

## К ТЕОРИИ ОДНОФАЗНОГО ДВИГАТЕЛЯ С ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ ОБМОТКОЙ

Ю. С. ДЬЯЧЕНКО

(Представлена научным семинаром кафедр электрических машин и общей электротехники)

Сур [1], пользуясь методом симметричных составляющих для двухфазных систем и применяя понятия продольного и поперечного коэффициентов трансформации, получил токи (поперечный и результирующий продольный) по взаимно перпендикулярным осям однофазного двигателя с расщепленными полюсами с распределенными обмотками.

Кроме того, действительные токи главной и вспомогательной обмоток он выразил через симметричные составляющие прямой и обратной последовательностей результирующего тока по продольной оси и названные выше коэффициенты трансформации.

В свою очередь симметричные составляющие результирующего тока по продольной оси он определил чрезвычайно сложными формулами, которые содержат, кроме напряжения сети, различные соотношения между шестью значениями эквивалентных сопротивлений (прямых и обратных последовательностей цепей главной и вспомогательной обмоток, а также сопротивления взаимной индукции между ними).

Затруднения в расчетах состоят при этом еще и в том, что в общем случае все перечисленные сопротивления вычисляются независимо друг от друга.

Принимая во внимание все вышеизложенное, автор данной работы поставил перед собой задачи: 1) облегчить расчеты токов и электромагнитных мощностей путем упрощения соответствующих выражений; 2) тем самым сделать возможным анализ выражений для расчета электромагнитной мощности и токов рассматриваемого двигателя.

При одинаковой форме главной и вспомогательной обмоток, когда сечения проводов обратно пропорциональны числам их витков, все соответствующие эквивалентные активные и индуктивные сопротивления главной и вспомогательной обмоток, а также сопротивления взаимной индукции между этими обмотками связаны через коэффициенты трансформации (см. «Обозначения»).

В этом случае удалось осуществить упрощение указанных выше выражений.

Создаваемая намагничивающей силой обмотки неподвижная, пульсирующая с частотой сети волна индукции в воздушном зазоре машины может иметь строго синусоидальное пространственное распределение лишь в том случае, если отсутствуют обмоточные, зубцовые и обусловленные насыщением гармоники. Однако нет необходимости изготов-

лять обмотки синусными — их можно выполнить более простыми, характеризующимися весьма малым содержанием высших пространственных гармонических.

В этом случае разложение в ряд Фурье позволяет учитывать лишь основную пространственную гармонику в кривых распределения линейной плотности проводников.

Основная пространственная гармоника намагничивающей силы вдоль оси полюсов (рис. 1).

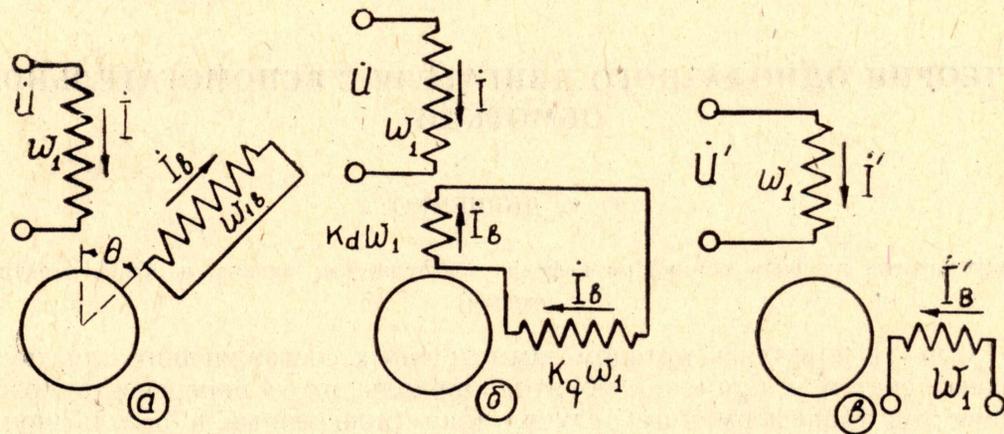


Рис. 1. Принципиальная схема однофазного двигателя с расщепленными полюсами: а) основная, б) эквивалентная, в) эквивалентная двухфазная.

$$\dot{F}_d = \dot{I} \omega_1 - \dot{I}_B \omega_{1B} \cos \theta \quad (1)$$

(Обозначения смотреть в конце работы).

Основная пространственная гармоника намагничивающей силы поперек оси полюсов

$$\dot{F}_q = \dot{I}_B \omega_{1B} \sin \theta. \quad (2)$$

Продольная намагничивающая сила может быть представлена следующим образом:

$$\dot{F}_d = \dot{I}' \omega_1 = \dot{I} \omega_1 - \kappa_d \dot{I}_B \omega_1. \quad (3)$$

Поперечная намагничивающая сила записывается как

$$\dot{F}_q = \dot{I}'_B \omega_1 = \kappa_q \dot{I}_B \omega_1. \quad (4)$$

Результирующий ток  $\dot{I}'$  по продольной оси может быть разложен на свои симметричные составляющие, т. е. токи  $\dot{I}'_1$  и  $\dot{I}'_2$  прямой и обратной последовательностей

$$\dot{I}' = \dot{I}'_1 + \dot{I}'_2 \quad (5)$$

так же, как и ток  $\dot{I}$  главной обмотки

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2. \quad (6)$$

Аналогично результирующий ток по поперечной оси разлагаем на симметричные составляющие

$$\dot{I}'_B = \dot{I}'_{B1} + \dot{I}'_{B2} \quad (7)$$

так же, как и токи

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{B2}. \quad (8)$$

Между симметричными составляющими для двухфазных систем существуют зависимости

$$\dot{I}'_{B1} = j\dot{I}'_1, \quad (9)$$

$$\dot{I}'_{B2} = -j\dot{I}'_2. \quad (10)$$

Из уравнений (4), (7) и (8) получаем соотношение

$$\dot{I}'_{B1} + \dot{I}'_{B2} = \kappa_q \dot{I}_{B1} + \kappa_q \dot{I}_{B2}, \quad (11)$$

которое позволяет записать, что

$$\dot{I}_{B1} = \frac{1}{\kappa_q} \dot{I}'_{B1}, \quad (12)$$

$$\dot{I}_{B2} = \frac{1}{\kappa_q} \dot{I}'_{B2}. \quad (13)$$

Используя уравнения (9), (10), (12) и (13), можно получить

$$\dot{I}_{B1} = \frac{j}{\kappa_q} \dot{I}'_1, \quad (14)$$

$$\dot{I}_{B2} = \frac{-j}{\kappa_q} \dot{I}'_2. \quad (15)$$

С помощью уравнений (3), (6) и (8) ток главной обмотки может быть представлен как

$$\dot{I} = \dot{I}'_1 + \dot{I}'_2 + \kappa_d (\dot{I}_{B1} + \dot{I}_{B2}). \quad (16)$$

Подстановка уравнений (14) и (15) в уравнение (16) дает

$$\dot{I} = \dot{I}'_1 + \dot{I}'_2 + j \frac{\kappa_d}{\kappa_q} (\dot{I}'_1 - \dot{I}'_2) = \dot{I}'_1 \left( 1 + j \frac{\kappa_d}{\kappa_q} \right) + \dot{I}'_2 \left( 1 - j \frac{\kappa_d}{\kappa_q} \right). \quad (17)$$

Это позволяет записать, что

$$\dot{I}_1 = \dot{I}'_1 \left( 1 + j \frac{\kappa_d}{\kappa_q} \right), \quad (18)$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}'_2 \left( 1 - j \frac{\kappa_d}{\kappa_q} \right). \quad (19)$$

### Соотношения между напряжением, током и полным сопротивлением двигателя

Основная пространственная гармоническая напряжения, приложенного к зажимам двигателя, уравновешивается падением напряжения, вызванным протеканием тока  $\dot{I}$  главной обмотки (рис. 2),

$$\dot{I}_1 Z_1 + \dot{I}_2 Z_2 \quad (20a)$$

и электродвижущей силой взаимной индукции, наведенной в главной обмотке током  $\dot{I}_B$ , протекающим в продольных  $\kappa_d w_1$  витках вспомогательной обмотки,

$$- (\dot{I}_{B1} Z_{AB1} + \dot{I}_{B2} Z_{AB2}), \quad (20б)$$

$$\text{т.е. } \dot{U}_1 = \dot{I}_1 Z_1 - \dot{I}_{B1} Z_{AB1} + \dot{I}_2 Z_2 - \dot{I}_{B2} Z_{AB2}. \quad (20)$$

Используя соотношения, выраженные уравнениями (14), (15), (18) и (19), можно представить уравнение (20) в виде

$$\begin{aligned} \dot{U} = \dot{I}'_1 \left[ \left( 1 + j \frac{\kappa_d}{\kappa_q} \right) Z_1 - \frac{j}{\kappa_q} Z_{AB1} \right] + \\ + \dot{I}'_2 \left[ \left( 1 - j \frac{\kappa_d}{\kappa_q} \right) Z_2 + \frac{j}{\kappa_q} Z_{AB2} \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

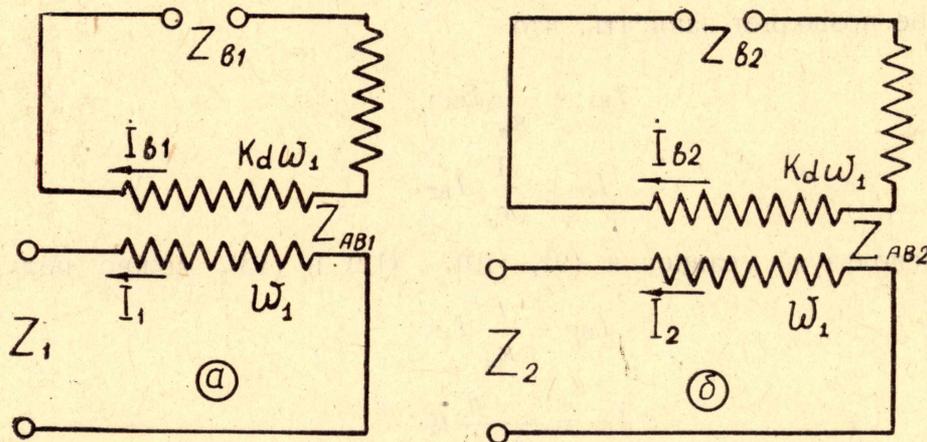


Рис. 2. Схемы замещения однофазного двигателя: а) для токов прямой последовательности; б) для токов обратной последовательности.

Аналогично основная пространственная гармоническая напряжения в цепи вспомогательной обмотки уравновешивается падением напряжения из-за протекания тока  $\dot{I}_B$

$$\dot{I}_{B1} Z_{B1} + \dot{I}_{B2} Z_{B2} \quad (22a)$$

и электродвижущей силой взаимной индукции, наведенной в  $\kappa_d \cdot \omega_1$  витках, при протекании тока  $\dot{I}$  в  $\omega_1$  витках главной обмотки

$$- (\dot{I}_1 Z_{AB1} + \dot{I}_2 Z_{AB2}), \quad (22b)$$

т. е.

$$\dot{U}_{B1} = \dot{I}_{B1} Z_{B1} - \dot{I}_1 Z_{AB1} + \dot{I}_{B2} Z_{B2} - \dot{I}_2 Z_{AB2}. \quad (22)$$

Подстановка уравнений (14), (15), (18) и (19) в уравнение (22) позволяет получить

$$\begin{aligned} \dot{U}_{B1} = \dot{I}'_1 \left[ \frac{j}{\kappa_q} Z_{B1} - \left( 1 + j \frac{\kappa_d}{\kappa_q} \right) Z_{AB1} \right] - \\ - \dot{I}'_2 \left[ \frac{j}{\kappa_q} Z_{B2} + \left( 1 - j \frac{\kappa_d}{\kappa_q} \right) Z_{AB2} \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

В случае применения распределенных обмоток с незначительным содержанием пространственных гармоник (как в главной, так и во вспомогательной обмотках) система уравнений (21) и (23) может быть решена относительно токов  $\dot{I}'_1$  и  $\dot{I}'_2$ . При этих условиях (когда вспомогательная обмотка закорочена)

$$\dot{U}_1 = \dot{U},$$

$$\dot{U}_{B1} = 0.$$

Эквивалентный ток по продольной оси прямой последовательности

$$i'_1 = \frac{\dot{U} \kappa^2 Z_2 - \kappa_d (\kappa_d + j \kappa_q) Z'_{R2}}{2 \kappa^2 Z_1 Z_2 - Z_{AB1} Z_{AB2}} \quad (24)$$

Эквивалентный ток по продольной оси обратной последовательности

$$i'_2 = \frac{\dot{U} \kappa^2 Z_1 - \kappa_d (\kappa_d - j \kappa_q) Z'_{R1}}{2 \kappa^2 Z_1 Z_2 - Z_{AB1} Z_{AB2}} \quad (25)$$

Подстановка уравнений (24) и (25) в уравнение (17) позволяет найти действительную величину тока, потребляемого двигателем из сети,

$$i = \frac{\dot{U} \kappa^2 (Z_1 + Z_2)}{2 \kappa^2 Z_1 Z_2 - Z_{AB1} Z_{AB2}} \quad (26)$$

Подстановкой уравнений (14), (15), (24) и (25) в уравнение (8) находится ток вспомогательной обмотки

$$i_B = \frac{\dot{U} Z_{AB1} + Z_{AB2} - j \kappa_q (Z_1 - Z_2)}{2 \kappa^2 Z_1 Z_2 - Z_{AB1} Z_{AB2}} \quad (27)$$

Полная механическая мощность двигателя

$$P'_R = 2(|i'_1|^2 r'_{R1} - |i'_2|^2 r'_{R2}) \cdot \nu \quad (28)$$

Мощность на валу двигателя

$$P_R = P'_R - (p_{\text{мех}} + p_{\text{доб}})_{\text{вент}} \quad (29)$$

Потребляемая двигателем мощность

$$P_s = U \cdot I_a \quad (30)$$

Коэффициент полезного действия двигателя

$$\eta = \frac{P_R}{P_s} \quad (31)$$

Коэффициент мощности двигателя

$$\cos \varphi = \frac{I_a}{|I|} \quad (32)$$

### Выводы

1. Исключением параметров вспомогательной обмотки снижено число эквивалентных сопротивлений, входящих в выражения (24—28) для расчета электромагнитной мощности и токов главной и вспомогательной обмоток рассматриваемого двигателя.

2. Благодаря этому уменьшено число расчетных действий с комплексными числами при определении электромагнитной мощности и токов главной и вспомогательной обмоток.

3. Эти упрощения создают условия для проведения исследований названных выражений.

## Обозначения

$I' = I'_1 + I'_2 = I - \kappa_d I_B$  — эквивалентный ток по продольной оси в  $\omega_1$  витках главной обмотки.

$I'_1$  и  $I'_2$  — составляющие прямой и обратной последовательностей тока  $I'$ .

$I$  — линейный ток главной обмотки.

$\kappa_d I_B$  — продольная составляющая тока вспомогательной обмотки.

$I'_B = I'_{B1} + I'_{B2} = \kappa_q I_B$  — эквивалентный ток по поперечной оси в  $\omega_1$  витках главной обмотки.

$I_B$  — действительный ток вспомогательной обмотки.

$$\kappa = \frac{\omega_{1B}}{\omega_1}; \quad \kappa_d = \kappa \cdot \cos \Theta;$$

$\kappa_q = \kappa \cdot \sin \Theta$  — коэффициенты трансформации.

$\omega_1$  и  $\omega_{1B}$  — основные пространственные гармоники для кривых распределения линейной плотности проводников главной и вспомогательной обмоток.

$\Theta$  — угол между осями обмоток  $\omega_1$  и  $\omega_{1B}$ .

$r'_{R1}$ ;  $x'_{R1}$  и  $r'_{R2}$ ;  $x'_{R2}$  — эквивалентные активные и индуктивные сопротивления параллельных разветвлений ротор-ветвь намагничивания схемы замещения главной обмотки для токов прямых и обратных последовательностей.

$$x'_{R1} = \frac{[r_R x_m + (1 - \nu) x_R r_m] [r_R + (1 - \nu) r_m] - (1 - \nu) [r_R r_m - [r_R + (1 - \nu) r_m]^2 + (1 - \nu)^2 (x_R + x_m)^2 - (1 - \nu) x_R x_m] (x_R + x_m)}{[r_R + (1 - \nu) r_m]^2 + (1 - \nu)^2 (x_R + x_m)^2};$$

$$r'_{R1} = \frac{[r_R r_m - (1 - \nu) x_R x_m] [r_R + (1 - \nu) r_m] + (1 - \nu) [r_R x_m + (1 - \nu) x_R r_m] (x_R + x_m)}{[r_R + (1 - \nu) r_m]^2 + (1 - \nu)^2 (x_R + x_m)^2}.$$

Замена множителя  $(1 - \nu)$  на  $(1 + \nu)$  дает  $x'_{R2}$  и  $r'_{R2}$  соответственно.

$r_R$  и  $x_R$  — активное и индуктивное сопротивления обмотки ротора, приведенные к числу витков главной обмотки.

$r_m$  и  $x_m$  — активное и индуктивное сопротивления ветви намагничивания в схеме замещения главной обмотки.

$r_s$  и  $x_s$  — активное и индуктивное сопротивления главной обмотки на статоре.

$\nu = \frac{n}{n_s}$  — относительная скорость вращения ротора,

в долях от синхронной скорости вращения магнитного поля.

$s = 1 - \nu$  — скольжение ротора.

$\dot{U}$  — напряжение на зажимах главной обмотки.

$Z_{AB1} = \kappa_d Z'_{R1}$  — полные сопротивления взаимной индуктивности между главной и вспомогательной обмотками прямой и обратной последовательностей.

$Z_1 = Z_s + Z'_{R1} = r_s + r'_{R1} + j(x_s + x'_{R1})$  — эквивалентные полные сопротивления главной обмотки прямой и обратной последовательностей соответственно.

$Z_2 = Z_s + Z'_{R2} = r_s + r'_{R2} + j(x_s + x'_{R2})$  — эквивалентные полные сопротивления вспомогательной обмотки прямой и обратной последовательностей соответственно, если

$Z_{B1} = \kappa^2 Z_1$   
 $Z_{B2} = \kappa^2 Z_2$

конфигурации главной и вспомогательной обмоток одинаковы, а сечения проводов обратно пропорциональны соответствующим числам витков.

#### ЛИТЕРАТУРА

F. W. Suhr. A Theory for Shaded — Pole Induction Motors, Power and Apparatus Systems, August, n. 37, 1958.