

## УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ОПТИМАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ ТРАНСФОРМАТОРОВ, РЕГУЛИРУЕМЫХ ПОДМАГНИЧИВАНИЕМ ШУНТОВ

В. П. ОБРУСНИК

(Представлена научно-техническим семинаром кафедры ЭПП  
электромеханического факультета)

Известно, что объем и вес активных материалов электромагнитных аппаратов зависит не только от физических величин, определяющих площадь окна и сердечника магнитопровода, но и от геометрии послед-

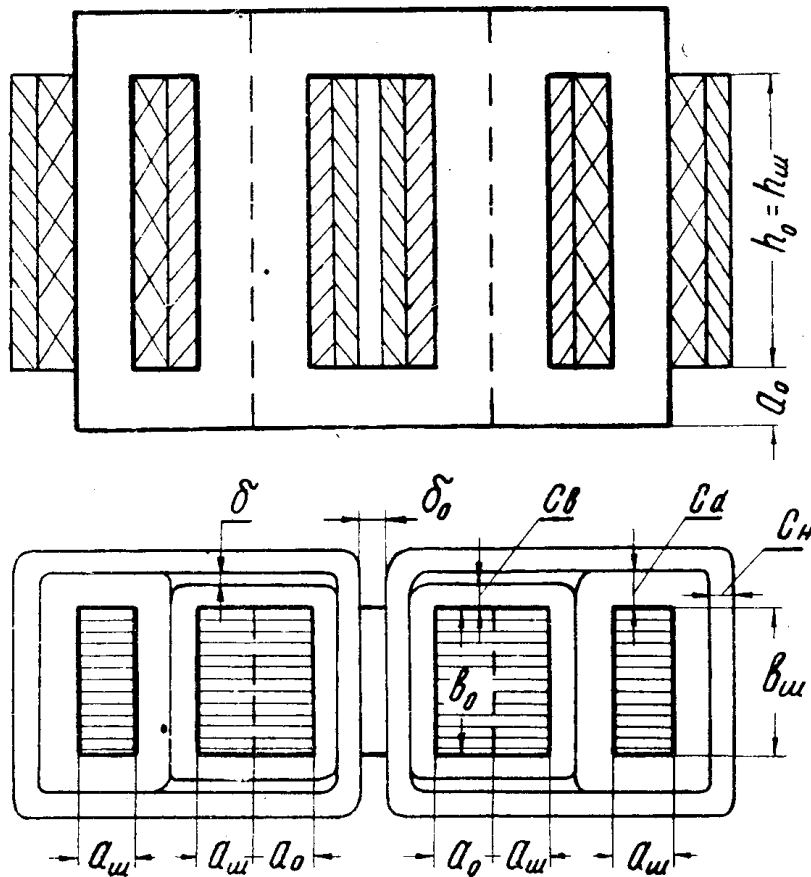


Рис. 1.

них: У трансформаторов, регулируемых подмагничиванием шунтов (ТРПШ), влияние геометрии на их объем и вес довольно ощутимо, так как конструкции этих аппаратов имеют повышенное число катушек и

сердечников. Ниже предлагается упрощенный метод определения соотношений основных размеров ТРПШ при прочих равных условиях, обеспечивающих этим аппаратом минимальные затраты активных материалов.

В рассуждениях для основных размеров ТРПШ приняты обозначения (рис. 1):

- $C_n, C_v$  — толщина катушек наружной (индекс  $n$ ) и внутренней (индекс  $v$ ) рабочих обмоток переменного тока;  
 $C_d$  — толщина катушки обмоток подмагничивания;  
 $a_o, b_o$  и  $a_{ш}, b_{ш}$  — ширина и толщина сердечника основного магнитопровода (индекс  $o$ ) и сердечника шунта (индекс  $ш$ );  
 $h_o, h_{ш}$  — высота окна основного магнитопровода и шунта;  
 $\delta_o$  — воздушный промежуток в окне основного магнитопровода;  
 $\delta$  — воздушный промежуток между катушками рабочих и подмагничивающих обмоток;  
 $S_o = a_o b_o$  — сечение основного магнитопровода;  
 $S_{ш} = a_{ш} b_{ш}$  — сечение сердечника шунта.

Будем считать, что все размеры ТРПШ можно выразить с помощью постоянных коэффициентов через размеры основного магнитопровода  $a_o, b_o, h_o$  и базисную толщину катушек  $c_k$ , а последние связать с сечением основного магнитопровода  $S_o$  через переменные коэффициенты  $K_c, K_h$  и  $K_s$ :

$$\left. \begin{aligned} c_k = \frac{c_n}{\kappa_1} = \frac{c_v}{\kappa_2} = \frac{c_d}{\kappa_3} = \frac{\delta}{\kappa_4}, \quad h_{ш} = K_5 h_o, \\ a_{ш} = \kappa_6 a_o, \quad b_{ш} = \kappa_7 b_o, \quad a_{ш} b_{ш} = \beta a_o b_o; \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$a_o = \sqrt{\frac{S_o}{K_s}}, \quad b_o = \sqrt{S_o K_s}, \quad (2)$$

$$\text{где } K_s = \frac{b_o}{a_o},$$

$$h_o = K_h \sqrt{S_o}, \quad c_k = K_c \sqrt{S_o}.$$

В свою очередь, решая выражения

$$I_{1ном} \cdot W_1 = C_k h_k n_k \kappa_{зк} j = S_o n_k \kappa_{зк} j K_c \cdot K_h, \quad (3)$$

$$W_1 = \frac{U_1 \cdot 10^8}{4,44 f_1 \cdot B_{m0} \cdot S_o \cdot \kappa_{зс}}, \quad (4)$$

$$P_{1ф} = U_1 \cdot I_{1ном} \quad (5)$$

относительно  $S_o$ , получим

$$S_o = \sqrt{\frac{P_{1ф} \cdot 10^8}{4,44 f_1 B_{m0} \cdot j \cdot \kappa_{зс} \cdot \kappa_{зк} \cdot n_k \cdot K_c \cdot K_h}} = D \cdot \sqrt{\frac{P_{1ф}}{n_k K_c K_h}}, \quad (6)$$

где

$$D = \frac{10^4}{\sqrt{4,44 f_1 \cdot B_{m0} \cdot j \cdot \kappa_{зс} \cdot \kappa_{зк}}}, \quad (7)$$

$h_k, n_k$  — высота и число катушек первичной обмотки;  
 $\kappa_{зк}, \kappa_{зс}$  — усредненные коэффициенты заполнения катушек и сердечников активными материалами;

$j$  — усредненная плотность тока обмоток;

$B_{m0}$  — рабочая индукция основного магнитопровода;

$P_{1ф}$  — габаритная мощность одной фазы.

Записав выражения суммарных объемов катушек и сердечников ТРПШ в общем виде, например, для конструкции на рис. 1 они будут иметь вид:

$$V_k = 4h_0[(a_0 + a_{ш} + b_0 + 2c_b)c_b + (a_0 + a_{ш} + b_0 + 2c_d + 4c_b + 2c_n + 2\delta)c_n] + 4h_{ш}(a_{ш} + b_{ш} + 2c_d)c_d; \quad (8,a)$$

$$V_c = 2S_0(h_0 + 2c_n + 2c_b + 2a_0 + \delta_0) + 4S_{ш}(2a_{ш} + c_d + c_n + h_{ш}), \quad (8,b)$$

и затем преобразовав их с учетом (1 ÷ 2,6), в общем виде для всех конструкций получим

$$V_k = \sqrt{D^3} \cdot \sqrt[4]{P_{1\phi}^3} A \sqrt[4]{\frac{K_h K_c}{n_k^3}} \left( \frac{m}{\sqrt{K_s}} + n\sqrt{K_s} + K_c \right); \quad (9,a)$$

$$V_c = \sqrt{D^3} \cdot \sqrt[4]{P_{1\phi}^3} \frac{B}{\sqrt[4]{(K_h K_c n_k)^3}} \left( \frac{m'}{\sqrt{K_s}} + n'\sqrt{K_s} + q'K_c + pK_h \right), \quad (9,b)$$

где  $A, B, m', m, n, n', q, q', p$  — постоянные коэффициенты, значения которых не одинаковы для разных конструкций и существенно зависят от величины относительного сечения шунта  $\beta = S_{ш}/S_0$ .

Например, если для конструкции на рис. 1 при исполнении с внешней токовой связью или без нее принять

$$c_n = c_b = 0,8c_d = 4\delta = c_k, \quad h_0 = h_{ш} = h_k; \\ a_{ш} = \beta a_0, \quad b_{ш} = b_0, \quad \delta_0 = 0,$$

то после преобразования выражений (8, a, б) и приведения их к виду (9, a, б) получим

$$V_k = \sqrt{D^3} \sqrt[4]{P_{1\phi}^3} \cdot 4 \sqrt[4]{\frac{K_h K_c}{n_k^3}} \left( \frac{2 + 3,5\beta}{\sqrt{K_s}} + 2,5\sqrt{K_s} + 16K_c \right), \quad (10,a)$$

$$V_c = \sqrt{D^3} \sqrt[4]{P_{1\phi}^3} \cdot 4 \frac{1}{\sqrt[4]{(K_h K_c n_k)^3}} \left[ \frac{1 + 2\beta^2}{\sqrt{K_s}} + \right. \\ \left. + (2 + 2,25\beta)K_c + \left( \frac{1}{2} + \beta \right) K_h \right]. \quad (10,b)$$

$$\text{Откуда } A = 4, \quad m = 2 + 3,5\beta, \quad n = 2,5, \quad q = 16.$$

$$B = 4, \quad m' = 1 + 2\beta^2, \quad n' = 0, \quad q' = 2 + 2,25\beta,$$

$$p = \frac{1}{2} + \beta.$$

В конкретных расчетах величина  $\beta$  обычно известна и находится в пределах 0,2 ÷ 1.

Выражения (9, a, б) удобны тем, что они легко разделяются на две переменные функции, в частных решениях не зависящие друг от друга:

а) функцию, связанную с физическими величинами  $B_{m0}, j, f_1, \kappa_{зс}, \kappa_{зк}$  и  $P_{1\phi}$ ,

$$M = \sqrt{D^3} \sqrt[4]{P_{1\phi}^3}; \quad (11)$$

б) функции, связанные только с геометрией трансформатора,

$$v_k = A \sqrt{\frac{K_h K_c}{n_k^3}} \left( \frac{m}{\sqrt{K_s}} + n \sqrt{K_s} + q K_c \right), \quad (12, a)$$

$$v_c = \frac{B}{\sqrt{(K_h \cdot K_c n_k)^3}} \left( \frac{m'}{\sqrt{K_s}} + n' \sqrt{K_s} + q K_c + p K_h \right). \quad (12, б)$$

Назовем величину  $v_k$  безразмерным объемом катушек аппарата, а  $v_c$  — безразмерным объемом его сердечников. Для веса катушек и сердечников ТРПШ можно записать

$$G_k = M \cdot g \xi \cdot v_k; \quad (13, a)$$

$$G_c = M \cdot g \cdot v_c, \quad (13, б)$$

где  $g$  — вес единицы объема сердечников;

$\xi$  — коэффициент, равный отношению веса единицы объема катушек к весу единицы объема сердечников.

Функции (12, а, б и 13, а, б) позволяют найти оптимальные соотношения геометрических размеров ТРПШ, анализируя только выражения безразмерных объемов.

Полагая в частных решениях

$$M = \sqrt{D^3} \cdot \sqrt[4]{P_{1\phi}^3} = \text{const},$$

поскольку эта функция содержит переменные, не зависящие от  $v_k$  и  $v_c$ , для условия минимума объема или веса получим равенства

$$\frac{\partial(\xi v_k + v_c)}{\partial K_s} = 0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial(\xi v_k + v_c)}{\partial K_c} = 0 \quad (15)$$

(для минимального объема аппарата следует брать  $\xi = 1$ ).

Подставляя (12, а, б) в (14, 15) и решив последние относительно  $K_s$  и  $K_c$ , получим

$$K_{\text{сон}} = \frac{m + m' \frac{B}{A \xi K_h K_c}}{n + n' \frac{B}{A \xi K_h K_c}}, \quad (16)$$

$$K_{\text{сон}}^2 + \frac{1}{5q} \left( \frac{m + n K_s}{\sqrt{K_s}} + \frac{B q'}{A \xi K_{\text{сон}}} \right) K_{\text{сон}} - \frac{3B}{5A \xi q} \left( \frac{m' + n' K_s}{\sqrt{K_s} K_{\text{сон}}} + p \right) = 0. \quad (17)$$

Выражение (16) достаточно точно аппроксимируется зависимостью

$$K_{\text{сон}}^* = \frac{m + m' \frac{B}{A \xi}}{n + n' \frac{B}{A \xi}}, \quad (18)$$

так как произведение  $K_h \cdot K_c$  практически близко к единице, а изменение значения  $K_s$  в пределах от  $K_{\text{мин}} = \frac{m}{n}$  до  $1,5 K_{\text{сон}}^*$  почти не вли-

яет на объем и вес аппарата ( $K_{\text{смин}}$  соответствует минимальному объему или весу катушек и находится из решения выражения  $\partial v_k / \partial v_c = 0$ ).

Слабое влияние коэффициента формы поперечного сечения магнитопровода на общий объем и вес аппарата видно из кривых на рис. 2, построенных для ТРПШ на рис. 1 при  $\xi = 1$  (характер этих

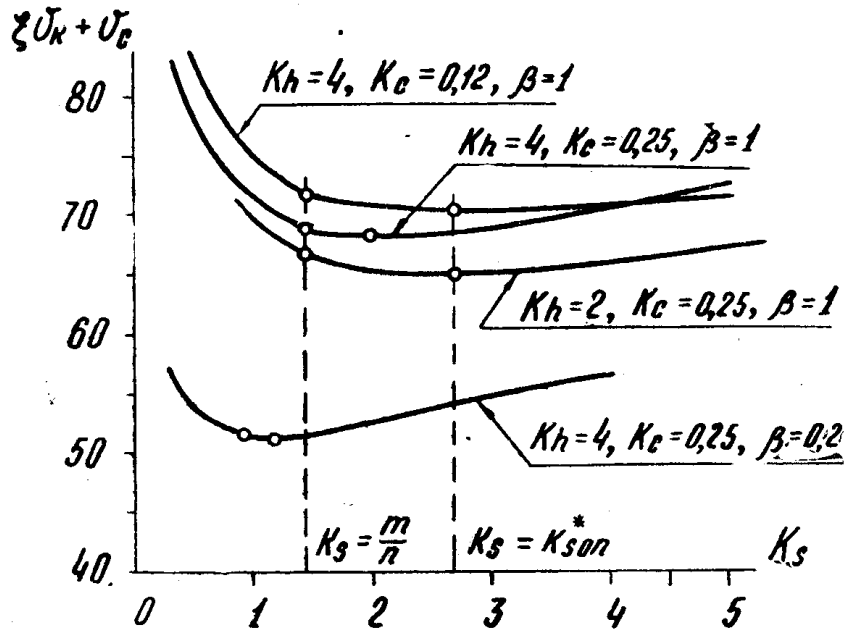


Рис. 2.

кривых одинаков для всех конструкций ТРПШ). Заметное увеличение объема (веса) здесь наблюдается при  $K_s < K_{\text{смин}}$ , так как тогда увеличивается и объем катушек, и объем сердечников, но при  $K_s > K_{\text{смин}}$  кривые имеют очень пологий характер со слабо выраженным минимумом. В пределах от  $K_{\text{смин}}$  до  $(1,25 \div 1,5)K_{\text{соп}}^*$  увеличение объема катушек почти компенсируется уменьшением объема сердечников. Поэтому за оптимальную величину коэффициента  $K_s$  можно принять его численное значение, подсчитанное по формуле (18) и округленное по тем или иным соображениям до значений, ограниченных пределами

$$K_{\text{смин}} = \frac{m}{n} \quad \text{и} \quad K_{\text{смакс}} = 1,25 K_{\text{соп}}^*.$$

Коэффициенты  $K_c$  и  $K_h$  тесно связаны выражением (17), дающим в области положительных значений  $K_c$  кривые гиперболического характера, не имеющие минимума (рис. 3). Поэтому, чтобы определить оптимальные значения  $K_c$  и  $K_h$ , нужно построить кривую

$$\xi v_k + v_c = f[K_h(K_c)], \quad (19)$$

где значения  $K_h$  берутся произвольно (практически в пределах 1-7), а  $K_c$  находится из выражения (17) для каждого выбранного  $K_h$  (здесь коэффициенты  $K_s = K_{\text{соп}}$  и  $\xi$  считаются уже известными). Для конструкции ТРПШ на рис. 1 эта кривая представлена рис. 4 (здесь  $\xi = 0,5$ ,  $\beta = 1$ ).

Функция (19) в большинстве случаев имеет весьма пологий минимум, что дает некоторую свободу при выборе  $K_{\text{ноп}}$ . Например, по рис. 4 можно взять  $K_{\text{ноп}} = 2 \div 3$ .

После определения безразмерных коэффициентов  $K_{\text{соп}}$ ,  $K_{\text{ноп}}$ ,  $K_{\text{соп}}$  нетрудно найти оптимальные соотношения основных размеров ТРПШ

$$\left. \begin{aligned} \frac{b_0}{a_0} &= K_{\text{соп}}, & \frac{h_0}{a_0} &= K_{\text{ноп}} \cdot \sqrt{K_{\text{соп}}}; \\ \frac{c_0}{a_0} &= 2n_k \cdot \varepsilon_{\delta} \cdot K_{\text{соп}} \cdot \sqrt{K_{\text{соп}}}, \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

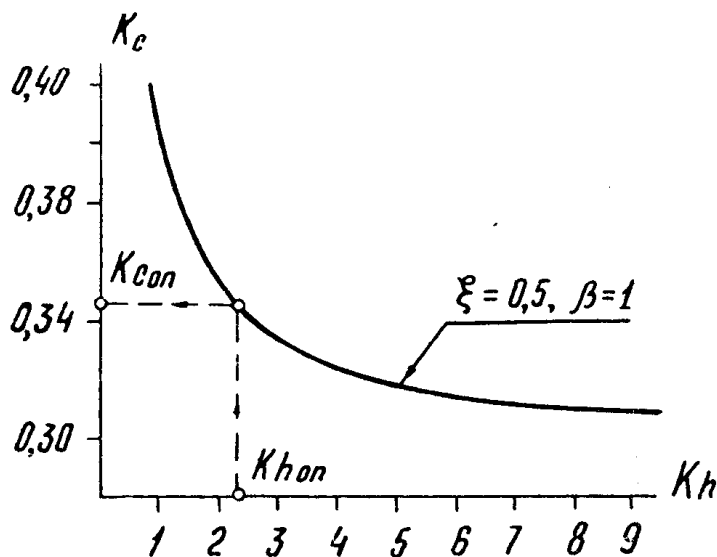


Рис. 3.

где  $c_0$  — ширина окна основного магнитопровода;  
 $\varepsilon_{\delta}$  — коэффициент, учитывающий воздушный зазор в окне основного магнитопровода. В зависимости от конструкции ТРПШ,  $\varepsilon_{\delta} = 1,1 \div 1,25$ .

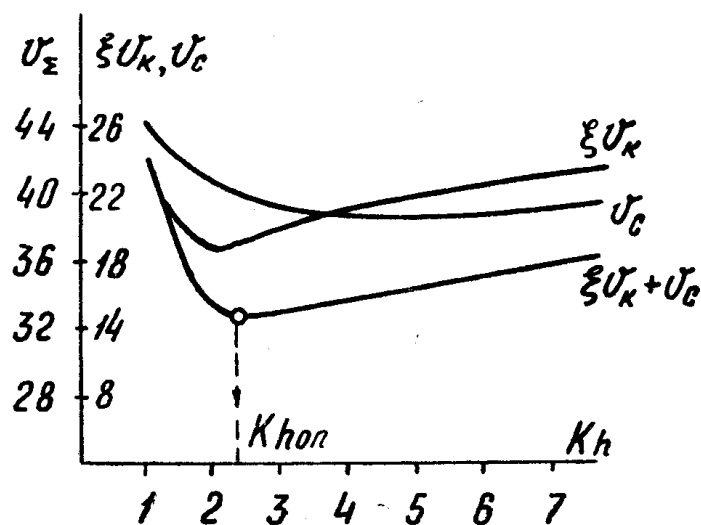


Рис. 4.

К линейным размерам можно перейти с помощью выражений (1÷2, 6).

Итак, для определения оптимальной геометрии ТРПШ можно предложить следующую схему:

1. Предварительно устанавливаются значения коэффициентов заполнения и удельного веса активных материалов, планируемых для изготовления проектируемого ТРПШ, после чего подсчитывается величина  $\xi$ . Выбираются коэффициенты, связывающие толщину катушек вторичных и подмагничивающих обмоток с толщиной первичной обмотки, принимаемой за базисную, и коэффициенты, связывающие размеры основного магнитопровода с размерами шунта (значение  $\beta$  должно быть задано). Проверочные расчеты показали, что отклонение перечисленных величин на  $\pm 15\%$  от их истинных значений практически не сказывается на результатах последующих расчетов.

2. Составляющие общие выражения объемов катушек и сердечников и с помощью подстановок (1÷2, 6) приводятся к виду (9,а, б), откуда выписываются значения коэффициентов  $A, B, m, n, q, m', n', q', p$ .

3. В пределах

$$K_s = \frac{m}{n} \cdot 1,25 \frac{m + m' \frac{B}{A\xi}}{n + n' \frac{B}{A\xi}}$$

выбирается значение  $K_{\text{соп}}$ .

4. По выражениям (12, а, б; 17) строится кривая (19) и в районе ее минимума находится  $K_{\text{ноп}}$ .

5. Из выражения (17) для найденных  $K_{\text{соп}}$  и  $K_{\text{ноп}}$  подсчитывается  $K_{\text{соп}}$ .

6. По формулам (20, 1) определяются интересные соотношения размеров ТРПШ.

Нужно отметить, что предлагаемый метод расчета оптимальной геометрии не учитывает влияние последней на теплоотдачу аппарата и требует определенной конкретизации задачи при выборе значений  $\xi, \beta$  и  $\kappa_1 \div \kappa_7$ , поэтому его следует считать вспомогательным при решении общего вопроса по расчету оптимальных параметров ТРПШ. Однако в ряде конкретных случаев проектирования ТРПШ этот метод является достаточно строгим и вполне эффективным.

Поскольку выражения (9,а,б; 13,а,б) справедливы не только для любой конструкции ТРПШ, но и для других электромагнитных аппаратов, то метод расчета геометрии по безразмерным объемам можно проверить расчетом обычных трансформаторов или дросселей насыщения, оптимальные соотношения основных размеров которых считаются установленными. Например, проверочный расчет геометрии стержневого трансформатора при  $\xi=0,5$  дал соотношения, приведенные в табл. 1.

Таблица 1

	$v/a$	$c/a$	$h/a$	$V_c/V_k$
Минимум объема	1,5	0,9	4,5	0,8
Минимум веса	2	1,5	4,5	0,54

Данные табл. 1 находятся в пределах соотношений, рекомендуемых для стержневых трансформаторов в [1, стр. 201—202].

Метод расчета геометрии ТРПШ по его безразмерным объемам успешно заменяет приближенные расчеты по формулам, рекомендуемым в [2], которые в принятых здесь обозначениях имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} S_0 &= \frac{3,5 \div 4,2}{\kappa_{эс}} \sqrt{\frac{P_{1\phi}}{f_1 n_k}}, & b_0 &= (1,2 \div 1,5) \sqrt{S_0}, \\ a_0 &= \frac{S_0}{b_0}, & h_0 &= (2 \div 2,8) \sqrt{S_0 n_k}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Для подтверждения сказанного приводится табл. 2, куда сведены расчетные данные основных размеров и объемов активных материалов ТРПШ на рис. 1 проектируемого на минимум веса при следующих исходных данных:

$$P_{1\phi} = 500 \text{ в}а, \quad B_{m0} = 15 \text{ гс}, \quad f_1 = 50 \text{ гц},$$

$$\kappa_{эк} = 0,36, \quad \kappa_{эс} = 0,85, \quad j = 200 \text{ а/см}^2,$$

$$\xi = 0,5, \quad \beta = 1, \quad c_b = c_n = 0,8 \text{ С}_d = 4\delta.$$

Табличные данные в графе I рассчитаны описанным выше методом, в графе II — по формулам (21) с использованием для определения толщины катушек выражения (6).

Как видно из табл. 2, размеры ТРПШ, рассчитанные предлагаемым методом, обеспечивают ему ощутимо меньшие затраты активных материалов, чем размеры, найденные по формулам (21).

Таблица 2

	$a_0$	$b_0$	$c_0$	$h_0$	$\frac{b_0}{a_0}$	$\frac{c_0}{a_0}$	$\frac{h_0}{a_0}$	$S_0$	$c_k$	$V_k$	$V_c$	$V_k + V_c$
	см	см	см	см				см <sup>2</sup>	см	см <sup>3</sup>	см <sup>3</sup>	см <sup>3</sup>
I	2,1	6,2	5,2	7,2	3	2,5	3,4	13	1,3	1870	1170	3040
II	2,56	4,8	4	14	1,9	1,56	5,5	12,8	0,98	2360	1680	4040
	2,4	4,4	6,1	11	1,8	2,55	4,6	10,6	1,52	3230	1230	3500
	2,26	4,1	9	8	1,8	4,0	3,55	9,4	2,25	4000	1070	5070

Интересно отметить, что выражения (6, 16) после некоторого преобразования можно использовать в расчетах ТРПШ, магнитопроводы которых выполняются из пластин стандартной вырубki, предназначенных для других аппаратов (наиболее подходящими являются П и Ш-образные пластины, идущие на изготовление магнитных усилителей). При известных размерах пластин для  $K_h$  и  $K_c$  получим формулы:

$$K_h = \frac{h_0}{a_0 \sqrt{K_s}}, \quad (22)$$

$$K_c = \frac{c_0}{2n_k \varepsilon \delta a_0 \sqrt{K_s}}. \quad (23)$$



Подстановка значений  $K_h$  и  $K_c$  из (22,23) в (6) и (16) с последующим преобразованием даст выражения

$$K_s = \frac{b_0^2 \cdot h_0 c_0}{D^2 \cdot P_{1\phi} \cdot 2\varepsilon_\delta}, \quad (24)$$

$$K_{\text{сон}}^{**} = \frac{m}{n - m'N}, \quad (25)$$

где

$$N = \frac{B}{A\xi} \cdot \frac{2\varepsilon_\delta \cdot n_k}{\frac{c_0}{a_0} \cdot \frac{h_0}{a_0}}. \quad (26)$$

При расчете ТРПШ на минимум объема или веса активных материалов необходимо, чтобы полученное по формуле (24) значение коэффициента толщины набора пакета сердечника основного магнитопровода было равно  $K_{\text{сон}}^{**}$  из выражения (26) или не выходило за пределы, ограниченные условием

$$\frac{m}{n} < K_s \leq K_{\text{сон}}^{**}.$$

Можно решить задачу, обратную предыдущей: найти габаритную мощность ТРПШ при рациональном сечении его основного магнитопровода. Тогда

$$P_{1\phi} = \frac{b_0 h_0 c_0}{K_{\text{сон}}^{**} 2\varepsilon_\delta \cdot D^2}. \quad (27)$$

Решение вопросов правильного расчета конфигурации магнитопроводов ТРПШ, обеспечивающей этим аппаратом при прочих равных условиях минимальные затраты активных материалов, имеет большое практическое значение. Во-первых, только при оптимальной геометрии ТРПШ возможна реализация имеющейся у них потенциальной возможности дать перед эквивалентными комбинациями трансформатора с регулируемыи дросселями насыщения (10÷15%) экономии активных материалов. Во-вторых, теоретическое обоснование оптимальных соотношений основных размеров магнитопроводов ТРПШ позволит изготавливать для последних штампованные пластины, что улучшит электромагнитные характеристики и упростит технологию изготовления ТРПШ.

Поэтому, методика определения оптимальной геометрии ТРПШ путем анализа безразмерных объемов катушек и сердечников, совместная с другими критериями оптимальных параметров аппарата, может быть весьма полезной для проектирования подмагничиваемых трансформаторов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Х. Бальян. Трансформаторы малой мощности. Судпромгиз, 1961.
2. А. М. Бамдас, С. В. Шапиро, О. Д. Гетманенко. Определение оптимальных конструкций трансформаторов и автотрансформаторов, регулируемых подмагничиванием шунтов, и их расчет. Труды ГПИ, т. XVIII, вып. 1, 1962.