

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Sones B., Danon Y., Block R.C. Lithium fluoride (LiF) crystal for parametric X-ray (PXR) production // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B. – 2005. – V. 227. – P. 22–31.
2. Baryshevsky V.G., Feranchuk I.D. A comparative analysis of various mechanisms for the generation of X-rays by relativistic particles // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A. – 1985. – V. 228. – P. 490–495.
3. Nitta H. Kinematical theory of parametric X-ray radiation // Phys. Letters A. – 1991. – V. 158. – P. 270.
4. Hayakawa Y., Sato I., Hayakawa K. et al. Status of the parametric X-ray generator at LEBRA, Nihon University // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B. – 2006. – V. 252. – P. 102–110.
5. Potylitsyn A.P., Vnukov I.E. Parametric X-rays radiation, transition radiation and bremsstrahlung in X-ray region. A comparative analysis // H. Wiedemann (ed.), Electron-Photon Interaction in Dense Media. – 2001. – V. 49. – P. 25–47.
6. Didenko A.N., Adishchev Yu.N., Kalinin B.N. et al. Angular distribution and energy dependence of parametric X-ray radiation // Physics Letters A. – 1986. – V. 118. – P. 363–365.
7. Shchagin A.V., Khizhnyak N.A. Differential properties of parametric X-ray radiation from a thin crystal // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B. – 1996. – V. 119. – P. 115–122.
8. Adischev Yu., Afanasiev S.V., Boiko V.V. et al. First observation of parametric X-rays produced by moderate relativistic protons and carbon nuclei in Si crystals // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B. – 2006. – V. 252. – P. 111–117.
9. Беспалов В.И. Пакет программ ЕРНСА для статистического моделирования поля излучения фотонов и заряженных частиц // Известия вузов. Физика. Приложение. – 2000. – № 4. – С. 159–165.
10. Boone J.M., Seibert J.A. An accurate method for computer-generating tungsten anode X-ray spectra from 30 to 140 kV // Medical Physics. – 1997. – V. 24. – № 11. – P. 1661–1670.
11. Arkadiev V., Brauninger H. et al. Monochromatic X-ray source for calibrating X-ray telescopes // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A. – 2000. – V. 455. – P. 589–595.

Поступила 7.12.2006 г.

УДК 539.122.185

**ЭВОЛЮЦИЯ СПЕКТРОВ ИЗЛУЧЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ПОЗИТРОНОВ ПРИ (100) И (111) КАНАЛИРОВАНИИ В Si С ИЗМЕНЕНИЕМ УГЛА ВЛЕТА И ЭНЕРГИИ ЧАСТИЦ**

О.В. Богданов, К.Б. Коротченко, Ю.Л. Пивоваров

Томский политехнический университет  
E-mail: bov@tpu.ru

*Исследована эволюция спектральной интенсивности излучения при (111) каналировании позитронов в тонких кристаллах Si с увеличением энергии позитронов от 100 до 300 МэВ и изменением угла их влета. Обнаружено, что спектры имеют более сложную структуру, что объясняется наличием дополнительной группы позитронов по поперечной энергии, а полный выход излучения в несколько раз выше, чем при (100) или (110) каналировании.*

**Введение**

Теория излучения релятивистских заряженных частиц детально исследована в монографиях [1–4]. Характеристики излучения электронов и позитронов при плоскостном каналировании, излучение при каналировании (ИК), вдоль плоскостей (100) и (110) кристаллов алмаза, кремния и германия наиболее подробно рассмотрены в работе [1] с помощью аппроксимации потенциала отдельной кристаллографической плоскости простой функцией типа «перевернутая парабола». Однако, при каналировании вдоль так называемых двойных плоскостей (111) аналитическое рассмотрение затруднено. Это связано со следующими причинами:

- потенциал системы двойных плоскостей (111) сложен (рис. 1, а);
- аналитическое решение уравнения движения в таком потенциале найти невозможно.

Траектория частицы в кристалле может быть определена по модели бинарных столкновений [4], либо численным решением уравнений движения. В

работе использован второй подход, в рамках которого:

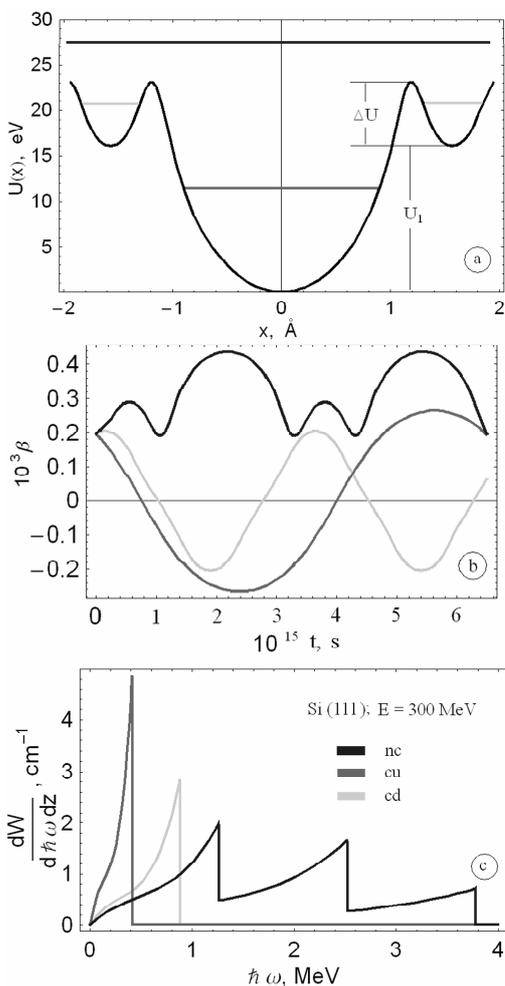
- потенциал системы двойных плоскостей (111) рассчитан на основе модели Kh. Chouffani.
- траектории и скорости позитронов получены численным интегрированием уравнений движения, без учета деканалирования (тонкий кристалл,  $l < l_d = \alpha L_{rad} U_0 \varepsilon / \pi m^2 c^4$ , здесь  $\alpha = 1/137$ ,  $U_0$  – глубина потенциальной ямы;  $\varepsilon$  – энергия позитрона,  $L_{rad}$  – радиационная длина,  $m$  – масса частицы,  $c$  – скорость света). В нашей работе диапазон энергий позитронов выбран в соответствии с параметрами пучков электронов и позитронов LNF (Frascati).
- Фурье-компоненты скорости, необходимые для расчета спектрально-углового распределения интенсивности излучения, определены численно.

**Теоретический анализ**

Уравнение движения релятивистского позитрона в потенциале (рис. 1, а) для поперечного направления (в приближении  $v_{\perp} \ll c < v_{\parallel}$ ;  $v_{\parallel}/c \ll 1/\gamma$ ) имеет вид:

$$\gamma m \ddot{x} = F = -\frac{\partial U(x)}{\partial x}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v_{\parallel}^2 / c^2}}, \quad (1)$$

$v_{\parallel}$  – средняя скорость движения позитрона.



**Рис. 1.** а) Потенциальная энергия позитрона в системе двойных плоскостей (111) Si и три значения поперечной энергии, соответствующие трем типам движения; б) зависимость скорости  $\beta_{\perp} = \dot{x}/c$  от времени для трех указанных значений поперечной энергии; в) спектры излучения от каждой из трех траекторий

Начальными условиями являются: точка влета в кристалл  $x(0) \equiv x_0$  и поперечный импульс  $p_{\perp}(0) \equiv p_{\perp} \theta_0$ , определяющие интеграл движения уравнения (1), – так называемую поперечную энергию:

$$\varepsilon_{\perp} = U(x) + \frac{p_{\perp}^2}{2\gamma m} = U(x_0) + \frac{p_{\perp}^2 \theta_0^2}{2\gamma m}. \quad (2)$$

Здесь  $\theta_0$  – угол падения позитрона относительно плоскости каналирования. В зависимости от соотношения между  $\theta_0$  и критическим углом каналирования  $\theta_c = \sqrt{2U_0/\varepsilon}$ , а также от высоты внутреннего потенциального барьера  $\Delta U = U_1 - U_0$  (см. рис. 1, а), при движении в потенциале двойных плоскостей вместо двух (как при (100) или (110)), возможны три типа решений уравнения (1) для поперечной координаты и скорости. Они описывают движение

канализованных (подбарьерных) или движение квазиканализованных (надбарьерных) позитронов (рис. 1, б). Классификация типов решений приведена в таблице, где *cd* – движение в канале (связанное движение или каналирование около двух плоскостей), *cu* – движение в канале (связанное движение или каналирование около одной плоскости) и *nc* – надбарьерное движение в периодическом поле, образованном периодической последовательностью потенциалов (рис. 1, а).

**Таблица.** Классификация решений уравнения движения (1) в задаче о (111) каналировании релятивистских позитронов в кристалле Si

Тип траектории	Поперечная энергия	Период
<i>cd</i>	$0 \leq \varepsilon_{\perp} \leq U_0$	$T_{cd}$
<i>cu</i>	$U_1 \leq \varepsilon_{\perp} \leq U_0$	$T_{cu}$
<i>nc</i>	$U_0 \leq \varepsilon_{\perp}$	$T_{nc}$

В соответствии с тремя типами движения, в задаче возникает три группы периодов движения – две для канализованных позитронов  $T_{cd}$ ,  $T_{cu}$  и одна – для надбарьерных позитронов  $T_{nc}$ .

Таким образом, при переходе от связанного подбарьерного движения типа *cd* к связанному подбарьерному движению типа *cu* период движения уменьшается более чем в два раза, следовательно, характерная частота излучения подбарьерных позитронов типа *cd* должна быть приблизительно в два раза больше. Далее, при переходе от связанного подбарьерного движения типа *cu* к надбарьерному движению период движения опять увеличивается приблизительно в два раза, следовательно, характерная частота излучения надбарьерных позитронов должна быть приблизительно в два раза больше, т. е. сравнимой с частотой излучения позитронов при движении по траекториям типа *cu*.

Если угол влета позитронов в кристалл относительно плоскости  $\theta_0 \neq 0$ , то позитроны, для которых  $0 \leq \varepsilon_{\perp} \leq U_0$ , попадают в канал и движутся в связанном либо с одной, либо с двумя плоскостями режиме. Позитроны, для которых  $U_0 \leq \varepsilon_{\perp}$ , движутся вне канала, последовательно пересекая (в поперечном направлении) периодически расположенные плоскости кристалла. Излучение этих трех типов частиц в общем случае в тонком кристалле не может быть разделено – в эксперименте позитроны пучка обладают различными углами и точками влета  $x_0$  в кристалл и поэтому получают различные значения потенциальной энергии  $U(x_0)$ , следовательно, различные значения поперечной энергии  $\varepsilon_{\perp}$ .

Решение (1) проводилось численно. С помощью найденных скоростей позитронов можно определить все характеристики излучения, возникающего при квазипериодическом движении этих частиц, используя соответствующие формулы классической электродинамики. Будем использовать формулу для расчета ИК отдельных позитронов в виде [1]:

$$\frac{dW}{d\omega dz} = \frac{e^2 \omega}{c^4 T^2} \sum_{l=1}^{\infty} \Theta[1-\eta_l] \cdot \left[ \eta_l^2 - \eta_l + \frac{1}{2} \right] \cdot |\dot{x}_{\omega}^c|^2;$$

$$\eta_l^c = \frac{T\omega}{2\pi\gamma^2(2l-1)}; \quad \eta_l^{nc} = \frac{T\omega}{2\pi\gamma^2 l};$$

$$\tilde{\omega} = \frac{2\pi l}{T}; \quad \dot{x}_{\tilde{\omega}}^c = \int_{-T/2}^{T/2} \dot{x} e^{i\tilde{\omega}t} dt. \quad (3)$$

где  $W$ ,  $\omega$  – энергия и частота фотонов;  $\Theta[1-\eta_l]$  – ступенчатая функция Хевисайда;  $T=\{T_{cd}, T_{cu}, T_{nc}\}$  – период движения позитрона,  $e$  – заряд электрона,  $z$  – толщина кристалла. Спектры ИК для характерных траекторий (характеризуемых поперечной энергией (2) и скоростью, рис. 1, *a, b*), рассчитанные по формуле (3), приведены на рис. 1, *c*.

**Эволюция спектров ИК при изменении угла влета позитронов**

Рис. 2–4 демонстрируют эволюцию спектров (100) и (111) ИК при увеличении угла влета позитронов в кристалл  $\theta_0$  (ориентационная зависимость).

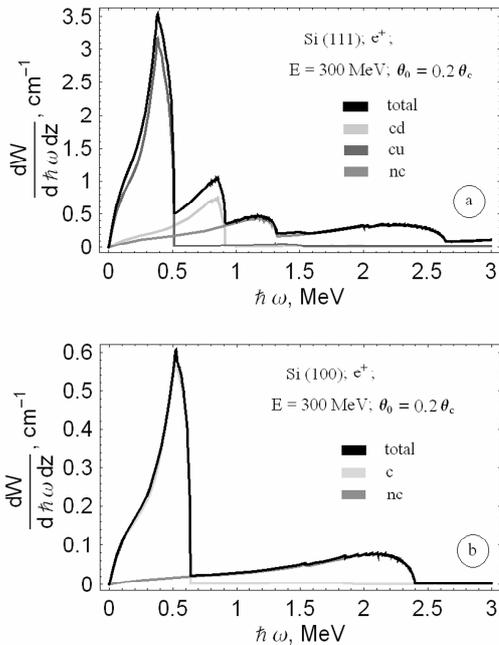


Рис. 2. Спектр ИК позитронов при угле влета в кристалл Si  $\theta_0=0,2\theta_c$  относительно плоскостей: а) (111); б) (100)

Для случая (111) спектр ИК формируется суммированием вкладов трех групп частиц, в соответствии с принятой классификацией (таблица). В свою очередь, спектр ИК каждой частицы состоит из суммы гармоник (3). Различие характерных частот гармоник каждой группы приводит к перекрытию спектров излучения частиц трех групп. Степень перекрытия спектров зависит от количества частиц в каждой группе, т. е. от угла влета  $\theta_0$ . Наши расчеты показали, что выбором угла влета  $\theta_0$  можно добиться наиболее четкого разделения вкладов трех групп позитронов в суммарный спектр ИК (111). На рис. 2 показан усредненный по точкам влета позитронов в кристалл спектр ИК (кривые *total*) для угла

падения  $\theta_0=0,2\theta_c$  относительно плоскости (111) и (100) Si,  $E=300$  МэВ, где видно, что спектр ИК (111) разделен на 3 горба, а спектр ИК (100) – два.

Отметим, что тип движения *cu* будет существовать для диапазона углов падения  $\theta_0=0\dots\theta_{sc}$ :

$$\theta_{sc} = \sqrt{\frac{2\Delta U}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\Delta U}{U_0}} \theta_c, \quad (4)$$

здесь введен субкритический угол  $\theta_{sc}$ , в нашем случае:  $\theta_{sc}=0,552\theta_c$ .

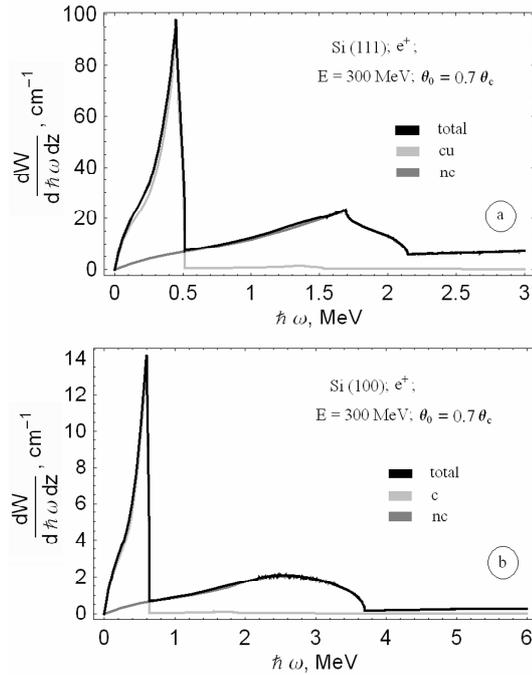


Рис. 3. Спектр ИК позитронов при угле влета в кристалл Si  $\theta_0=0,7\theta_c$  относительно плоскостей: а) (111); б) (100)

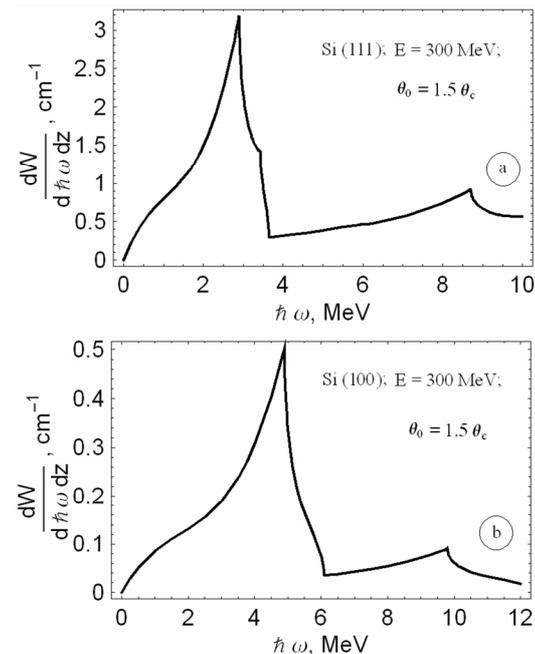


Рис. 4. Спектр ИК позитронов при угле влета в кристалл Si  $\theta_0=1,5\theta_c$  относительно плоскостей: а) (111); б) (100)

На рис. 3 показаны спектры ИК для угла падения относительно плоскости (111) и (100) Si,  $E=300$  МэВ. При углах падения  $\theta_0=\theta_{sc}\dots\theta_c$  суммарные спектры будут формировать две группы позитронов по поперечным энергиям.

На рис. 4 показаны спектры ИК для угла падения  $\theta_0=1,5\theta_c$  относительно плоскости (111) и (100) Si,  $E=300$  МэВ. Для углов падения  $\theta_0>\theta_c$  все позитроны движутся над барьером.

Основные различия спектров, рис. 4, связаны с различием параметров  $d$ ,  $U_0$  и формы (111) и (100) потенциалов.

### Эволюция спектров ИК при увеличении энергии позитронов

На рис. 5 приведено усредненное по точкам влета позитронов в кристалл спектральное распределение интенсивности ИК на единицу длины кристалла для угла влета  $\theta_0=0$  при каналировании вдоль плоскостей (111) и (100).

Спектры представлены в абсолютных единицах, поэтому можно проследить как рост интенсивности с увеличением энергии позитронов 100...300 МэВ, так и смещение характерных максимумов (закон  $\gamma^{3/2}$ ) в более жесткую часть спектра излучения. При угле  $\theta_0=0$  все частицы попадают в канал, т. к.  $\varepsilon_{\perp}<0$ . Наличие дополнительной группы позитронов по поперечной энергии для (111) потенциала двойных плоскостей приводит к резкому различию спектра (рис. 5, а, б) и заключается в появлении двугорбой структуры спектра.

### Заключение

Впервые численными расчетами детально исследована эволюция спектров ИК при увеличении энергии и угла влета позитронов к (111) плоскостям каналирования в тонком кристалле Si (без учета деканалирования). Показано, что при (111) каналировании форма спектра излучения более сложная, по сравнению с (100), (110) спектрами ИК, что объясняется наличием дополнительной группы позитронов по поперечной энергии. Заме-

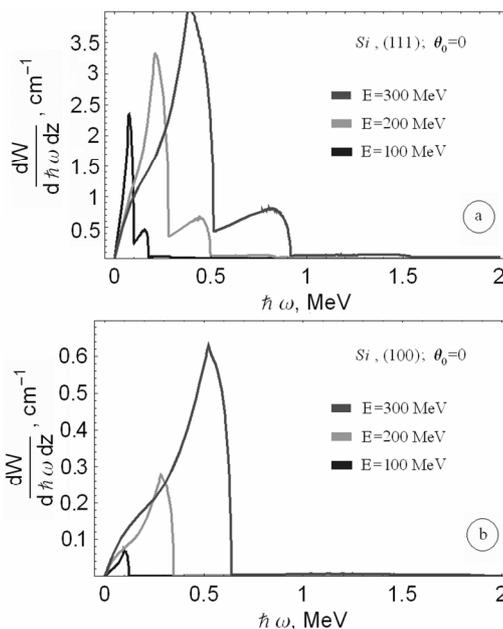


Рис. 5. Эволюция спектров ИК позитронов при изменении энергии от 100 до 300 МэВ при фиксированном угле влета в кристалл Si  $\theta_0=0$  относительно плоскостей: а) (111); б) (100)

тим, что полный выход фотонов (или интеграл по энергиям фотонов) для (111) каналирования значительно больше, чем для (100) каналирования (например, для Si при  $\theta_0=0,2\theta_c$  и  $E=300$  МэВ —  $Y(111)=1,94$  МэВ/см, а  $Y(100)=0,27$  МэВ/см), что может представлять интерес с точки зрения создания источника квазимонохроматических фотонов для фотоядерной физики.

Экспериментальное обнаружение расчетных особенностей спектров ИК при (111) каналировании в тонком кристалле Si возможно при начальной угловой расходимости позитронного пучка  $\Delta\theta_0<\theta_{sc}$ . Угловое распределение и поляризация, а также учет деканалирования и сравнение с ИК электронов будут рассмотрены в отдельной работе.

Авторы признательны С. Дабагову (LNF, Frascati, Италия) за полезное обсуждение.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. Электромагнитные процессы при высокой энергии в ориентированных монокристаллах. – Новосибирск: Наука, 1989. – 400 с.
2. Ахиезер А.И., Шульга Н.Ф. Электродинамика высоких энергий в веществе. – М.: Наука, 1993. – 344 с.

3. Кумахов М.А. Излучение каналированных электронов. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 160 с.
4. Теория излучения релятивистских частиц / Под ред. В.А. Бордовичина. – М.: Физматлит, 2002. – 576 с.