

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ ПРИМЕСЕЙ В ПОДЗЕМНОМ ВОДОЕМЕ

Перминов В.А.¹, Гудов А.М.²

¹Томский политехнический университет

²Кемеровский государственный университет

Для Кузбасса и других горнодобывающих регионов характерна проблема загрязнения водоёмов вредными веществами, содержащихся в воде, откачиваемой из шахт и карьеров [1]. Рудные воды, как правило, содержат частицы угольной пыли, глины, соединений кальция, магния, нефтепродуктов и т.д. Лёгкие вещества (плотность которых меньше плотности воды), такие как нефтепродукты, скапливаются на поверхности воды, а остальные частицы находятся во взвешанном состоянии или постепенно оседают. Представляет интерес проблема очистки шахтных вод путем их закачки в заброшенные шахты и дальнейшее использование этих вод после осаждения (для тяжелых частиц) или всплытия (для легких частиц) загрязняющих примесей.

В предлагаемой работе рассматривается процесс течения жидкости, содержащей частицы загрязняющих примесей, в затопленной шахте. Для исследования распространения всплывающих примесей рассматривается шахта в форме прямоугольника, имеющего выступ в его верхней части (схематично представлена на рис. 1).

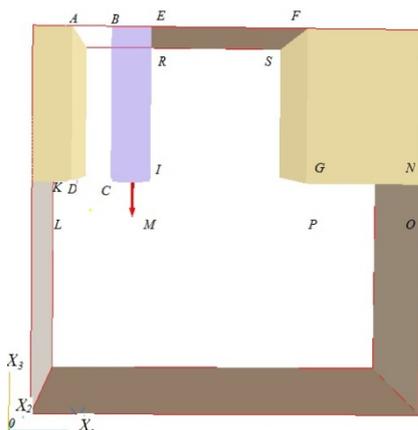


Рис.1. Схема расчетной области

В рассматриваемую область поступают грунтовые воды через границы KD, CI, и GN. Жидкость вытекает через границу AB. В начальный момент времени слой примеси располагается внутри области. Течением жидкости часть примеси выносится из области, а часть её – задерживается в области. Для описания процесса переноса примеси используется система дифференциальных уравнений, выражающих законы сохранения массы, импульса и концентрации компонентов в рассматриваемой области. Математически данная задача сводится к решению следующей системы дифференциальных уравнений для турбулентного течения:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}(-\overline{\rho u'_i u'_j}) - \rho S C_d u_i |u| - \rho g_i, \quad (2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial Y_k}{\partial t} + u_1 \frac{\partial Y_k}{\partial x_1} + (u_3 - u_{3k}) \frac{\partial Y_k}{\partial x_3} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j}(-\overline{\rho Y'_k u'_j}), \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(u_i \rho k) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{\mu_i}{\sigma_k} + \mu \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] - \mu_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta \rho g_i \frac{\mu_i}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_i} - \rho \varepsilon, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(u_i \rho \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{\mu_i}{\sigma_\varepsilon} + \mu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_1 \frac{\varepsilon}{k} (G_k + G_B) - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (5)$$

$$p = \rho R_0 T \sum_k \frac{Y_k}{M_k}, \quad \mathbf{r} = (0, g), \quad u_{3k} = \frac{g d_k^2}{18\nu} \left(\frac{\rho_k}{\rho} - 1 \right). \quad (6)$$

Здесь t, x_i – временная и пространственные координаты ($i=1, 3$); u_i – проекции вектора скорости на соответствующие оси декартовой системы координат, p – давление; g – ускорение свободного падения, R_0 – универсальная газовая постоянная, M_k – молекулярный вес k – компоненты, ρ – плотность смеси жидкости с частицами, ν – коэффициент кинематической вязкости, D_i – коэффициент диффузии, d_k, ρ_k, u_{3k} – диаметр, плотность и скорость осаждения частиц, Y_k – массовые концентрации k – компоненты ($k=1$ – вода, 2 – твердые частицы); $\mu_i = \rho C_\mu k^2 / \varepsilon$ – коэффициент турбулентной вязкости, $k = \bar{u}'_i \bar{u}'_i / 2$ – турбулентная кинетическая энергия; ε – ее диссипация, $C_\mu, \bar{b}_k, \bar{b}_\varepsilon, C_1, C_2$ – эмпирические константы, а G_k, G_B – генерация турбулентности за счет вынужденной и естественной конвекции.

На основе математической постановки (1)–(6) проводились численные расчеты по определению картины процесса распространения загрязняющей всплывающей примеси в шахте с помощью программного комплекса **PHOENICS** [2–3].

В результате численного интегрирования системы уравнений (1)–(5) получены векторные поля скорости и распределений загрязняющей примеси в различные моменты времени. Предполагается, что боковые стенки не влияют на процесс распространения примеси и течение жидкости. Поэтому задача решается в двумерной области $X_1 O X_3$. Рассматривается шахта, высотой 3 метра и длиной в горизонтальном направлении – 10 метров (рис.1). Грунтовые воды, поступающие в расчетную область, не содержат загрязняющую примесь. Концентрация примеси, которая находится внутри области, равна 1 и размер частиц $d_k = 5 \cdot 10^{-5}$ м. Плотность частиц примеси равна 500 кг/м^3 , что в два раза меньше плотности воды. Скорость поступления грунтовых вод из верхних сводов равна 0.1 м/с . На рис. 2 представлены распределения концентрации загрязняющей примеси в различные моменты времени.

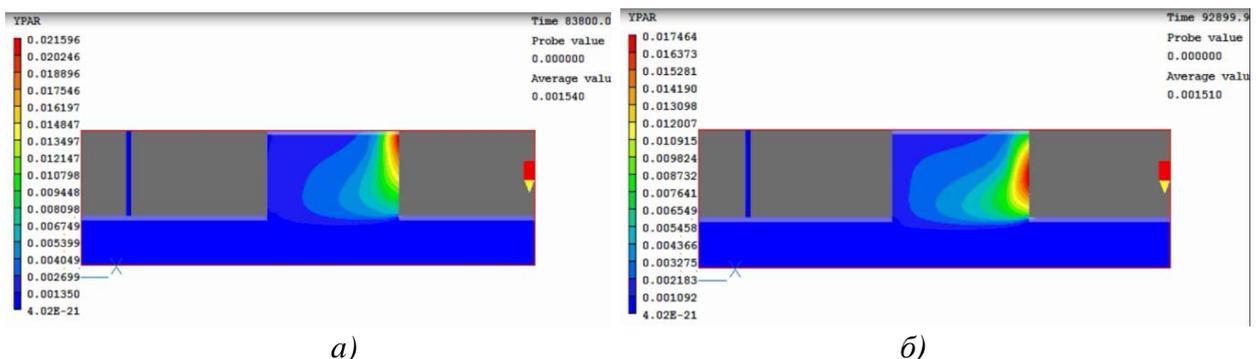


Рис. 2. Распределение загрязняющей примеси (а) - $t=83800$ сек., б) - $t=92899$ сек.)

Из представленных на рисунках распределений концентрации примеси следует, что с течением времени часть её выносится течением из шахты, а оставшаяся примесь в области затягивается образовавшимся вихрем в отстойник. При уменьшении плотности частиц примеси в два раза (до 250 кг/м^3) в результате численных расчетов получены распределения загрязняющей примеси в различные моменты времени (рис.3–5). Из рисунков видно, что с течением времени происходит установление течения и примесь

собирается в верхней части расчетной области. Это происходит быстрее, чем в предыдущем случае, так как плотность частиц в два раза меньше.

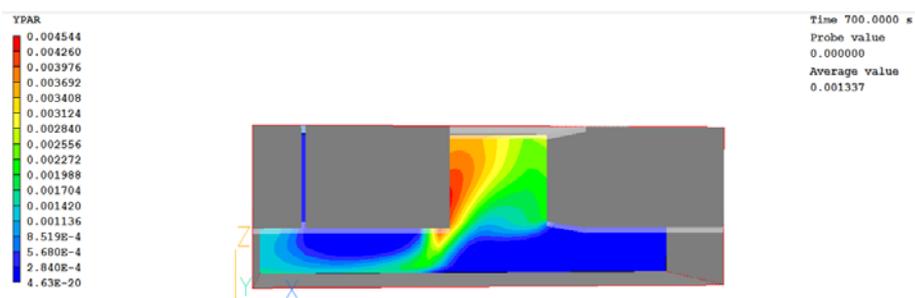


Рис. 3. Распределение загрязняющей примеси плотностью 250 кг/м^3 ; ($t=700 \text{ сек.}$)

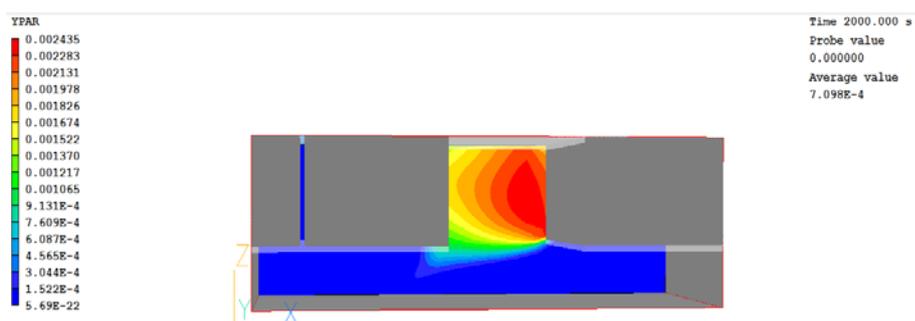


Рис. 4. Распределение загрязняющей примеси плотностью 250 кг/м^3 ($t=2000 \text{ сек.}$)

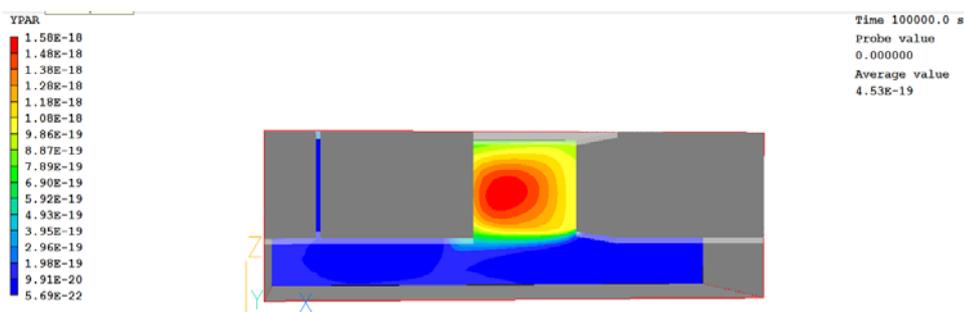


Рис. 5. Распределение загрязняющей примеси плотностью 250 кг/м^3 ($t=10000 \text{ сек.}$)

Для дальнейшего проведения численного эксперимента скорость поступления грунтовых вод была уменьшена в два раза по сравнению с предыдущим вариантом (0.05 м/с). Сравнение полученных результатов по распределению загрязняющей примеси (рис. 6, 7) с предыдущим вариантом в один и тот же момент времени (рис. 4, 5 соответственно) позволяет сделать вывод, что во втором случае установление течения и увеличение концентрации загрязняющей примеси в верхней части расчетной области происходят быстрее.

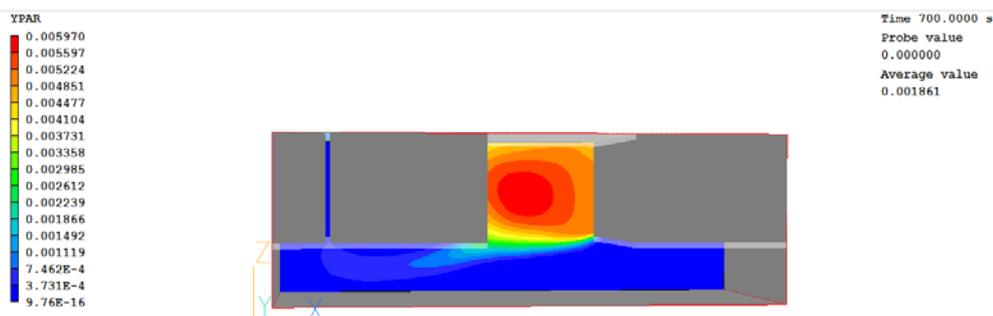


Рис. 6. Распределение загрязняющей примеси ($t=700 \text{ сек.}$)

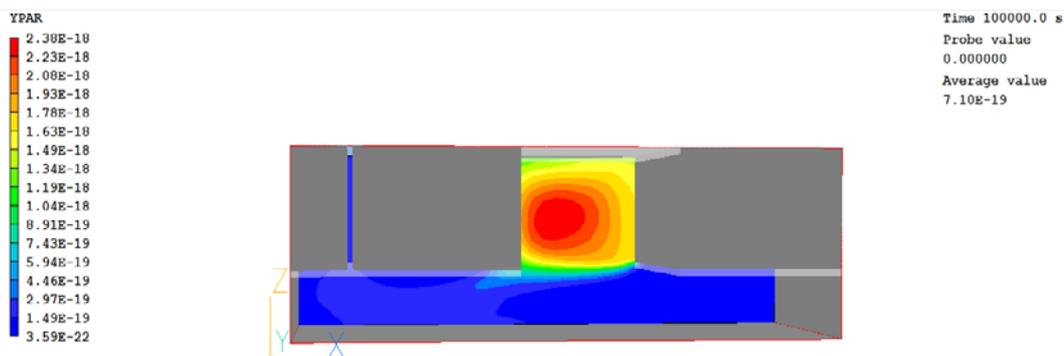


Рис. 7 Распределение загрязняющей примеси в затопленной шахте ($t=10000$ сек.)

На основании полученных результатов численных расчетов можно получить данные, каким образом параметры частиц загрязняющей примеси, а также скорость поступления грунтовых вод влияют на режим очистки шахтных вод. Представленная в данной работе математическая модель может быть использована для изучения процесса очищения загрязненных рудных вод в различных условиях и дальнейшей его оптимизации.

Представленная работа выполняется в рамках задания № 2014/64 на выполнение государственной работы «Организация проведения научных исследований». Полученные результаты численных расчетов и постановка задачи будут использованы в работе информационно-образовательного портала, предоставляющего образовательные услуги для студентов, аспирантов и научных работников.

Список использованных источников

1. Захаров Ю.Н., Потапов В.П., Счастливцев Е.Л., Чирюкина А.В., Моделирование распространения загрязняющих веществ в затопленных горных выработках // Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии – 2009 – Том 7 – выпуск 4 – С.66–72
2. PHOENICS On-Line Information System: www.cham.co.uk/ChmSupport/polis.php.
3. Patankar S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow – New York: Hemisphere Publishing Corporation – 1981 –214p.

ОЦЕНКА РАЗМЕРОВ ФОКУСНОГО ПЯТНА МАЛОГАБАРИТНОГО БЕТАТРОНА С ПОМОЩЬЮ ЦИФРОВОГО ДЕТЕКТОРА

Сухарников К.В., Генцельман В.Г., Рычков М.М.
Томский политехнический университет

Введение

Бетатрон – индукционный ускоритель электронов. Первый функционирующий бетатрон был сконструирован Дональдом В. Керстом в 1940 году, хотя патенты, описывающие подобные устройства публиковались и ранее [1]. Интерес к бетатронам возрастал вплоть до достижения максимальной энергии в 300 МэВ. Затем высокоэнергетические бетатроны были постепенно заменены линейными ускорителями. Тем не менее, низкоэнергетические машины остаются эффективными источниками жесткого рентгеновского излучения для неразрушающего контроля.

Одной из наиболее многообещающих областей применения бетатронов является высокоэнергетическая компьютерная томография (КТ). Главным достоинством бетатронов в КТ перед другими источниками является маленький размер фокусного пятна [2]. Получение фокусного пятна размером 200...300 мкм возможно благодаря циклической природе ускорителя: путём многократного прохождения пучка через одни и те же