

УДК 621.3(084.2)

### ВИБРОЗАЩИТНЫЕ УСТРОЙСТВА ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ УПРУГИХ СИЛ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОДВЕСА

И.В. Плотникова, Р.М. Мустафина\*

Томский политехнический университет

\*Павлодарский государственный университет им. С.  
Торайгырова, Казахстан

**Мустафина Раиса**  
**Мухаметжаров-на**, канд. техн.  
наук, профессор кафедры  
радиотехники и

телекоммуникаций  
Павлодарского  
государственного университета  
им. С. Торайгырова, Казахстан.  
E-mail: mustafina\_rm@mail.ru

Область научных интересов:  
электромеханические приборы,  
виброзащитные устройства,  
приборостроение.

**Плотникова Инна**  
**Васильевна**, канд. техн. наук,  
доцент кафедры «Физические  
методы и приборы контроля  
качества» Института  
неразрушающего контроля  
ТПУ.

E-mail: inna@tpu.ru  
Область научных интересов:  
микромеханические датчики,  
резонансные колебания,  
навигационные системы.

Рассматривается анализ нелинейных режимов работы активных виброзащитных устройств с одномассовым электромагнитным подвесом с учетом реальных характеристик регуляторов напряжения. Составлена математическая модель виброзащитного устройства при использовании упругих сил. Приведены области устойчивой работы устройства.

**Ключевые слова:**

Электромагнитный подвес, устойчивость, напряжение, виброзащитное устройство.

**Key words:**

Electromagnetic suspension, stability, voltage, vibro-protective device.

Применение в активных виброзащитных устройствах упругих сил электромагнитного подвеса позволяет получить виброзащитные системы с высокими техническими характеристиками. Эти устройства

нелинейны, поскольку нелинейны силовые характеристики электромагнитов и характеристики системы стабилизации электромагнитного подвеса.

В работе проведен анализ нелинейных режимов работы активных виброзащитных устройств с одномассовым электромагнитным подвесом с учетом реальных характеристик регуляторов напряжения. На рис. 1 объект массы  $m$ , защищаемый от вибраций, подвешен в поле электромагнита (ЭМ) и установлен на основании, совершающем колебания по закону  $y(t)$ . Отклонение подвешиваемого тела вдоль оси электромагнита определяется абсолютной координатой  $x(t)$ , которое и определяет положение объекта массы  $m$  относительно земли. Напряжение и ток электромагнита в положении статического равновесия подвешиваемого тела –  $U_0, I_0$ . Переменные составляющие напряжения и тока электромагнита –  $u(t), i(t)$ ;  $\delta$  – воздушный зазор (рис. 1).

Выбор параметров активного виброзащитного устройства должен осуществляется таким образом, чтобы обеспечить эффективное гашение колебаний в заданной полосе частот внешних возмущений и достаточный запас устойчивости. Выполнение условия обеспечения запаса устойчивости возможно при увеличении общего коэффициента усиления, однако, при этом напряжение на преобразователе, формирующем напряжение питания электромагнита, достигает уровня насыщения (рис. 2), то есть виброзащитное устройство является существенно нелинейным.

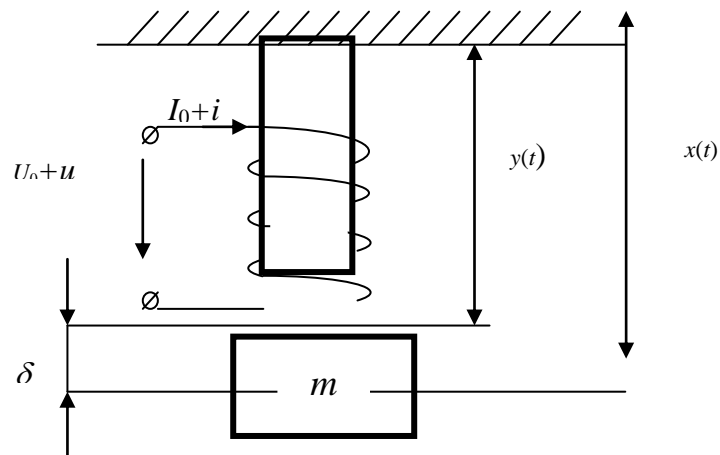


Рис. 1. Схема устройства с одномассовым электромагнитным подвесом.

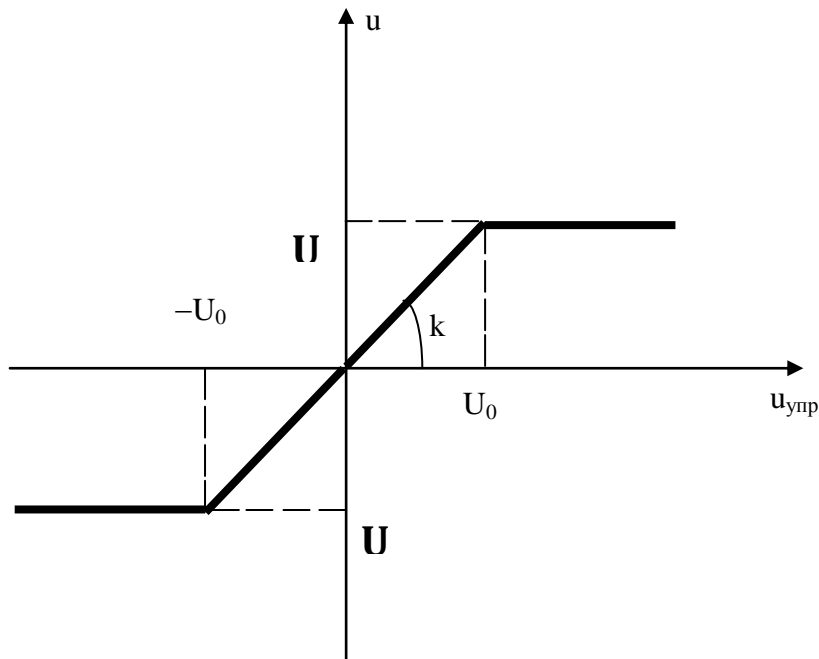


Рис. 2. График зависимости напряжения обратной связи  $u_{упр}$  от напряжения на выходе преобразователя  $u$

Проведем анализ работы активного виброзащитного устройства с учетом того, что преобразователь формирующего напряжения имеет нелинейную характеристику, определим влияние нелинейности в обратной связи на характеристики исследуемого устройства. Для устройства виброзащиты с одномассовым электромагнитным подвесом управляющее напряжение формируется следующим образом:

$$u_{упр} = \alpha\delta + \beta\delta',$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  – коэффициенты цепи управления по изменению воздушного зазора  $\delta$  и его скорости.

При исследовании нелинейного активного виброзащитного устройства используем метод гармонической линеаризации, применяемый при анализе режимов работы систем, на которые действуют гармонические воздействия. На входе исследуемого объекта гармонический сигнал

$$u_{\text{yup}} = A \sin \omega t. \quad (1)$$

Вследствие того, что электромагнит обладает фильтрующими свойствами, то учитываем только первую гармонику нелинейного напряжения на выходе преобразователя напряжения, и по методу гармонической линеаризации заменяем характеристику с насыщением соотношением

$$u = q(A) u_{\text{yup}}.$$

Коэффициенты  $q(A)$  гармонической линеаризации для рассматриваемой нелинейности имеют вид [1]

$$q(A) = k, \text{ при } -U_0 < A < U_0, \quad (2)$$

$$q(A) = \frac{2k}{\pi} \left[ \arcsin \frac{U_0}{A} + \frac{U_0}{A} \sqrt{1 - \frac{U_0^2}{A^2}} \right], \text{ при } A \geq U_0, \quad (3)$$

Таким образом, в зоне насыщения преобразователь заменяется линейным звеном с коэффициентом усиления  $q(A)$ , величина которого уменьшается с ростом амплитуды.

Из анализа выражений (2), (3) следует, что нелинейность в цепи обратной связи приводит к тому, что уменьшается эквивалентный коэффициент  $q$ , зависящий от амплитуды  $A$ , в области насыщения, то есть возникает необходимость исследования влияния нелинейной обратной связи на виброзащитные свойства электромагнитного подвеса [2].

Линеаризованные уравнения обмотки электромагнита и его силы тяги в операторной форме имеют вид

$$\begin{cases} U(s) = (R + sL_0)I(s) - a\Delta(s)S, \\ F(s) = aI(s) - b\Delta(s) \end{cases} \quad (4)$$

где  $R$  – сопротивление обмотки электромагнита;  $L_0$  – индуктивность, соответствующая точке равновесия тела массы  $m$ , подвешиваемого в поле электромагнита;  $a = 2K \frac{I_0}{\delta_0^2}$ ;  $b = 2K \frac{I_0^2}{\delta_0^3}$  – коэффициенты линеаризации уравнений в окрестностях точки установившегося режима;  $K$  – константа, определяемая из условия статического равновесия;  $\delta_0$  – воздушный зазор в положении статического равновесия.

Управляющее напряжение

$$u_{\text{yup}} = (\alpha + \beta s)\Delta(s). \quad (5)$$

По методу гармонической линеаризации характеристика (рис. 2) заменяется следующим выражением:

$$u(s) = q(A)u_{\text{yup}}(s), \quad (6)$$

где  $q(A)$  определяется в соответствии с выражениями (2), (3).

Дополняя уравнения (4–6) уравнением движения механической системы

$$mX(s)s^2 = -F(s),$$

Передаточная функция системы имеет вид

$$W(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{[q(A)\alpha\beta + a^2 - bL_0]s + q(A)a\alpha - bR}{mL_0s^3 + Rms^2 + [a\beta q(A) + a^2 - bL_0]s + q(A)a\alpha - bR}.$$

Характеристическое уравнение гармонически линеаризованной системы запишется в виде

$$mL_0s^3 + Rms^2 + [a\beta q(A) + a^2 - bL_0]s + q(A)a\alpha - bR = 0, \quad (7)$$

$$\text{либо } a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0 = 0.$$

Согласно критерию устойчивости Гурвица для систем третьего порядка должны выполняться следующие условия:

$$a_3 > 0, a_2 > 0, a_1 > 0, a_0 > 0, a_2 a_1 > a_3 a_0, \\ \text{то есть } \alpha > \frac{Rb}{aq(A)}; \beta > \frac{bL_0 - a^2}{aq(A)}; \beta > \frac{L_0 \alpha q(A) - aR}{Rq(A)}. \quad (8)$$

Так как величина коэффициента линеаризации  $q(A)$  ограничена следующими пределами:

$$0 < q \leq k,$$

то условия устойчивости (8) для исследуемой системы примут вид

$$\alpha > \frac{Rb}{ak}; \beta > \frac{bL_0 - a^2}{ak}; \beta > \frac{L_0 \alpha k - aR}{Rk}.$$

Заменим  $s$  на  $j\omega$  в уравнении (7)

$$q(A)a\alpha - Rb - \omega^2 Rm + j\omega \left( \left[ a\beta q(A) + a^2 - bL_0 - \omega^2 mL_0 \right] \right) = 0, \quad (9)$$

выделив в уравнении (9) вещественную и мнимую части, получим уравнения для определения периодического решения (1) для входной величины преобразователя напряжения

$$\begin{cases} X(A, \omega) = q(A)a\alpha - Rb - \omega^2 Rm = 0, \\ Y(A, \omega) = (a\beta q(A) + a^2 - bL_0 - \omega^2 mL_0)\omega = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Решая систему уравнений (10), определим частоту  $\omega$  периодического решения через параметры системы и определим выражение для нахождения эквивалентного коэффициента усиления  $q(A)$

$$\omega = \frac{b(\alpha L_0 - R\beta) - a^2 \alpha}{m(\beta R - \alpha L_0)}, \quad q(A) = \frac{aR}{(\alpha L_0 - R\beta)}. \quad (11)$$

Подставив в выражение (11) соотношение (2), (3) получим формулу, связывающую амплитуду периодического решения  $A$  с параметрами системы

$$\frac{2k}{\pi} \left[ \arcsin \frac{U_0}{A} + \frac{U_0}{A} \sqrt{1 - \frac{U_0^2}{A^2}} \right] = \frac{aR}{\alpha L_0 - R\beta}. \quad (12)$$

Для определения значения критического коэффициента усиления  $k_{кр.}$ , который определяет границу устойчивости системы и область автоколебаний, в формуле (12) принимаем  $A = U_0$ , тогда

$$k_{кр.} = \frac{aR}{\alpha L_0 - R\beta},$$

то есть автоколебания возникают при  $k \geq k_{кр.}$

Определим условие границы устойчивости линейной системы при  $q(A) = k$ . Система уравнений (10) примет вид:

$$\begin{cases} ka\alpha - Rb - \omega^2 Rm = 0, \\ ka\beta + a^2 - bL_0 - \omega^2 mL_0 = 0. \end{cases}$$

Откуда следует, что

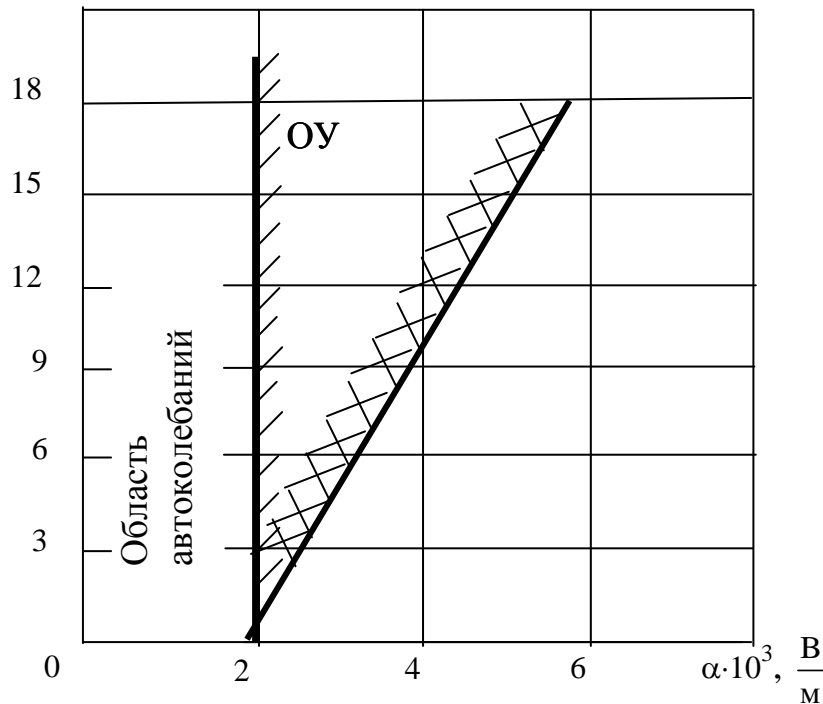
$$k_{л.з.} = \frac{aR}{\alpha L_0 - R\beta}. \quad (13)$$

То есть  $k_{л.з.} = k_{кр.}$ , исходя из этого граница области устойчивости определяется следующими равенствами:

$$\alpha = \frac{Rb}{ak_{кр.}}; \beta = \frac{L_0 \alpha k_{кр.} - aR}{Rk_{кр.}}.$$

Значение  $k_{кр.}$  определяется по соотношению (13) при подстановке в него граничных значений  $\alpha, \beta$  линейной системы.

$$\beta, \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}}$$



**Рис. 3.** Область устойчивой работы устройства

Отсюда следует вывод, что при  $k < k_{кр.} = k_{л.з.}$  активное виброзащитное устройство является устойчивым как в линейной части характеристики, так и в нелинейной (рис. 2). При  $k \geq k_{кр.}$  виброзащитное устройство работает как нелинейное в автоколебательном режиме с определенной амплитудой, в линейной системе при этом же условии ( $k \geq k_{л.з.}$ ) возникли бы расходящиеся колебания, то есть введение нелинейного звена расширяет область устойчивой работы устройства, при этом нелинейное виброзащитное устройство обладает по сравнению с линейным более большим запасом устойчивости (рис. 3).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов Е.П. Автоматическое регулирование и управление. – М.: Наука, 1966. – 388 с.
2. Коловский М.З. Автоматическое управление виброзащитными системами. – М.: Наука, 1976. – 317 с.

Поступила 02.11.2011 г.