ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 137 1965

О НАГРЕВЕ ДЕТАЛИ ПРИ СВЕРЛЕНИИ

В. В. ИВАНОВ

(Представлена проф. докт. Г. И. Фуксом)

Знание температурного поля детали при ее механической обработке позволяет оценить нагрев и термические напряжения для заданного режима резания. Нахождение распределения температуры в этом случае можно свести к задаче о нестационарном тепловом потоке, вызванном движущимся источником тепла—сверлом.

Будем исследовать температурное поле при сверлении длинного цилиндра (рис. 1). Размер по оси z велик по сравнению с радиусом R и поэтому считается бесконечным. Место контакта сверла с деталью будем рассматривать как точечный источник тепла, перемещающийся

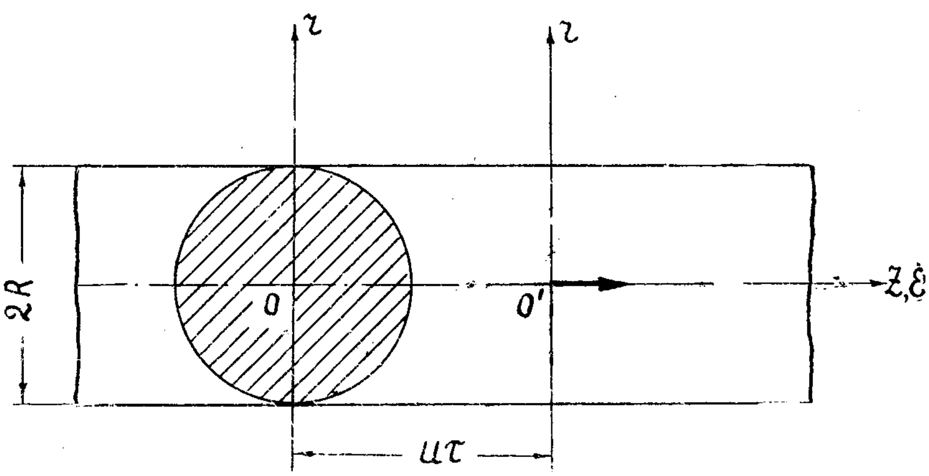

Рис. 1.

вдоль оси z с постоянной скоростью u. Коэффициент теплоотдачи α от поверхности цилиндра в окружающую среду, коэффициенты теплопроводности λ и температуропроводности a материала детали—величины постоянные. Обрабатываемая деталь находится в среде с температурой, равной нулю.

Температура внутри цилиндра должна удовлетворять дифференциальному уравнению

$$\frac{1}{a}\frac{\partial\vartheta}{\partial\tau} = \frac{\partial^2\vartheta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\vartheta}{\partial r} + \frac{\partial^2\vartheta}{\partial z^2}, \tag{1}$$

$$0 < \tau < \infty,\ 0 < r < R,\ -\infty < z < +\infty.$$

Если применить подвижную систему координат [1, 2]

$$\tau' = \tau,\ \varepsilon = z - u\tau,$$

то

$$\frac{\partial\vartheta}{\partial\tau} = \frac{\partial\vartheta}{\partial\tau'} - u\frac{\partial\vartheta}{\partial\varepsilon}, \quad \frac{\partial^2\vartheta}{\partial z^2} = \frac{\partial^2\vartheta}{\partial\varepsilon^2}.$$

Величина $\partial\vartheta/\partial\tau'$ равна нулю, с точки зрения наблюдателя в источнике [1, 2], поэтому уравнение (1) принимает квазистационарный вид

$$-\frac{u}{a}\frac{\partial\vartheta}{\partial\varepsilon} = \frac{\partial^2\vartheta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\vartheta}{\partial r} + \frac{\partial^2\vartheta}{\partial\varepsilon^2}. \qquad (2)$$

Интегрируем (2) методом разделения переменных, предполагая, что

$$\vartheta(\varepsilon, r) = Q(\varepsilon)\cdot P(r),$$

в котором Q зависит только от ε, а P—только от r. Тогда получим

$$\frac{P''}{P} + \frac{1}{r}\frac{P'}{P} = -\frac{u}{a}\frac{Q'}{Q} - \frac{Q''}{Q} = -k^2,$$

$$P'' + \frac{1}{r}P' + k^2P = 0, \qquad (3)$$

$$Q'' + \frac{u}{a}Q' - k^2Q = 0, \qquad (4)$$

где k — постоянная разделения.

Решения уравнений (3) и (4) имеют вид

$$P(r) = C_1I_0(kr) + C_2Y_0(kr),$$

$$Q(\varepsilon) = C_3\exp\left[-\frac{u}{2a} + \sqrt{\left(\frac{u}{2a}\right)^2 + k^4}\right]\varepsilon + $$
$$+ C_4\exp\left[-\frac{u}{2a} - \sqrt{\left(\frac{u}{2a}\right)^2 + k^4}\right]\varepsilon.$$

Здесь C_1, C_2, C_3, C_4 — неопределенные константы интегрирования. Общее решение $\vartheta(\varepsilon, r)$ должно удовлетворять граничным условиям

$$-\lambda\frac{\partial\vartheta(\varepsilon, R)}{dr} = \alpha\vartheta(\varepsilon, R), \qquad (5)$$

$$\frac{\partial\vartheta(\infty, r)}{\partial\varepsilon} = 0, \qquad (6)$$

условию симметрии и условию ограниченности температуры на оси цилиндра

$$\frac{\partial\vartheta(\varepsilon, 0)}{dr} = 0, \quad \vartheta(\varepsilon, 0) \neq \infty, \qquad (7)$$

и условию максимальной температуры в точке нахождения теплового источника

$$\vartheta(0, 0) = \vartheta_{max}. \qquad (8)$$

На основании (7) $C_2 = 0$. Используя (6), получаем $C_3 = 0$, $\varepsilon > 0$ и $C_4 = 0$, $\varepsilon < 0$.

Поэтому

$$\vartheta(\varepsilon, r) = CI_0(kr) \exp\left[-\frac{u}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{u}{2a}\right)^2 + k^4}\right]\varepsilon. \qquad (9)$$

Здесь знак $+$ относится к случаю $\varepsilon < 0$, а знак $-$ к случаю $\varepsilon > 0$.

Условие (8) дает $C = \vartheta_{max}$. Удовлетворим теперь частное решение (9) граничному условию (5)

$$\frac{I_0(kR)}{I_1(kR)} = \frac{kR}{\mathrm{Bi}}, \qquad \mathrm{Bi} = \frac{\alpha R}{\lambda}.$$

Корни $\nu = kR$ этого трансцендентного уравнения приведены в [3].

Окончательно искомое распределение температуры описывается зависимостью

$$\vartheta(\varepsilon, r) = \vartheta_{max} \sum_{n=1}^{\infty} I_0\left(\nu_n \frac{r}{R}\right) \exp\left[-\frac{u}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{u}{2a}\right)^2 + \left(\frac{\nu_n}{R}\right)^4}\right]\varepsilon.$$

На основе последнего уравнения может быть, например, определена максимальная температура в месте контакта сверла с деталью, если из опыта известна температура на поверхности детали.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. Р. Эккерт и Р. М. Дрейк. Теория тепло- и массообмена. Госэнергоиздат, 1961.
2. П. Шнейдер. Инженерные проблемы теплопроводности. ГИИЛ, 1960.
3. А. В. Лыков. Теория теплопроводности. Гостехиздат, 1952.