ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 125 1964

О ТРЕБУЕМОЙ ТОЧНОСТИ ДВУХПОЗИЦИОННОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ С УЧЕТОМ ЗАТУХАНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВНУТРИ ТЕЛ

А. А. ГУРЧЕНОК

(Представлена кафедрой автоматизации теплоэнергетических процессов промышленных предприятий)

Для автоматического регулирования температуры в печах и других аппаратах часто применяется система двухпозиционного регулирования „включено—выключено“ (рис. 1, *а*).

В силу определенной зоны нечувствительности регулятора включение регулирующего воздействия и его выключение происходят при разных значениях регулируемой величины. Процесс регулирования оказывается при этом колебательным процессом с постоянной неза-

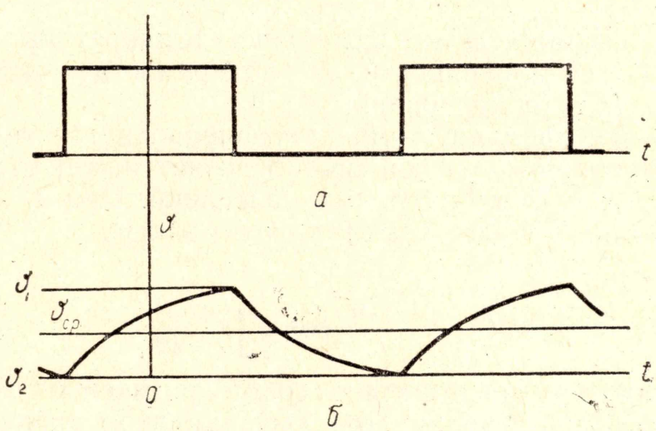

Рис. 1. *а* — тепловое воздействие, *б* — температура, ϑ—ϑ — зона нечувствительности регулятора.

тухающей амплитудой. Величина амплитуды колебаний регулируемого параметра для объекта без запаздывания будет минимальной и равной половине зоны нечувствительности регулятора (рис. 1, *б*).

При периодическом характере изменения температуры источников тепла следует ожидать, что и на поверхности и в более глубоких слоях нагреваемого объекта температура также будет изменяться периодически.

Искомая температурная функция должна удовлетворять условию

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} \tag{1}$$

(случай одномерного температурного поля).

Граничными условиями могут быть

либо $$\vartheta_0 = \vartheta_{0\mu} \cos\left(2 \frac{\pi}{t_0} t\right), \tag{1—а}$$

либо $$\vartheta_0 = \vartheta_{0\mu} \sin\left(2 \frac{\pi}{t_0} t\right). \tag{1—б}$$

Условия (1—a) и (1—$б$) равносильны и различаются только сдвигом нулевой точки начала оси времени на $\pi/2$. Если изменение температуры происходит не по законам гармонического колебания, а в виде прерывистой или другого вида периодически повторяющейся линии, то следует произвести разложение этой функции на составляющие гармоники. Затем для каждой гармоники надо определить соответствующую температуру поверхности и, наконец, просуммировать все эти температуры.

Решение уравнения (1) после определения произвольных постоянных интегрирования из условия (1—a) при

$$t = 0, \quad x = 0,$$

$$\vartheta_0 = \vartheta_{0\mu} \tag{1—в}$$

принимает вид

$$\vartheta = \vartheta_{0\mu} l^{-x\sqrt{\frac{\pi}{at_0}}} \cos\left(x\sqrt{\frac{\pi}{at_0}} - 2\frac{\pi}{t_0} t\right). \tag{2}$$ [1]

Здесь t — время, отсчитываемое от произвольного начального момента, *час*;

ϑ ϑ_0, $\vartheta_{0\mu}$ — соответственно колебания температуры на расстоянии x от поверхности, на поверхности, максимальная амплитуда колебаний, °С;

a — коэффициент температуропроводности тела, *м²/час*.

Анализ полученного уравнения позволяет найти мгновенную картину распределения температурных колебаний. При $t = 0$ в зависимости от x вечичина ϑ будет изменяться по закону

$$\vartheta_x = \vartheta_{0\mu} l^{-x\sqrt{\frac{\pi}{at_0}}} \cos x \sqrt{\frac{\pi}{at_0}}. \tag{3}$$

Эта зависимость представляет собой уравнение волны (косинусоиды) с затухающей амплитудой. Максимальное значение амплитуды будет изменяться в зависимости от x по закону

$$\vartheta_{x\mu} = \vartheta_{0\mu} l^{-x\sqrt{\frac{\pi}{at_0}}}. \tag{4}$$

Из (4) решается задача: на какой глубине x температурные колебания уменьшатся до n—той доли своего значения на поверхности

$$x = \sqrt{\frac{at_0}{\pi}} \ln n. \tag{5}$$

Глубина проникновения температурных волн тем больше, чем больше температуропроводность и чем медленнее происходят колебания.

Выражение (4) позволяет определять величину допустимой зоны нечувствительности регулятора при условии поддержания заданной величины колебаний температуры внутри регулируемого объекта.

Пример: При регулировании температуры садки в печах синтеза слюды требуется поддерживать температуру с точностью $\pm 0{,}5°C$.

Определить допустимость установки регулятора температуры с зоной нечувствительности $\pm 10°C$, если скорость разогрева нагревателей при включении регулируемой мощности скачком составит 20 секунд (полный период колебаний 40 *сек* — 0,011 *часа*). Материал тигля—шамот, коэффициент температуропроводности $a = 6 \cdot 10^{-3}$ *м²/час*, толщина стенки 0,02 *м*. Тигель с заполненной массой рассматривать как полуограниченное тело.

Примем, что амплитуда колебаний температуры на поверхности тигля равна амплитуде колебаний нагревателей $\vartheta_{0\mu} = \pm 10°C$.

Периодическую функцию изменения температуры считаем а) косинусоидой, б) скачкообразной функцией.

Для случая (а) имеем из (4)

$$\vartheta_{x\mu} = \pm 10 \cdot l^{-0{,}02\sqrt{\frac{3{,}14}{6 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}011}}},$$

$$\vartheta_{x\mu} = \pm 0{,}12°C.$$

Случай (б). Скачкообразная функция (рис. 1, *а*) может быть представлена следующим рядом [2]

$$\vartheta_0 = \frac{4}{\pi}\vartheta_{0\mu}\left[\cos\left(2\frac{\pi}{t_0}t\right) + \frac{1}{3}\cos 3\left(2\frac{\pi}{t_0}t\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{5}\cos 5\left(2\frac{\pi}{t_0}t\right)\right]. \qquad (6)$$

Для граничных условий (6) уравнение (4) будет иметь вид

$$\vartheta_{x\mu} = 1{,}27\,\vartheta_{0\mu}\,[l^{-x\sqrt{\frac{\pi}{at_0}}} + 1/3\, l^{-x\sqrt{\frac{3\pi}{at_0}}} + 1/5\, l^{-x\sqrt{\frac{5\pi}{at_0}}}]. \qquad (7)$$

После подстановки в (7) условий задачи получим

$$\vartheta_{x\mu} = 1{,}27\,(\pm 10)\,[0{,}012 + 0{,}002 + 0{,}0001] \simeq \pm 0{,}18°C.$$

Вывод: Задание точности двухпозиционного регулирования температуры следует производить с учетом затухания температурных колебаний внутри тел.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гребер Г., Эрк С., Григуль У. Основы учения о теплообмене. 1958, ИИЛ.
2. Романовский П. И. Ряды Фурье. Теория поля. ГИДМЛ, 1958.