АСИМПТОТИКИ И НЕВЯЗКА ОДНОМЕРНОГО НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ФИШЕРА-КОЛМОГОРОВА-ПЕТРОВСКОГО-ПИСКУНОВА С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ

А.А.Прозоров

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: aap51@tpu.ru

Рассматривается одномерное нелокальное уравнение для плотности распределения частиц $u(x,t)$ на отрезке на отрезке $x \in [-l, l]$.

$$u_t(x,t) = Du_\alpha(x,t) + au(x,t) - u(x,t)\int_{-l}^{l} b_\gamma(x-y)u(y,t)dy.$$

Для решения нелокального одномерного уравнения Фишера–КПП с дробными производными в операторе диффузии применяется асимптотический метод. Дробная производная в работе определяется в соответствии с подходами Вейля, Грюнвальда–Летникова и Лиувилля для периодических функций [1]. Полученные решения являются пространственно однородными и монотонно зависят от времени. Асимптотические решения строятся в классе функций, которые являются возмущениями найденного точного квазистационарного решения. Построенные асимптотики удовлетворяют уравнению с точностью до $O(1/T^2)$ (T – характерное время эволюции системы), описывают процесс образования структур и стремятся к точному квазистационарному решению при $T \to \infty$. Норма невязки уравнения стремится к нулю при характерном времени эволюции системы, а значит решение стремится к точному.

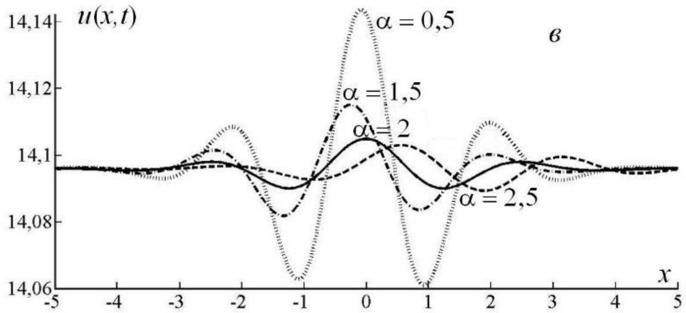

Рисунок 1. Плотность распределения $u(x,t)$ в момент времени $t = 20$

Как видно из рис. 1, из начального симметричного распределения гауссовского типа с одним пиком в процессе эволюции, как и в случае обычной диффузии, формируется распределение с дополнительными пиками, поведение которых зависит от порядка дробной производной. Высота этих пиков увеличивается по сравнению с высотой пиков при обычной диффузии, и распределение перестает быть симметричным. В случае же обычной диффузии график симметричен относительно начала координат. Чем ниже порядок дробной производной, тем больше смещение графика по сравнению с обычной диффузией и сильнее отклонение от стационарного состояния. Наличие дробных производных приводит к дрейфу центра масс популяции.

$$u(x,t) = \frac{\beta_{00}e^{at}}{1+\dfrac{b_0\beta_{00}}{a}(e^{at}-1)} + \frac{1}{T}\sum_{j=-\infty}^{\infty}\frac{\beta_{1l}e^{\bar{a}_j t}e^{ij\pi x/l}}{\left[1+\dfrac{b_0\beta_{00}}{a}(e^{at}-1)\right]^{(b_j+b_0)/b_0}}, \quad \bar{a}_j = \left(D\left(\frac{ij\pi}{l}\right)^\alpha + a\right).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. – Минск: Наука и техника, 1987. – 688 с.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОЦЕНКИ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ СТАЦИОНАРНОГО ГАУССОВСКОГО МАРКОВСКОГО ПРОЦЕССА ДИФФУЗИОННОГО ТИПА

О.В. Рожкова, Н.С. Демин

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: rov@tpu.ru

Классическая теория обработки сигналов, математическими моделями которых являются стохастические процессы, основана на предположении, что текущие значения наблюдаемого процесса (принимаемого сигнала) зависят только от текущих значений ненаблюдаемого процесса (информационного сигнала) [1–3]. На практике, весьма распространенной является ситуация, когда текущие значения наблюдаемого процесса зависят также и от прошлых значений ненаблюдаемого процесса (наблюдения с памятью, наблюдения с временными задержками) [4–7], что обуславливается инерционностью измерителей и конечным временем прохождения сигналов. Достаточно исследованной для данного класса наблюдений является задача фильтрации [4–6], хотя задача экстраполяции (прогноза, предсказания) является также важной, поскольку ее решение дает информацию о будущих значениях информационного сигнала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. – М.: Советское радио, 1972. – Т. 1. – 744 с.
2. Девис М.Х.А. Линейное оценивание и стохастическое управление.– М.: Наука, 1984. – 205 с.
3. Тихонов В.И., Кульман Н.К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов.– М.: Советское радио, 1975. – 704 с.
4. Basin M.V., Zuniga M.R. Optimal linear filtering over observation with multiple delays // Intern J. of Robust and Nonlinear Contr.– 2004. – V.14, –№ 8. –P. 685-696.
5. Basin M.V., Zuniga M.R., Rodriguez J.G. Optimal filtering for linear state delay systems // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2005. – V. AC-50, –№ 5. –P. 684-690.
6. Wang Z., Ho D.W.C. Filtering on nonlinear time-delay stochastic systems // Automatic . – 2003. – V. 39, – № 1. – P. 101-109.
7. Демин Н.С., Рожкова О.В., Рожкова С.В. Обобщенная скользящая экстраполяция стохастических процессов по совокупности непрерывных и дискретных наблюдений с памятью // Известия РАН. Теория и системы управления. –2000. – № 4. – С. 39–51.

ТЕОРИЯ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ КАК МЕТОД ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССА КРИСТАЛЛИЗАЦИИ УРАНА

Д.А.Сериков, А.О. Очоа Бикэ

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: dmitrii_serikov@mail.ru

В данной работе рассматривается возможность применения теории клеточных автоматов к моделированию процесса кристаллизационного аффинажа нитрата уранила из азотнокислого раствора.

Кристаллизационный аффинаж дает некоторые преимущества в сравнении с PUREX-технологией, получившей широкое распространение в наше время [1]. Процесс кристаллизации не требует использования