СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брусенцов Н.П., Маслов С.П., Альварес Х.Р. Микрокомпьютерная система обучения «Наставник». – М.: Наука, 1990. – 224 с. – ISBN 5-02-014380-4.
2. Пат. 2260853 РФ. МПК^7 G09B 7/02. Устройство для контроля и самоконтроля знаний обучаемых / М.Ю. Шевелев, Ю.П. Шевелев, О.Е. Пермяков, Л.П. Донских. Бюл. изобр. 2005. № 26.
3. Шевелев М.Ю., Шевелев Ю.П. Технические средства контроля знаний для систем автоматизированного обучения. – Томск: Изд-во ИОА СО РАН, 2006. – 234 с. – ISBN 5-94458-075-5.

УДК 378.016

МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ КОМПЬЮТЕРНЫХ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ НА ОСНОВЕ ГЕНЕРАЦИИ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

В.В. Кручинин, Л.И. Магазинников, Ю.В. Морозова

Томский университет систем управления и радиоэлектроники
E-mail: kru@ie.tusur.ru

Рассматриваются модели и алгоритмы компьютерных самостоятельных работ, основанных на применении генераторов тестовых заданий. Показана структура такой программы и предложен обобщенный алгоритм работы. Описана технология обучения с использованием компьютерной самостоятельной работы.

В Томском университете систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР) разработана оригинальная технология создания и сопровождения генераторов тестовых вопросов и задач. В настоящее время внедрено большое количество генераторов по гуманитарным и техническим дисциплинам. Однако в процессе практического применения этих генераторов были обнаружены новые возможности их исполнения, в частности, создания программ для самостоятельной подготовки студентов. Поскольку генератор получает огромное число тестовых вопросов и заданий, то стало возможным предъявлять не только индивидуальные задания, но и сопровождать их обучающими функциями посредством соответствующих указаний, помогающих студенту наметить план решения и осуществить его. Возможна выдача полного решения данной конкретной задачи с последующей заменой на другую.

Ниже предлагаются модели и алгоритмы самостоятельных работ на основе исполнения таких генераторов. Эта идея была реализована в курсе «Высшая математика» для студентов ТУСУРа, обучающихся по дистанционной технологии.

Комплексный подход к организации преподавания математики в технических вузах предполагает большое разнообразие программно-методического материала. В настоящее время в учебно-программный комплекс входят следующие составляющие: а) учебные пособия на бумажных носителях, б) практикумы по решению задач, в) набор контрольных и самостоятельных работ, г) компьютерная программа «генератор», позволяющая тиражировать практически неограниченное число индивидуальных заданий различного назначения, д) набор базовых задач – «шаблонов» входного материала для работы программы «генератор», е) материалы для проведения компьютерных экзаменов, ж) методические материалы для подготовки к выполнению контрольных работ и сдачи экзаменов, з) мультимедийные учебные пособия [1]. Остановимся более подробно на каждой из этих составляющих. Наиболее трудозатратным оказалось написание учебных пособий, пригодных для создания автоматизированных обучающих систем. Применяя системный подход, был проведен анализ понятийного аппарата, что позволило превратить курс высшей математики в единую дисциплину, не распадающуюся на отдельные слабо связанные между собой разделы [2].

На основании этого анализа проведена тщательная структуризация учебной информации с разбивкой ее на блоки, содержащие небольшое число новых элементов знаний. Написано пять учебных пособий, в которых теоретический материал дополнен достаточно большим числом примеров, поясняющих основные понятия. Кроме этого отдельно написано четыре практикума, для обучения студентов навыкам решения задач, включающих в себя как задачи с подробным решением, так и задачи для самостоятельной работы с указанием ответов. Для любой формы обучения, а особенно для дистанционной, важной является система контрольных и самостоятельных работ, индивидуальных заданий. Обычная практика, когда к пособию прилагается несколько вариантов контрольных работ, оказалась малоэффективной. Часть студентов пользовалась готовыми решениями, имеющимися у репетиторов, а также помещенных в Интернете. Компьютерный экзамен при малом объеме банка экзаменационных заданий также часто не даёт объективной оценки знаний студентов, так как ответы на все вопросы быстро становились известными студентам, им удавалось сдавать положительно экзамен, не готовясь к нему. Важным элементом тестового контроля стал генератор, который получает огромное количество неповторяющихся индивидуальных заданий на основе базы знаний.

Под генератором понимается компьютерная программа, которая по базе знаний и заданным алгоритмам генерирует конкретные значения параметров задачи, формулировку задания, решение этого конкретного задания и правильный ответ на него. Используя этот генератор, мы получаем не только тестовое задание, но и решение к нему. Это позволяет неоднократно решать одну и ту же задачу с разными исходными данными, при этом каждый раз сравнивать правильный ответ с полученным ответом студента. Эта идея впервые была реализована для создания тестовых контрольных работ и экзаменов. В ТУСУРе разработана технология создания таких генераторов для проведения контрольных работ и экзаменов по дистанционной технологии [3].

В настоящее время особый упор делается на самостоятельную работу студентов. Для помощи выполнения студентом самостоятельной работы была предложена идея реализации генераторов задач, которые обеспечат не только контроль, правильно или неправильно решил студент задачу, но и выдавал бы полный текст решения этой задачи. Для реализации этой идеи было расширено понятие шаблона задачи, в которой кроме элементов формулировки задачи, алгоритмов генерации параметров, множества изменения параметров, алгоритмов формулировки задачи, вставлены алгоритм решения задачи и база знаний, позволяющая реализовать интерактивную помощь. На рис. 1 представлена модель компьютерной самостоятельной работы, основанная на таком представлении.

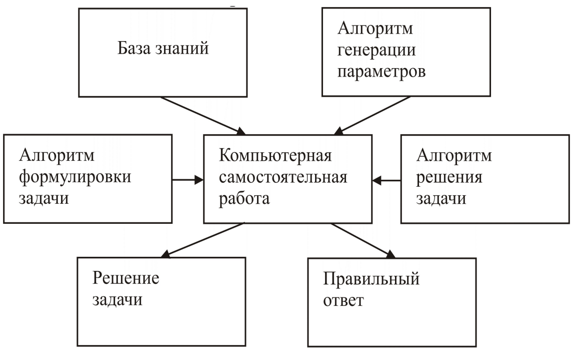

Рис. 1. *Модель компьютерной самостоятельной работы*

База знаний содержит фрагменты теории, указания к решению подобного класса задач, подсказки, элементы формулировок задачи. Для генерации текста задачи необходимо представить алгоритмы генерации параметров с заданными множествами изменений параметров. По алгоритму решения задачи рассчитывается правильный ответ, который затем сравнивается с ответом, полученным студентом. Кроме того, компьютерная самостоятельная работа по запросу студента может выдать обобщенное или конкретное решение сгенерированной задачи.

Технология обучения с использованием самостоятельной работы следующая. При каждом сеансе запуска контрольной работы студенту будет сгенерированы уникальные задания. Студент решает задачу, вводит ответ. Если ответ верный, система выдает сообщение, что ответ верный; студенту генерируется следующее задание. В случае затруднения или неверного ответа он может обратиться за помощью, содержащую ряд этапов. На первом из них, как правило, рекомендуется разобрать решение подобной задачи, с указанием, где его можно найти. Если это окажется недостаточным, то на последующих этапах намечается подробный план решения данной задачи. Это позволяет студенту научиться решать задачи подобного класса.

Процесс составления таких заданий, конечно, более трудоемок, чем составление простых задач с фиксированными числовыми данными. Необходимо учитывать все значения параметров, правильно записать условия генерации и алгоритм решения задачи. Формулировка задачи тоже может изменяться в зависимости от сгенерированных значений параметров. Необходимо учитывать все принимаемые значения параметров. Зато из одного шаблона получаем огромное количество вариантов задачи, тем самым создается банк задач большой емкости, который можно не обновлять продолжительное время.

Приведем несколько примеров базовых задач – шаблонов из различных разделов курса высшей математики.

Пример 1. Дан треугольник с декартовыми координатами вершин: $A(\alpha,\beta)$, $B(\gamma,\delta)$, $C(\mu,\nu)$. Запишите уравнение прямой, на которой расположена:

1. высота $AH1$ треугольника ABC,
2. высота $BH2$ треугольника ABC,
3. высота $CH3$ треугольника ABC,
4. медиана $AM1$,
5. медиана $BM2$,
6. медиана $CM3$,
7. биссектриса $AN1$,
8. биссектриса $CN1$,
9. биссектриса $BN1$.

В данном примере параметрами являются α, β, γ, δ, μ, ν такие, что $\begin{Bmatrix} \alpha-\gamma & \alpha-\mu \\ \beta-\delta & \beta-\nu \end{Bmatrix} \neq 0$, иначе точки A, B, C расположатся на одной прямой. Для каждого случая приводится форма ввода и сам ответ. Для примера ограничимся случаем 1. Положить $\gamma>\mu$. Все параметры α, β, γ, δ, μ, ν взять десятичными дробями с одним десятичным знаком или целыми числами в пределах от –10 до 10. Уравнение прямой $AH1$ записать в виде $(\gamma-\mu)x+Dy+C=0$. В ответ введите значение коэффициента C. В случае нецелого ответа округлить его до 0,1. Эталонный ответ будет $C=(\mu-\gamma)\alpha+(\gamma-\delta)\beta$.

Генератор случайным образом выбирает одно из условий задачи, генерирует параметры и выдает на экран формулировку задачи, различную для каждого сеанса вызова программы. После того, как студент введет ответ $\tilde{a}$, программа расчитывает эталонный ответ a и сравнивает его с выведенным студентом. Как правило, ответ приходится находить приближенно, при этом нужно указывать степень округления. В случае округления до сотых ответ $\tilde{a}$ признается правильным, если выполняются условия $|\tilde{a}-a|\le 0{,}01$, в случае округления до тысячных – $|\tilde{a}-a|\le 0{,}001$. Можно путем соответствующей формулировки задания и подбора параметров добиться, чтобы ответы находились точно без округления. На первых порах, чтобы упростить проблему сравнения ответов, мы таким образом и поступали. Ответы были точными и, как правило, целыми, где это возможно. Но затем от этой идеи отказались, так как вместо того, чтобы решать задачу, некоторые студенты пытались подобрать ответ; создавалась иллюзия, что ответ может быть только целым числом.

Пример 2. В линейном пространстве R_3 относительно канонического базиса $\overline{e_1}(1;0;0)$, $\overline{e_2}(0;1;0)$, $\overline{e_3}(0;0;1)$ даны четыре вектора $\overline{a}(x1;x2;x3)$, $\overline{b}(y1;y2;y3)$, $\overline{c}(z1;z2;z3)$, $\overline{x}(\alpha x1+\beta y1+\gamma z1;\alpha x2+\beta y2+\gamma z2;\alpha x3+\beta y3+\gamma z3)$. Проверьте, можно ли векторы $\overline{a},\overline{b},\overline{c}$ принять за новый базис в R_3. Если нельзя, то введите число 0 и переходите к следующей задаче. Если можно, то найдите координаты вектора $\overline{x}$ относительно нового базиса. В ответ введите найденные координаты, разделив их точкой с запятой.

Ответ, если $\begin{vmatrix} x1 & x2 & x3 \\ y1 & y2 & y3 \\ z1 & z2 & z3 \end{vmatrix} \ne 0$, то α; β; γ. Параметры $x1$; $x2$; $x3$; $y1$; $y2$; $y3$; $z1$; $z2$; $z3$; α; β; γ взять в пределах от -5 до 5. Среди каждой из троек чисел $x1$; $x2$; $x3$; $y1$; $y2$; $y3$; $z1$; $z2$; $z3$; α; β; γ только одно может быть равным нулю. Особенностью этого примера является то, что величины, составляющие ответ задачи, входят в число параметров.

Генератор всем параметрам присваивает определенные числовые значения и выводит на экран сгенерированную задачу. Выявить значения параметров α; β; γ можно только после решения задачи. Этот прием мы используем во многих задачах, например, при составлении шаблонов с системами линейных уравнений, на отыскание собственных чисел и векторов и других задачах.

Пример 3. Найдите главную часть вида $\gamma(x)=c(x-a)^k$ бесконечно малой функции $\alpha(x)=b^2(x-a)^m\cdot\ln\left[1+\dfrac{(x-a)^n}{x-a+b}\right]$ при $x\to a$. В ответ введите сначала значение c, а затем через точку с запятой, значение k. Ответ b; $m+n$. Параметры $b\ne 0$, $m>0$, $n>0$, a – любое.

Пример 4. Функция $Z(x,y)$ задана неявно уравнением

$$\Phi(x,y,z)=ax^2+by^2+cz^2+mxy(2c+1)z-$$
$$-[a\alpha^2+b\beta^2-c-m\alpha\beta=0.$$

Найдите: 1) $\dfrac{\partial^2 Z}{\partial x^2}$, 2) $\dfrac{\partial^2 Z}{\partial y^2}$, 3) $\dfrac{\partial^2 Z}{\partial y\partial x}$.

В ответ введите значение найденных производных в точке $M(\alpha,\beta,1)$.

Ответ:

1. $2a+(2a\alpha+m\beta)^2 2c$.
2. $2b+(\alpha m+2b\beta)^2 2c$.
3. $m+(2a\alpha+m\beta)(m\alpha+2b\beta)2c$.

Параметры a, b, c, m – любые отличные от нуля, в пределах от –5 до 5, α, β – любые, но $\alpha^2+\beta^2\ne 0$. Случайным образом выбираем одно из условий 1), 2) или 3) и генерируем числовые значения параметров.

По этому шаблону можем составить около трех миллионов задач с различными значениями параметров и ответами. Подбор подобных задач и отыскание их ответов без привлечения компьютера требует довольно много времени.

Шаблон с выборочными ответами мы применяли только в тех случаях, когда удается привести все множество возможных ответов.

Пример 5. Даны три ряда:

1. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_1 n^{\alpha}+b_1 n^{\beta}+c_1}{a_2 n^{\gamma}+b_2 n^{\delta}+c_2}$;
2. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\ln\left(1+\frac{a_3 n^{\mu}+b_3 n^{\nu}+c_3}{a_4 n^{m}+b_4 n^{l}+c_4}\right)$;
3. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{a_5 n^{k}+b_5 n^{p}+c_5}{a_6 n^{r}+b_6 n^{s}+c_6}$.

Укажите номера тех из них, для которых выполнен необходимый признак сходимости.

Варианты ответа:

1. Для всех трех рядов.
2. Только для первого ряда.
3. Только для второго ряда.
4. Только для третьего ряда.
5. Только для первого и второго.
6. Только для первого и третьего.
7. Только для второго и третьего.
8. Ни для какого.

Параметры a_i, b_i, c_i ($i=\overline{1,6}$) любые, не равные нулю. Все показатели степеней α, β, γ, δ, μ, ν, m, l, k, p, r, s взять положительными, различными. Положить $\alpha<\beta$, $\gamma<\delta$, $\mu<\nu$, $m<l$, $k<p$, $r<s$.

Ответы:

1. Если $\alpha<\gamma$, $\mu<m$, $k<r$.
2. Если $\alpha<\gamma$, $\mu\ge m$, $k\ge r$.
3. Если $\alpha\ge\gamma$, $\mu<m$, $k\ge r$.

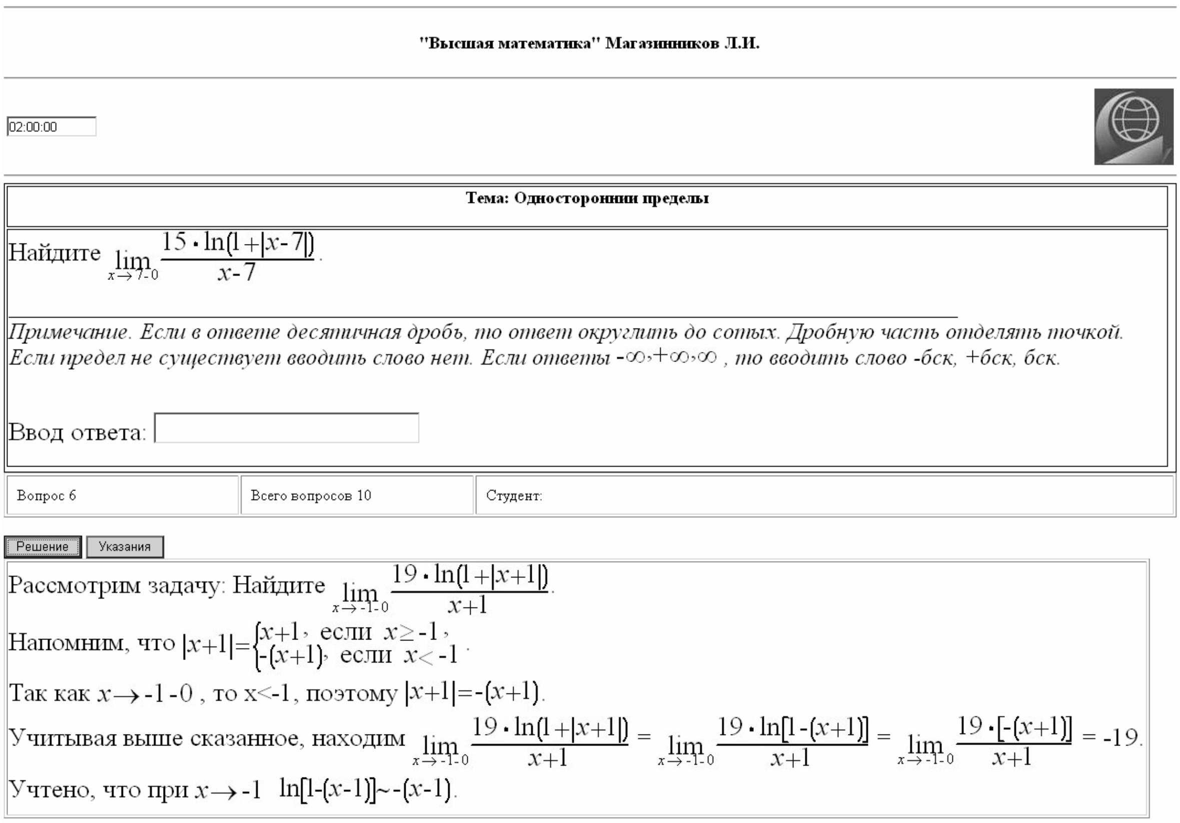

Рис. 2. *Пример реализации шаблона с решением*

4. Если $\alpha\ge\gamma$, $\mu\ge m$, $k<r$.
5. Если $\alpha<\gamma$, $\mu<m$, $k\ge r$.
6. Если $\alpha<\gamma$, $\mu\ge m$, $k<r$.
7. Если $\alpha\ge\gamma$, $\mu<m$, $k<r$.
8. Если $\alpha\ge\gamma$, $\mu\ge m$, $k\ge r$.

Генератор задает значения всех параметров, а также генерирует список вариантов ответа каждый раз новый.

К настоящему времени составлен довольно емкий банк шаблонов по аналитической геометрии, линейной алгебре, введению в анализ, дифференциальному исчислению функций одной и многих переменных, теории вероятностей. Ведется работа и с другими разделами курса. Составленный банк можно использовать в самых различных направлениях для студентов очной, заочной и дистанционной форм обучения. При наличии компьютерных залов легко проводить практические занятия по темам: действие над матрицами, обратная матрица и решение матричных уравнений, линейная зависимость и независимость системы векторов, ранг матрицы, вычисление определителей, решение систем линейных уравнений, отыскание собственных чисел и собственных векторов матриц, векторная алгебра, прямая на плоскости, плоскость и прямая в пространстве, кривые второго порядка, пределы, дифференцирование функций одного аргумента, производные высших порядков, дифференциал, дифференцирование параметрически и неявно заданных функций, геометрические приложения дифференциального исчисления и другие темы. С этой целью с помощью генератора и банка шаблонов можно генерировать индивидуальные задания с указанием ответов. Число различных вариантов при этом практически неограничено.

Как мы уже отмечали, на основании банка заданий, формируются контрольные работы для студентов дистанционной формы обучения, которые они могут выполнять и отчитываться о проделанной работе в автоматизированном режиме. Первый опыт проведения таких контрольных работ показал, что студенты испытывают затруднения при их выполнении. Было решено каждую базовую задачу дополнить двумя блоками, которые рекомендованы студентам при подготовке к выполнению контрольной работы. В одном из блоков приводятся указания, помогающие студенту решить задачу самостоятельно, приводятся ссылки на теоретический материал, указывается, где можно найти подобный пример, даются рекомендации общего характера, поясняющие ход решения задачи. Например, шаблон, приведенный в примере 1, пункт *a* дополнен такими указаниями.

Указание 1. По пособию изучите главу ... и разберите решение примера на стр ...

Указание 2. Высота *AH* перпендикулярна прямой *BC*, поэтому вектор $\overline{BC}$ или любой ему параллельный можно принять в качестве вектора нормали прямой *AH*.

Указание 3. Запишите общее уравнение прямой, проходящей через точку A, перпендикулярно вектору $\overline{BC}$ или ему параллельному. В пособии ... на стр ... показано, как это сделать.

Имеется и компьютерный аналог этого пособия. Студент имеет возможность вызвать соответствующие страницы на экран. Во втором блоке приводится решение подобной задачи, но с другими параметрами с подробными пояснениями.

При выполнении контрольных работ студентами дистанционной формы обучения блок с решениями отключается, а блок с указаниями сохраняется с целью повышения обучающей роли контрольной работы.

На основе этих алгоритмов было построено 27 самостоятельных работ по линейной алгебре, введению в математический анализ, пределу последовательности и т. д. Реализовано 185 шаблонов. Приблизительный анализ мощности генератора показал, что генератор получает 10^8 вариантов задачи из одного шаблона, представленного в базе знаний. В настоящее время реализованы самостоятельные работы по следующим разделам курса «Высшая математика»: область определения функции, первый замечательный предел, второй замечательный предел, главная часть бесконечно малых, главная часть бесконечно больших, односторонние пределы и т. д. Первые варианты самостоятельных работ представлены в свободном доступе на сайте Томского межвузовского центра дистанционного образования http://www2.tcde.ru/locpub/exam_exercise.php.

Таким образом, предлагается новый класс компьютерных учебных программ, позволяющий в интерактивном режиме генерировать задачи, сравнивать результат решения студента с правильным, организовывать интерактивную помощь. Для разработки такой программы необходимо организовать базу знаний, содержащую фрагменты теории, множество изменений параметров, фрагменты формулировок задач, что является довольно сложной задачей для методистов. Опыт использования подобных программ в ТУСУРе показывает, что они оказывают существенную помощь студентам, обучающимся по дистанционной технологии при решении задач по курсам математики и физики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ельцов А.А., Ельцова Г.А., Магазинников Л.И. Об организующей роли линейной алгебры в курсе математики втуза // Известия Томского политехнического университета. – 2005. – Т. 308. – № 1. – С. 227–229.
2. Кручинин В.В., Магазинников Л.И., Морозова Ю.В. Проблема самостоятельной подготовки студентов // Современное образование: ресурсы и технологии инновационного развития: Труды Всерос. научно-метод. конф. – Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2006. – С. 128–129.
3. Кручинин В.В., Морозова Ю.В. Модели и алгоритмы генерации задач в компьютерном тестировании // Известия Томского политехнического университета. – 2004. – Т. 307. – № 5. – С. 127–131.