

УДК 661.87.519

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕНТРОБЕЖНЫХ КАСКАДАХ

В.А. Власов, В.Г. Бутов, Д.Н. Голдобин, А.А. Орлов, С.Н. Тимченко

Томский политехнический университет

E-mail: richi@inet.tsu.ru

Рассмотрена модель нестационарных гидравлических и разделительных процессов, возникающих в прямоугольных симметричных противоточных центробежных каскадах. Разработана методика расчета основных параметров переходных процессов центробежного каскада. Приводятся результаты численного расчета.

Введение

Обогащение изотопов урана в разделительном центробежном каскаде является сложным и дорогостоящим процессом, поэтому вопросы оптимизации технологической схемы и режимов работы оборудования имеют большое значение для повышения эффективности производства. Одним из путей решения указанных вопросов является создание адекватных математических моделей процессов при разделении изотопов в центробежных каскадах.

Важное место здесь занимает моделирование нестационарных гидравлических и разделительных процессов. Возникновение нестационарных процессов в разделительных центробежных каскадах, связано с разными причинами. Например, это может быть изменение частоты питающего тока, переход на новый технологический режим, отключение части оборудования, как при нормальной работе каскада, так и при нарушениях нормальной работы схемы, связанных с закрытием внешних потоков каскадов, аварийным отключением части оборудования, отключением электропитания и т. п.

Моделирование нестационарных процессов также актуально для реализации соответствующих ситуаций в реальном масштабе времени в компьютерном тренажере, имитирующем рабочие места операторов разделительного центробежного производства.

1.1. Модель противоточного симметричного каскада

Рассмотрим прямоугольно-ступенчатый центробежный каскад для разделения двухкомпонент-

ной изотопной смеси. Пусть в некоторую промежуточную точку каскада подается поток питания F , а из концов каскада отбираются потоки P (отбор) и W (отвал). Схематично такой каскад представлен на рис. 1.

Величины F , C_f , W , C_w , P , C_p являются внешними параметрами каскада, а N , G_i^+ , C_i^+ , G_i^- , C_i^- ($i=1, n$) – внутренними. Эти параметры получаются из внешних согласно их определениям и известным характеристикам ступеней. Величины P , F и W являются функциями от времени и связаны уравнением баланса:

$$F = P + W,$$

$$F \cdot C_f = P \cdot C_p + W \cdot C_w.$$

Модель каскада необходимая для расчета нестационарных процессов разделения изотопов включает в себя систему уравнений нестационарной гидравлики и нестационарного переноса в каскаде. Решение полученной совместной системы позволяет определить время выхода каскада на стационарный режим работы, потоки и концентрации отбора и отвала ступеней и всего каскада в целом.

Система уравнений, описывающая нестационарные гидравлические процессы строится следующим образом [1]:

Газосодержание каскада, состоящего из n ступеней, разбивается на n объемов газа.

Газосодержание в каждой ступени определяется массой газа, вращающегося в роторах центрифуг [2]

$$M_0 = \rho V \frac{1 - e^{-A}}{A}, \quad A = \frac{M \Omega^2 r_a^2}{2RT_0}, \quad (1)$$

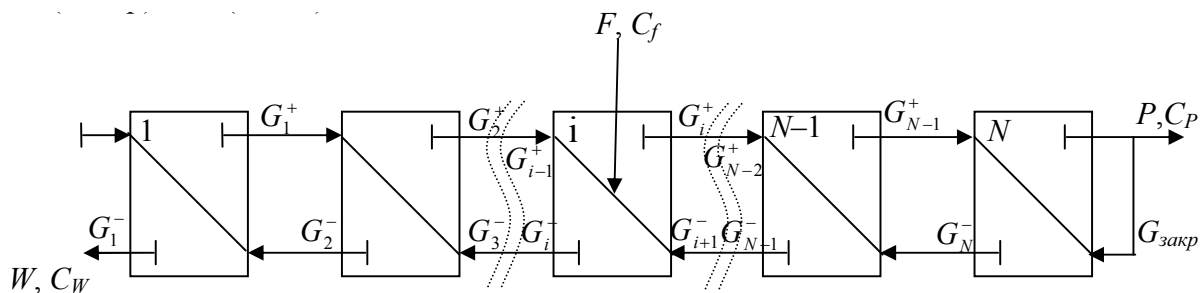


Рис. 1. Противоточный симметричный каскад: i – номер ступени; N – количество ступеней; W , C_w – поток и концентрация отвала каскада; P , C_p – поток и концентрация отбора каскада; F , C_f – поток и концентрация внешнего питания, подаваемого в i -ую ступень; G_i^+ , C_i^+ – поток и концентрация отбора i -ой ступени; G_i^- , C_i^- – поток и концентрация отвала i -ой ступени; G_i , C_i – поток и концентрация питания i -ой ступени

где M_0 – газосодержание ротора газовой центрифуги (ГЦ) с объемом $V=\pi r_a H$, радиусом r_a и высотой H определено для идеального газа с молярной массой M , равновесной плотностью ρ , давлением p , при температуре T_0 , вращающегося как единое целое вокруг оси z с угловой скоростью $\Omega=V_w/r_a$; V_w – окружная скорость ротора. Газосодержание $M_i(t)$ i -ой секции рассчитывается как произведение количества входящих в нее центрифуг на M_0

$$M_i = N_i \cdot M_0, \quad i = 1 \dots n.$$

Перепишем это соотношение с учетом ур. (2), заменив $\rho=M_0/RT_0$:

$$M_i = E p, \quad E = \frac{N_i V M}{RT_0} \cdot \frac{1 - e^{-A}}{A}. \quad (2)$$

В общем случае входящими в i -ый объем потоками являются поток отбора предыдущей ступеней G_{i-1}^+ ; поток отвала следующей ступеней G_{i+1}^- ; внешний поток питания данной ступени F , являющийся заданной функцией от времени t . Кроме того, в случае закрытия соседних ступеней, в i -ый объем поступают потоки отбора G_{i-2}^+ и отвала G_{i+2}^- с ближайшей работающей ступени.

Из объема ступени выходят поток отбора G_i^+ и поток отвала G_i^- .

1.2. Основные уравнения нестационарной гидравлики

Это уравнения баланса вещества в выделенных объемах. Изменение газосодержания в выделенном объеме определяется разностью входящих и выходящих потоков.

Для i -ой ступени можно записать следующие уравнения нестационарной гидравлики:

$$\frac{dM_i}{dt} = \delta_F F + \delta_{i-1}^+ G_{i-1}^+ + \delta_{i-2}^+ G_{i-2}^+ + \delta_{i+1}^- G_{i+1}^- + \delta_{i+2}^- G_{i+2}^- - G_i^+ - G_i^-, \quad (3)$$

где δ_F , δ_{i-1}^+ , δ_{i-2}^+ , δ_{i+1}^- , δ_{i+2}^- – признаки (0 или 1) наличия потока в секции, t – время.

Из (1) и (2) следует, что изменение величины E во времени зависит от $\Omega(t)$, поэтому в общем случае газосодержание газовой центрифуги зависит от частоты ее вращения:

$$\frac{dM}{dt} = E \frac{dp}{dt} + p \frac{dE}{dt}.$$

Начальное условие для уравнения (3) получается из ур. (2) при $\Omega(0)=\Omega_0$, $A(0)=A_0$ и имеет вид

$$M_i(0) = \frac{N_i M V}{RT_0} \frac{1 - e^{-A_0}}{A_0} p_i(0), \quad (4)$$

где $p_i(0)$ – начальное давление в i -ой ступени.

1.3. Уравнения для потоков

Поток питания отдельной ГЦ проходит через критическую шайбу. Выражение для потока питания ГЦ i -ой ступени можно записать в виде:

$$G_i = N_i \cdot K_i \cdot P_i,$$

где N_i – количество ГЦ в i -ой ступени; K_i – коэффициент расхода; P_i – давление питания на входе в ГЦ.

Исходя из ламинарного характера течения газа в отборнике тяжелой фракции ГЦ, для потока отвала ГЦ i -ой секции G_i^- имеем [3]:

$$\frac{G_i^- \zeta_i^-}{N_i} = P_w^2 - (P_i^-)^2,$$

где ζ_i^- – коэффициент гидравлического сопротивления.

Поток отбора ГЦ i -ой ступени G_i^+ определяем с помощью формализованной универсальной гидравлической характеристики ГЦ, которая представляется в виде:

$$G_i^+ = N_i \left(b1_i + b2_i \frac{G_i}{N_i} + b3_i \left(\frac{G_i}{N_i} \right)^2 + b4_i P_i^- + b5_i (P_i^-)^2 + b6_i \frac{G_i}{N_i} P_i^- \right),$$

где $b1_i$ – $b6_i$ – коэффициенты гидравлической характеристики, зависящие в общем случае от типа ГЦ, температуры ротора, концентрации легких примесей, частоты вращения Ω и т. п.

1.4. Основные уравнения нестационарного переноса

Перенос легкого изотопа от отвала в сторону отбора в обогащательной и регенеративной частях каскада соответственно записывается в следующем виде [2, 4, 5]:

$$\tau_i = \tau c + G \varepsilon c (1 - c) - \frac{\partial c}{\partial n} \frac{G}{2}, \quad (5)$$

$$\tau'_i = -\tau' c + G \varepsilon c (1 - c) - \frac{\partial c}{\partial n} \frac{G}{2}, \quad (6)$$

где ε – коэффициент полного обогащения.

Здесь в силу плавного изменения обогащения в каскаде номер ступени можно считать переменной величиной, тогда концентрация $c=c(n,t)$, $G=G(n,t)$, $\tau=\tau(n,t)$ и $\tau'=\tau'(n,t)$.

После подстановки τ_i и τ'_i из (5) и (6) в уравнение переходного процесса в центробежном каскаде

$$\frac{\partial(Mc)}{\partial t} = -\frac{\partial \tau_i}{\partial n}, \quad \frac{\partial(Mc)}{\partial t} = -\frac{\partial \tau'_i}{\partial n}$$

для обогащательной части получим

$$\frac{\partial(Mc)}{\partial t} = \frac{G}{2} \frac{\partial^2 c}{\partial n^2} - \frac{\partial}{\partial n} [G \varepsilon c (1 - c) + \tau c], \quad (7)$$

для регенеративной части –

$$\frac{\partial(Mc)}{\partial t} = \frac{G}{2} \frac{\partial^2 c}{\partial n^2} - \frac{\partial}{\partial n} [G \varepsilon c (1 - c) - \tau' c]. \quad (8)$$

Для решения уравнений (7) и (8) необходимо задать начальное условие и граничные условия на отборном и отвальном концах каскада. Принимаем

ется, что распределение концентрации при $t=0$ соответствует некоторому стационарному состоянию каскада

$$c(n, 0) = c_0(n). \quad (9)$$

Граничное условие на отборном конце каскада ($n=N$) при безотборном режиме работы определяется как

$$\tau(N, t) = 0; \quad \tau_l = \left[\tau c + G \varepsilon c(1 - c) - \frac{\partial c}{\partial n} \frac{G}{2} \right]_{n=N} = 0.$$

Отсюда получим

$$\left. \frac{dc}{dn} \right|_{n=N} = 2 \varepsilon c(1 - c). \quad (10)$$

На отвальном конце каскада ($n=1$) при безотвальном режиме работы граничное условие определяется как

$$\tau(1, t) = 0; \quad \tau_l = \left[-\tau' c + G \varepsilon c(1 - c) - \frac{\partial c}{\partial n} \frac{G}{2} \right]_{n=1} = 0.$$

Отсюда получим

$$\left. \frac{dc}{dn} \right|_{n=1} = 2 \varepsilon c(1 - c). \quad (11)$$

В случае работы в безотборно-безотвальном режиме с резервуарами, имеющими газосодержание M_p^r и M_p^d на тяжелом и легком концах каскада соответственно, граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} \text{при } n = 1; \quad \frac{dc}{dn} - 2 \varepsilon c &= 2 \frac{M_p^r}{G} \frac{\partial c}{\partial t}, \\ \text{при } n = N; \quad \frac{dc}{dn} - 2 \varepsilon c &= -2 \frac{M_p^d}{G} \frac{\partial c}{\partial t}. \end{aligned} \quad (12)$$

На стыке ступеней разной производительности должны выполняться следующие условия непрерывности

$$\begin{aligned} \tau(+n_k, t) &= \tau(-n_k, t), \quad \tau_l(+n_k, t) = \tau_l(-n_k, t), \\ c(+n_k, t) &= c(-n_k, t). \end{aligned} \quad (13)$$

Знаками «+» и «-» отмечены значения параметров справа и слева от k -го стыка ступеней. После подстановки (5) и (6) в (12) получим

$$\begin{aligned} \frac{G(-n_k, t)}{2} \cdot \frac{\partial c^-}{\partial n} - \frac{G(+n_k, t)}{2} \cdot \frac{\partial c^+}{\partial n} + \\ + \varepsilon [G(+n_k, t) - G(-n_k, t)] \cdot c^*(1 - c^*) = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь знаки «+» и «-» у производных имеют тот же смысл, а $c^* = c(+n_k, t) = c(-n_k, t)$.

Если на «стыке» ступеней ($n=n_k$) подается поток питания, то вместо уравнений (13) выполняются следующие уравнения

$$\begin{aligned} \tau(+n_k, t) - \tau(-n_k, t) &= F, \\ \tau_l(+n_k, t) - \tau_l(-n_k, t) &= c_f F, \\ c_f &= c(+n_k, t) = c(-n_k, t). \end{aligned}$$

После подстановки (10) и (11) в (14) получим

$$\begin{aligned} \frac{G(-n_k, t)}{2} \cdot \frac{\partial c^-}{\partial n} - \frac{G(+n_k, t)}{2} \cdot \frac{\partial c^+}{\partial n} + \\ + \varepsilon [G(+n_k, t) - G(-n_k, t)] \cdot c_f(1 - c_f) = c_f F. \end{aligned} \quad (15)$$

2.1. Численный расчет нестационарных процессов в разделительном каскаде

Расчет системы уравнений (3) для определения газосодержания и (7), (8) нестационарного переноса проводится следующим образом:

Рассчитывается начальное газосодержание в ступенях согласно (4) и начальная концентрация вдоль каскада по условию (9). Затем рассчитывается минимальный шаг по времени Δt для уравнений (3) и (7), (8). Для уравнений (7), (8) вводится также шаг Δn по переменной n .

Для численного решения уравнения (3) используется модифицированный метод Эйлера [6] второго порядка точности по времени. При решении уравнений (7) и (8) используется двухслойная схема расчета, обеспечивающая второй порядок точности по переменным t и n [6].

Также как и в работах [7] для обеспечения расчета с общим вторым порядком точности при аппроксимации условий на отборном (10) и отвальном (11) концах каскада, на стыке ступеней разной производительности без подвода (13) и с подводом питания (15) использовались односторонние разностные схемы.

$$\begin{aligned} \frac{\partial c^-}{\partial n} &= (-2 \cdot c_{n_k-3}^i + 9 \cdot c_{n_k-2}^i - 18 \cdot c_{n_k-1}^i + 11 \cdot c_{n_k}^i) / 6 \Delta n, \\ \frac{\partial c^+}{\partial n} &= (2 \cdot c_{n_k-3}^i - 9 \cdot c_{n_k-2}^i + 18 \cdot c_{n_k-1}^i - 11 \cdot c_{n_k}^i) / 6 \Delta n, \end{aligned}$$

которые получаются из суперпозиции разложения функции c в ряды Тейлора в точках с индексами $k-1, k-2, k-3, k+1, k+2, k+3$ соответственно.

2.2. Результаты расчетов

Был проведен расчет нестационарного процесса разделения в симметричном противоточном каскаде, состоящем из 6 разделительных ступеней. В качестве начального условия задавалась начальная концентрация $C_f = 0,00711$. Считали, что все ступени каскада в начальный момент времени заполнены газовой смесью на заданную величину M_n . Задан внешний поток питания $F = F(s_3, t)$, как функция от времени и точки подачи потока питания в каскад. Результаты расчетов представлены на рис. 2–4.

На рис. 2 представлено распределение по времени $\tau = \frac{G_N \varepsilon^2 t}{M_N}$ (G_N, M_N – поток и газосодержание последней ступени на стационарном режиме работы каскада) относительной концентрации на от-

борном конце каскада $\frac{C_P}{C_D}$, где C_D – требуемая концентрация целевого продукта. На рис. 3 представлено распределение относительной концентрации $\frac{C_P}{C_D}$ по каскаду при выходе на стационарный режим работы. Относительное распределение газосодержания $\frac{M_i}{M_N}$ по ступеням каскада при выходе на стационарный режим работы показано на рис. 4.

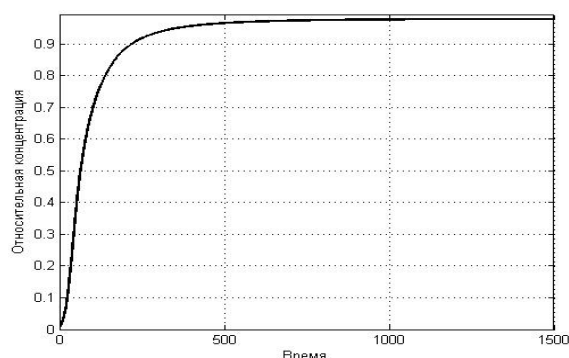


Рис. 2. Изменение относительной концентрации во времени на отборном конце раздельного каскада

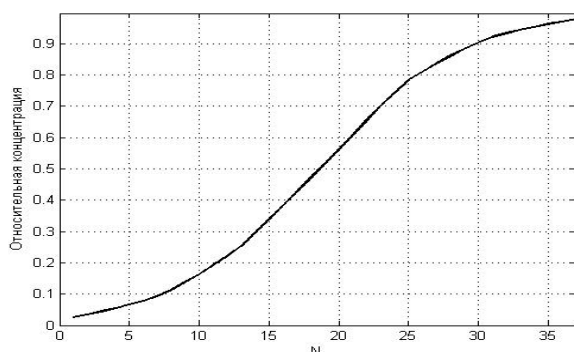


Рис. 3. Распределение относительной концентрации по каскаду при выходе на стационарный режим

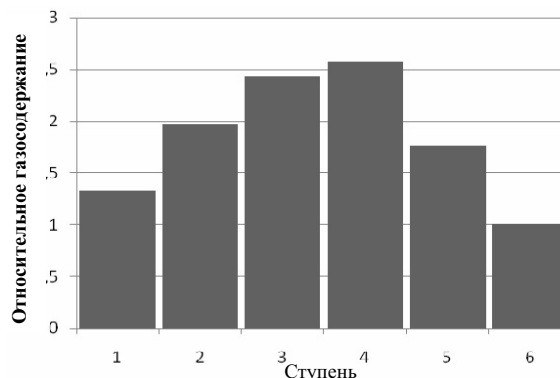


Рис. 4. Распределение относительного газосодержания по каскаду при выходе на стационарный режим

Заключение

Создана математическая модель для исследования нестационарных процессов разделения в симметричном противоточном каскаде. Система уравнений, описывающая данные процессы, состоит из уравнений нестационарной гидравлики, являющихся уравнениями баланса вещества в выделенных объемах. Процесс переноса легкого изотопа от отвала в сторону отбора в обоганительной и регенеративной частях каскада описывается двумя уравнениями в частных производных второго порядка.

При совместном решении для уравнения нестационарной гидравлики используется модифицированный метод Эйлера второго порядка точности по времени, в уравнениях разделения используется двухслойная схема расчета, обеспечивающая второй порядок точности по переменным t и n .

Разработана методика и получены результаты совместного численного моделирования нестационарных параметров гидравлических и раздельных процессов в противоточном симметричном каскаде, позволяющие моделировать различные переходные ситуации в центробежных раздельных каскадах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Филимонов С.В., Скорынин Г.М., Голдобин Д.Н. Моделирование нестационарных гидравлических процессов // Известия вузов. Физика. – 2004. – Т. 47. – № 11. – С. 173–177.
2. Обогащение урана / Под ред. С. Виллани. Пер. с англ. под ред. И.К. Кикоина. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 320 с.
3. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Госэнергоиздат, 1960. – 464 с.
4. Cohen K. The Theory of Isotope Separation as Applied to the Large Scale Production of U^{235} . – N.Y.: McGraw-Hill, 1951.
5. Рабинович Г.Д., Гуревич Р.Я., Бобров Г.И. Термодиффузионное разделение жидких смесей. – Минск: Наука и техника, 1971. – 207 с.
6. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
7. Левин Е.В., Лагунцов Н.И., Сулаберидзе Г.А. Об одном методе численного исследования нестационарных процессов в многосекционных установках для разделения многокомпонентных изотопных смесей // Инженерный физический журнал. – 1982. – Т. 43. – № 3. – С. 456–462.

Поступила 20.12.2006 г.