

## ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ В ЗАДАЧЕ ПОСТРОЕНИЯ ХЕДЖИРУЮЩЕЙ СТРАТЕГИИ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩЕЙ ИСПОЛНЕНИЕ LOOKBACK ОПЦИОНА ПРОДАЖИ НА ФОНДОВЫЙ ИНДЕКС

Е.Ю. Данилюк, С.В. Рожкова

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: [daniluc\\_elena@sibmail.com](mailto:daniluc_elena@sibmail.com)

Как известно, результаты решения физико-технических проблем находят применение во многих сферах науки. Так, в стохастической финансовой математике для описания эволюции стоимости рискованных активов (акций) используется геометрическое броуновское движение [1–3]. Настоящее исследование посвящено востребованным инвесторами инструментам срочных финансовых рынков – опционам, базисным активом которых являются фондовые индексы, отражающие ценовую динамику акций.

В предлагаемой работе на основе диффузионной модели  $(B, S)$  – финансового рынка [1] рассматривается lookback опцион продажи с функцией выплат (1)

$$f_T(i_T) = \min_{0 \leq t \leq T} i_t - i_T, \quad (1)$$

основанный на экстремальном значении «цены» рискованного актива (индекса). В качестве спотовой цены рассматривается конечное значение рискованного актива  $i_T$ , в то время как страйковая цена является «плавающей». Значение индекса в момент времени  $t$  определяется на основе цен акций, по которым начисляются дивиденды, и может быть записано как  $i_t = \sum_{k=1}^n V_k S_t^k / \sum_{k=1}^n V_k$ , где

$S_t^k = S_0^k \exp\left\{\left(\mu_k - \frac{\sigma_k^2}{2}\right)t + \sigma_k W_t\right\}$ ,  $\mu_k$ ,  $\sigma_k$  – цена, параметр сноса и волатильность акции  $k$ -го типа в момент времени  $t$  соответственно;  $V_k$  – вес акции  $k$ -го типа в индексной корзине;  $W_t$  – стандартный винеровский процесс.

Задача заключается в построении оптимального хеджа подписчика опциона продажи (1) с плавающим страйком; нахождении минимального капитала инвестора, формируемого таким образом, чтобы в момент предъявления опциона к исполнению платежное обязательство (1) было выполнено в полном объеме. При этом излагается вывод и доказательство формул рациональной (справедливой) цены исследуемого экзотического опциона продажи. Устанавливается природа зависимости стоимости опциона от характеристик договора, дается графическое подтверждение и экономическая интерпретация полученных свойств решения.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Shiryaev A.N. Essentials of Stochastic Finance: Facts, Models, Theory. – Hackensack (New Jersey): World Scientific Publishing Company, 1999. – 834 p.
2. Ширяев А.Н. и др. К теории расчетов опционов Европейского и Американского типов. II. Непрерывное время // Теория вероятностей и ее применения. – 2006. – Т.39. – Вып. 1. – С. 61 – 102.
3. Melnikov A.V., Volkov S.N., Nechaev M.L. Mathematics of financial obligations (Translations of Mathematical Monographs). Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2002. – V. 212. – 194 p.