротив, уменьшаться.

Схема на рис. 8 отображает многостороннее влияние на процесс резания свойств обрабатываемого и инструментального материалов, а также окружающей среды. Теплофизические их свойства (главным образом, теплопроводность) влияют на стружкообразование через температуру резания, химические свойства — непосредственно через граничное давление, механизм влияния механических свойств — наиболее сложный.

Факт значительного влияния на процесс резания химических свойств обрабатываемого и инструментального материала установлен нами впервые и имеет принципиальное значение. Физическая природа этого влияния обусловлена специфическими условиями трения при резании (очищенные поверхности, высокие температуры и контактные давления), благодаря которым процесс трения сопровождается интенсивной адгезией (схватыванием) соприкасающихся поверхностей. Поэтому характеристики трения при резании должны зависеть от элементарных сил взаимодействия между поверхностями резца и стружки и, следовательно, от химических свойств их материалов по отношению друг к другу.

Работы в области трения и схватывания разнородных металлов [8, 9] свидетельствуют, что интенсивность задиров и схватывания при трении находится в прямой зависимости от способности контактирующих металлов образовывать между собой твердые растворы и вступать в химические соединения. Она тем выше, чем выше указанная способность.

Проверить справедливость этих заключений в применении к процессу резания путем вариации обрабатываемых материалов невозможно, так как, подбирая материалы с различными химическими свойствами, мы неизбежно меняем весь комплекс остальных свойств обрабатываемого материала, в том числе и механические его свойства, которые оказывают самостоятельное и существенное влияние на стружкообразование. Однако желаемый результат можно получить за счет использования различных инструментальных материалов.

Нами были проведены опыты по точению двух обрабатываемых материалов: свинца и меди резцами из различных инструментальных материалов (быстрорежущая сталь Р9, твердые сплавы ВК8, Т5КЮ, Т15К6, бериллиевая бронза БрБ2, титановый сплав ВТ-2, вольфрам, стали У12 и Г13). Свинец является химически инертным металлом, не образуя с большинством металлов ни твердых растворов, ни химических соединений. Поэтому, как мы и ожидали, при резании свинца никакого влияния на стружкообразование химических свойств материала инструмента не наблюдается. Усадка стружки изменяется незначительно, являясь почти однозначной функцией теплопроводности инструментального материала.

При обработке химически активной меди картина резко меняется. Как легко видеть на рис. 10 и 9, влияние инструментального материала на характеристики процесса резания чрезвычайно велико. Переход от вольфрамового резца к бронзовому влечет за собой увеличение усадки стружки почти в четыре раза, а силы трения примерно в 8 раз.

Любопытно отметить, что теплопроводность вольфрама значительно выше, чем у сплава ВТ-2. Поэтому если бы отсутствовало влияние контактных химических свойств пары, то с учетом разницы в перед-

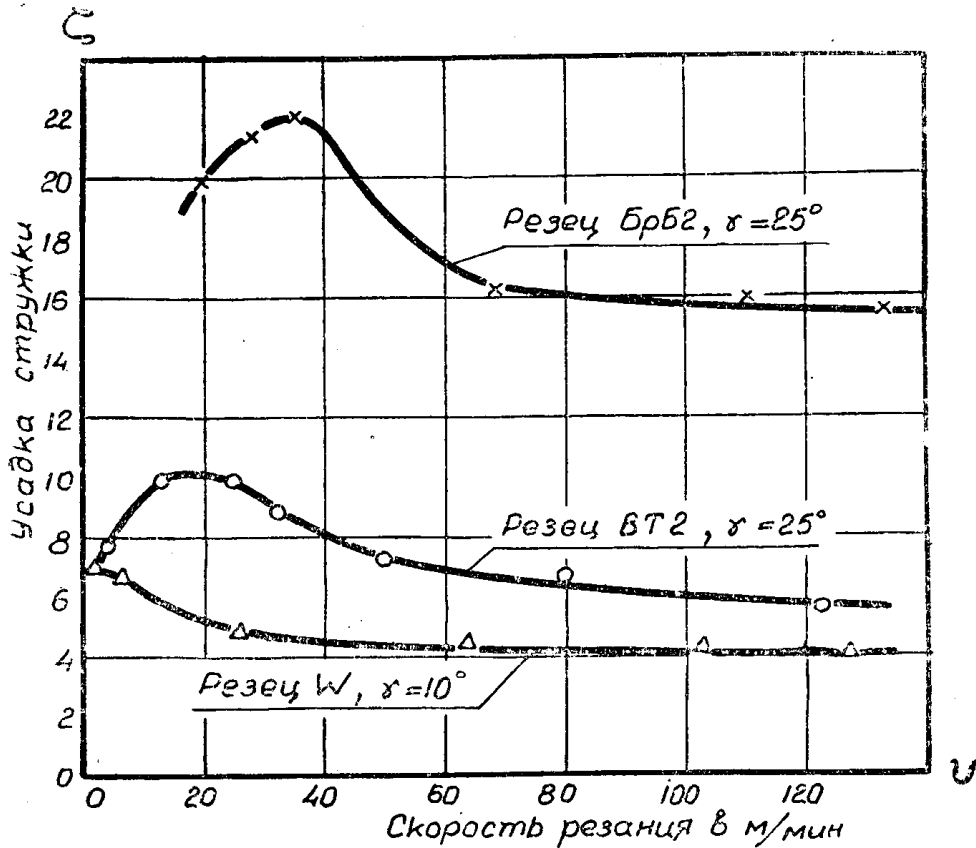


Рис. 9.

них углов вольфрамового и бронзового резцов кривые, соответствующие первому из них, должны были бы располагаться несравненно выше, чем мы видим на графиках.

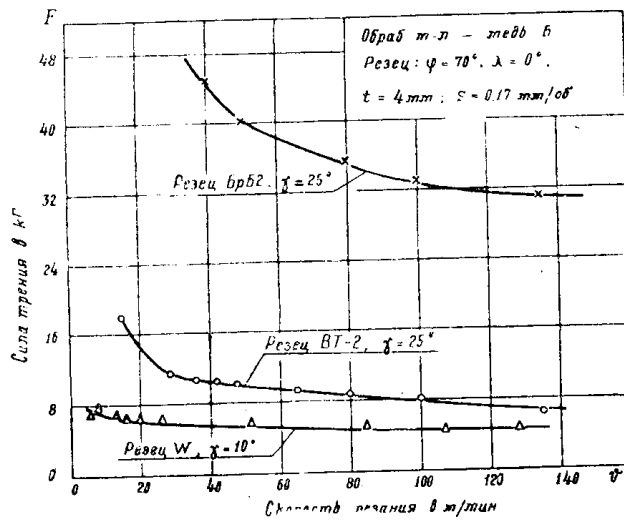


Рис. 10.

Таким образом, при определенных условиях, обеспечивающих эффективное проявление химических свойств в контакте, влияние

материала инструмента на характеристики процесса резания становится очень существенным. Механизм этого влияния (так же, как и влияния химических свойств обрабатываемого материала) определяется структурой выражения (12). Чем активнее взаимодействуют поверхности стружки и резца, тем больше величина напряжения τ_c , необходимого для разрушения интерметаллических контактов, и тем ниже граничное контактное давление. Понижение этого давления влечет за собой увеличение длины контакта стружки с резцом, силы трения и, в конечном счете, усадки стружки.

Выяснить экспериментально, как влияют на процесс стружкообразования механические свойства обрабатываемого материала, значительно легче, чем сделать это в отношении химических его свойств. Мы для этой цели выбрали в качестве обрабатываемого материала бериллиевую бронзу БрБ2, придав ей с помощью термической обработки различную твердость. Опыты показали, что изменение механических свойств вызывает изменение всех характеристик стружкообразования: длины контакта, средних контактных напряжений, силы трения, усадки стружки. В качестве иллюстрации мы приводим на рис. 11 результаты измерения усадки стружки при точении бронзы трех твердостей.

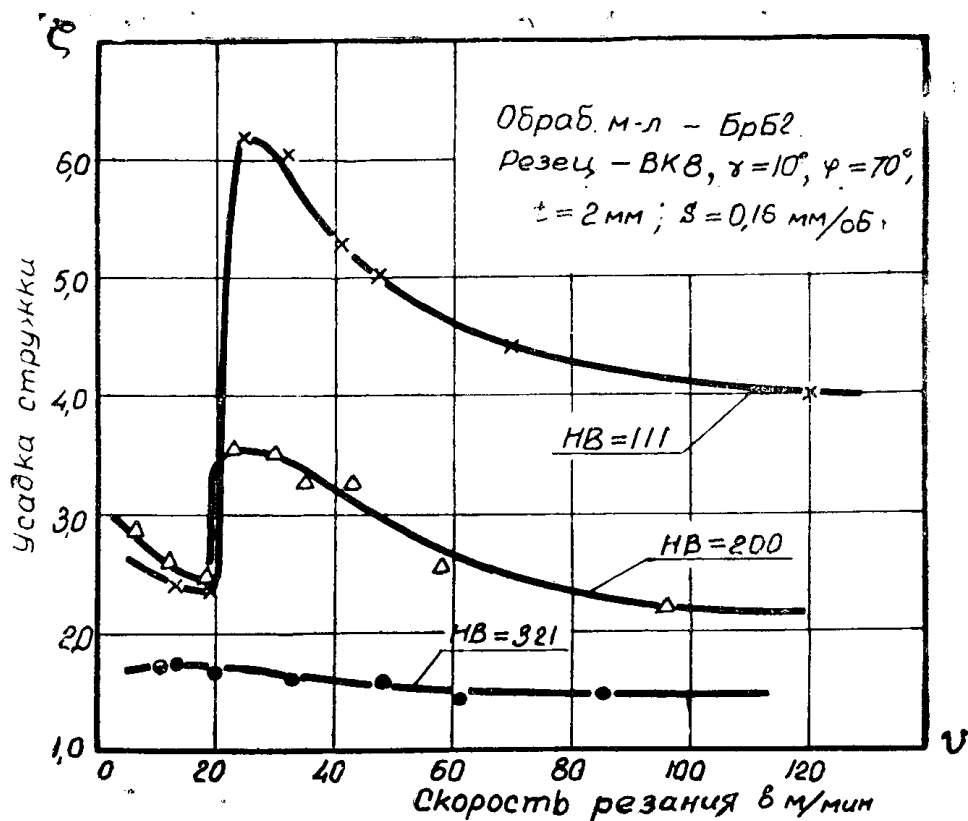


Рис. 11.

В соответствии со схемой на рис. 8 природа воздействия механических свойств обрабатываемого материала на процесс резания определяется тремя линиями влияния. Во-первых, с повышением прочностных свойств обрабатываемого металла растет напряжение сдвига τ_m в контактной зоне стружки и согласно формуле (12) возрастает граничное контактное давление. Длина контакта при этом будет уменьшаться, снижая тем самым величину силы трения.

Во-вторых, одновременно с напряжением τ_m будет расти и среднее касательное контактное напряжение q_F , что будет, напротив, увеличивать силу трения. Опыты показывают, что первая линия влияния в данном случае доминирует и сила трения с повышением твердости обрабатываемого материала уменьшается.

Наконец, механические свойства обрабатываемого материала оказывают непосредственное влияние на поведение материала внутри основной пластической области. Возвращаясь к аналогии с действием штампа (рис. 6), можно утверждать, что при том же значении вектора равнодействующей силы размеры пластической области под штампом, а следовательно, и усадка стружки будут тем больше, чем мягче обрабатываемый материал.

Влияние скорости на процесс стружкообразования тоже происходит по нескольким каналам. Механизм этого влияния уже обсуждался в литературе [1] и мы на нем останавливаться не будем.

Что касается влияния на процесс резания элементов сечения среза, то оно двоякое. С одной стороны как глубина резания, так и подача воздействуют на среднюю температуру контакта стружки с резцом: с их увеличением последняя растет. С другой стороны, каждый из этих параметров играет роль геометрического фактора: с ростом подачи растут толщина среза и длина контакта, а глубина резания через ширину среза определяет величину силы трения.

Примерно аналогичную роль выполняет и угол в плане резца, который, помимо температуры резания, определяет форму поперечного сечения среза, то есть соотношение между толщиной и шириной среза.

Передний угол является одним из наиболее важных внешних факторов. Этим углом определяется ориентация контактной зоны на передней грани по отношению к основной пластической области и тем самым степень стесненности течения в этой области. Геометрически передний угол совместно с силой трения определяют величину и направление равнодействующей, то есть вектор $R_{пг}$, что и показано на схеме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зорев Н. Н. Вопросы механики процесса резания металлов. Машгиз, М., 1956
2. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Изд. АН СССР, М.—Л., 1949.
3. Полетика М. Ф., Утешев М. Х. Исследование процесса резания поляризационно-оптическим методом. Известия ТПИ, т. 113, 1964.
4. Лоладзе Т. Н. Износ режущего инструмента. Машгиз, М., 1958.
5. Розенберг А. М., Еремин А. Н. Элементы теории процесса резания металлов. Машгиз, М.-Свердловск, 1956.
6. Зорев Н. Н. Некоторые задачи науки о резании металлов и механика процесса резания. В сб. Проблемы резания металлов, изд. Московского Дома научно-технической пропаганды им. Ф. Э. Дзержинского, М., 1963.
7. Трение и граничная смазка. Под ред. проф. И. В. Крагельского, ИЛ, М., 1953.
8. Coffin L. F. A study of the sliding of metals with particular reference to atmosphere — „Lubrication Engineering“, 1956.
9. Roach A. E., Goodzeit C. L., Hinnicutt R. P.—Scoring characteristics of thirty eight different elemental metals in high-speed sliding contact with steel.— „Trans. ASME“, v. 78 (1956), № 8.