

ПЛАСТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ СТАЛИ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ

В. И. МАКСАК

(Представлена научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

Одним из основных вопросов теории пластичности является вопрос о связи между напряжениями и деформациями. Однако для произвольного нагружения этот вопрос еще не решен и в настоящее время происходит накопление экспериментальных и теоретических фактов.

Ниже изложены результаты экспериментальных данных и их анализ по исследованию пластической деформации при сложном нагружении.

Испытанию подвергались тонкостенные трубчатые образцы из стали 40, диаметром 30 мм и толщиной стенки $1 \pm 0,05$ мм. После отжига материал образцов имел предел текучести $\sigma_s = 36$ кг/мм², модуль упругости $E = 2,1 \cdot 10^4$ кг/мм².

Опыты проводились на машине ZDMU-30 путем нагружения образцов растягивающей силой, внутренним давлением и крутящим моментом. Деформации замерялись специально изготовленным приспособлением.

Девять образцов были испытаны таким образом, что на участке сложного нагружения интенсивность напряжений σ_i оставалась постоянной. Из формул плоского напряженного состояния следует, что напряжения σ_z и σ_θ должны изменяться в зависимости от главных напряжений и касательного напряжения $\tau_{\theta z}$ согласно выражениям:

$$\begin{aligned}\sigma_z &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{4} - \tau_{\theta z}^2}, \\ \sigma_\theta &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{4} - \tau_{\theta z}^2}.\end{aligned}\quad (1)$$

Первые четыре образца были испытаны так, что главные напряжения оставались постоянными по величине, но в процессе опыта поворачивались. Отношения σ_2/σ_1 для каждого образца оставались постоянными и равными соответственно: 0; 0,25; 0,5; 0,75. Интенсивность напряжений $\sigma_i = 50$ кг/мм². Во всех случаях на участке сложного нагружения e_i возрастала, причем для разных соотношений между напряжениями различно.

Пятый образец был испытан только на растяжение с внутренним давлением при той же интенсивности напряжений. Главные напряжения сохраняли свое направление, отношение между ними менялось.

Шестой образец испытан на растяжение и кручение. Здесь главные напряжения поворачивались и отношение между ними менялось. Для этих двух образцов интенсивность деформации также возрастала.

Таким образом, в процессе сложного нагружения с постоянной интенсивностью напряжений интенсивность деформаций возрастала.

Рассмотрим геометрическую картину процесса нагружения. С этой целью введем вместо σ_z , σ_θ и $\tau_{z\theta}$ величины [1]

$$S_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\sigma_z - \frac{1}{2} \sigma_\theta \right); \quad S_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \sigma_\theta; \quad S_3 = \sqrt{2} \tau_{z\theta}. \quad (2)$$

Они представляют собой проекции вектора напряжений в прямоугольных координатах, причем его модуль с точностью до постоянного множителя совпадает с интенсивностью напряжений, а направление совпадает с направлением октаэдрического касательного напряжения.

$$|\bar{P}| = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_i, \quad (3)$$

Любой процесс нагружения может быть представлен кривой, которую описывает конец этого вектора. Сфера с центром в начале координат и радиусом, равным $|\bar{P}|$, представляет собой поверхность равной интенсивности напряжений.

Элемент дуги кривой пути нагружения выражается

$$dS = \sqrt{dS_1^2 + dS_2^2 + dS_3^2}, \quad (4)$$

согласно (1), (2), (3) длина дуги

$$S = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sqrt{2}} \arcsin \frac{\tau_{\theta z} \sqrt{2}}{\sigma_1 - \sigma_2}. \quad (5)$$

Для нагружения с сохранением направления осей напряжений и нагружения при растяжении с кручением аналогичные выкладки приводят к выражениям

$$S = \sigma_i \sqrt{\frac{2}{3}} \arcsin \frac{\sigma_\theta \sqrt{3}}{2\sigma_i}, \quad (6)$$

$$S = \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}} \arcsin \frac{\sigma_{\theta z} \sqrt{3}}{\sigma_i}. \quad (7)$$

Приведенные выше опыты характеризуются тем, что кривые нагружения для всех образцов расположены на сфере, но имеют различный вид. Если за параметр принять длину дуги, то изменение интенсивности деформации можно представить в функции этого параметра. На рис. 1 представлен график этой зависимости. Видно, что все экспериментальные точки, полученные в разных условиях, располагаются близко к одной прямой.

Учитывая это обстоятельство, можно предположить, что для такого класса сложных нагружений приращение интенсивности деформаций есть функция длины дуги пути нагружения, не зависящая от вида нагружения.

Принимая, в первом приближении, эту зависимость линейной, можно записать

$$de_i = n dS, \quad (8)$$

где n — коэффициент пропорциональности.

Это предположение позволяет сократить необходимое количество экспериментов и свести их к простейшим, например, к испытанию на растяжение с внутренним давлением.

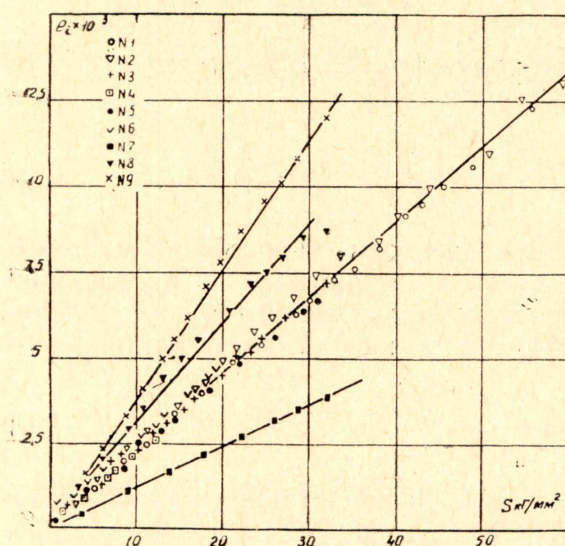


Рис. 1.

Коэффициент n в (8) должен зависеть от величины σ_i , при которой проводится опыт. Для выяснения этой зависимости было испытано еще три образца №№ 7, 8, 9 на растяжение и внутреннее давление. Интенсивность напряжения со-

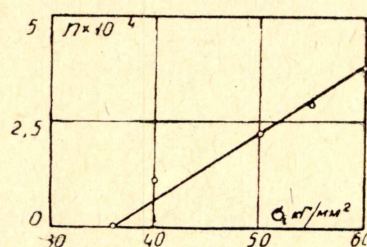


Рис. 2.

ставляла соответственно 40, 55 и 60 кг/мм². На рис. 1 представлены результаты этих испытаний. С увеличением σ_i коэффициент n увеличивается. Эта зависимость представлена на рис. 2.

Рассмотрим произвольный путь нагружения — рис. 3 — и возьмем на нем две близкие точки a и b . Разобьем его на два пути. Первый представляет нагружение по поверхности сферы, а второй — простое нагружение.

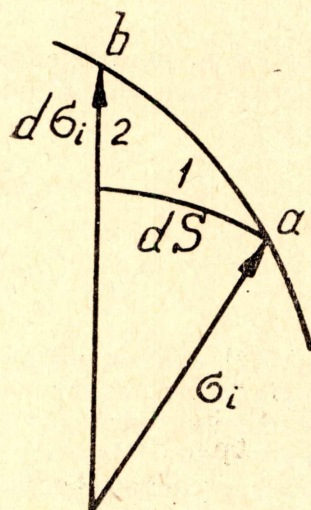


Рис. 3.

Далее, предполагается, что приращение пластической деформации на ab равно сумме приращений на участках 1 и 2. Безусловно, это упрощает реальную картину, но подобные попытки разбиения имели место ранее [2].

В качестве первого приближения можно принять, что на участке 1 приращение деформации определяется выражением (8), а n зависит линейно от σ_i рис. 2:

$$n = k(\sigma_i - \sigma_s), \quad (9)$$

где k при сделанных допущениях считается постоянной для данного материала.

Согласно (8) и (9) полное приращение деформации

$$de_i = \varphi'(\sigma_i) d\sigma_i + k(\sigma_i - \sigma_s) dS, \quad (10)$$

где $\varphi'(\sigma_i)$ — величина, обратная пластическому модулю кривой напряжение—деформация при растяжении.

Это выражение является условием упрочнения для путей нагружения $d\sigma_i \geq 0$.

Используя гипотезу о подобии девиаторов напряжений и приращений пластической деформации, можно представить компоненты приращений деформаций в виде:

$$de_x = \frac{3(\sigma_x - \sigma)}{2\sigma_i} [\varphi'(\sigma_i) d\sigma_i + k(\sigma_i - \sigma_s) dS] + \frac{1}{E} [d\sigma_x - \nu d(\sigma_y - \sigma_z)].$$

$$d\gamma_{xy} = \frac{3\tau_{xy}}{\sigma_i} [\varphi'(\sigma_i) d\sigma_i + k(\sigma_i - \sigma_s) dS] + \frac{d\tau_{xy}}{G}.$$

Здесь $de_x \dots d\gamma_{xy} \dots$ — компоненты приращений деформаций,
 σ — среднее нормальное напряжение,

$\sigma_x \dots \tau_{xy} \dots$ — компоненты тензора напряжений,
 E, G, ν — упругие постоянные.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Ильюшин. Пластичность, Изд. АН СССР, 1963.
2. В. Д. Ключников. О законах пластичности для частного класса путей нагружения. ПММ, т. XXI, вып. 4, 1957.