

СЕКЦИЯ 11. ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИКИ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ИНТУИЦИЯ

*М.А. Гайдамак, студентка группы 17Г41,
научный руководитель: Князева О.Г.*

*Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского
Томского политехнического университета
652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26*

Еще древних интересовали вопросы: как создается новое, откуда берется то, чего еще не было вчера, кто или что является его источником? И уже древние пытались на него ответить, создавая грандиозные мифологические, потом религиозно-философские, а затем и научные картины мира. Однако в отношении творений человека этот вопрос приобретал особую остроту. Ибо, во-первых, пути поиска нового, даже в одной области, зачастую очень сильно разнятся, а во-вторых, способность создавать новое присуща далеко не всем людям.

Деятельность человека, порождающая качественно новое, оригинальное и уникальное, получила название творчество. Нас будет интересовать вопрос, как осуществляется математическое творчество, т.е. появляется новое в математике, и какова роль интуиции в появлении этого нового.

Процесс открытия одного и того же может протекать у разных людей по-разному. Это не удивительно, т.к. в каждом таком случае мы имеем дело с творческой индивидуальностью, которая во многом определяется работой уникального органа – человеческого мозга. Раскрытие механизмов его работы могло бы дать точный ответ на наши вопросы. Но до сих пор эти механизмы остаются загадкой. Более того, современные исследования подчеркивают сложность их раскрытия. Исследование процесса творчества через изучение функционирования головного мозга не может сегодня существенно помочь в достижении наших целей. Казалось бы, на этом можно ставить точку в попытке изучения творчества вообще и математического – в частности, объявив эту задачу пока неразрешимой. Однако, там где мы доходим до границ специального знания, где мы осознаем принципиальную ограниченность этого знания и где у нас возникает потребность перешагнуть эти границы, там у нас остается одно средство – это гипотеза и философский анализ проблемы. Здесь мы встаем на этот путь. Его суть заключается в изучении свидетельств субъектов творчества и его продуктов. Как мы увидим, такой путь позволит хотя бы частично ответить на заявленные вопросы.

Исследователи давно заметили два совершенно различных магистральных пути в понимании математики: геометрический (или топологический) и алгебраический. Геометрический способ понимания включает в себя оперирование наглядными идеями, привлечение чертежей и рисунков, отказ, хотя бы на этапе самого творения, от формул и вычислений. Под алгебраическим способом понимают полную противоположность геометрическому. Несмотря на то, что оба подхода можно достаточно четко идентифицировать, они не являются самодостаточными. Т. е. не всегда задача может быть сведена только к геометрии или только к алгебре.

Итак, мы выделили два направления в понимании математики. Причем указали на их принципиальную взаимодополняемость. В связи с этим можно принять разделение математиков на «правополушарных» и «левополушарных». «Левополушарных» будем еще называть аналитиками или алгебраистами. Рассмотрим более подробно «правополушарных» математиков. Эту категорию называют еще геометрами. Но в силу того, что «правополушарные» математики черпают свои идеи не только из пространственных представлений, такое название кажется слишком узким. Кроме, собственно, геометрических представлений к математическому открытию могут вести представления из смежных областей знания. Наиболее ярко это проявляется во взаимоотношениях математики и физики. Причем физика не только ставит задачи, она так же является поставщиком новых понятий и методов.

Кроме этих двух типов, среди «правополушарных» математиков следует выделить математиков – «философов», которые в своих исследованиях обращаются к философским представлениям. Потребность в таком подходе обычно проявляется в переломные моменты истории науки, за которыми лежат новые теории и целые направления в науке. История математики изобилует примерами такого рода. Философскими установками в своем творчестве пользовались И. Ньютон, Г. Лейбниц, Н.И. Лобачевский, Д. Гильберт и др.

Итак, мы разделили всех действующих математиков на четыре типа – аналитики, геометры, физики и философы. И вплотную подошли к ответу на вопрос, что же лежит в основе акта творения?

А. Пуанкаре как-то заметил: «Для того, чтобы создать геометрию или какую бы то ни было науку, нужно нечто другое, чем чистая логика. Для обозначения этого другого у нас нет иного слова, кроме слова «интуиция». Принимая эту точку зрения, попытаемся показать, что каждому из четырех типов математиков присуща своя интуиция.

Сегодня под интуицией принято понимать способность мышления к непосредственным умозаключениям путем мысленного схватывания («озарения») без промежуточных обоснований и доказательств. По-видимому, ей принадлежит решающая роль в творчестве, поэтому остановимся на этом феномене и его роли в математическом открытии.

Обратимся снова к нашей классификации математиков. Мы разделили их по способу возникновения у них новых представлений, т. е. по способу понимания математики. Резонно предположить, что этот способ диктуется особым видом интуиции, присущим тому или иному типу математиков, т. е. существует четыре типа интуиции – аналитическая, геометрическая, физическая и философская.

Для аналитиков присущ особый вид интуиции – интуиция чистого числа, которая лежит в основе аналогий. Такая интуиция позволяет не выходить за рамки логического знания и поэтому избавляет его обладателя от логических ошибок. К математикам, которые обладают таким видом интуиции относится Ш. Эрмита, Сриниваса Рамануджан.

Геометрические интуиции привлекают к решению задач пространственные представления – непрерывность пространства, его связность, замкнутость, открытость и т. д. Замечательно, что воспитание геометрической интуиции начинают с демонстраций макетов фигур, чертежей, преобразующихся компьютерных рисунков. Это направление в преподавании математики обычно называют наглядной геометрией. Внутри нее, как мне кажется, уже сложилась некоторая система требований к подбору материала, способами и приемами его изображения. Причем освоение геометрии как таковой практически невозможно без этого базиса. Наиболее характерным примером здесь является книга В. В. Прасолова «Наглядная топология».

Физические интуиции берут свое начало в образах окружающей действительности. Часто этот тип интуиции смешивают с геометрической, однако есть основания разделять их. Так, А. Пуанкаре, как пример геометрической интуиции, рассматривает решение Р. Клейном задачи о том, существует ли на данной поверхности Римана функция, допускающая данные сингулярности. При решении этой задачи Р. Клейн «заменяет поверхность Римана металлической поверхностью, электропроводность которой меняется по известным законам, и соединяет две точки ее с двумя полюсами элемента. Ток, говорит он, непременно пройдет, и распределение этого тока по поверхности определит функцию, особыми свойствами которой будут именно те, которые предусмотрены условием.». Как видно, Р. Клейн пользуется физическими представлениями, лежащими за пределами просто пространственного воображения.

Обратимся теперь к философским интуициям. Как уже отмечалось, они вступают в дело в переломные моменты истории. Они являются необходимыми и крайне полезными на этапе создания новых теорий, причем там им принадлежит решающая роль.

Итак, мы выделили четыре типа интуиции. Можно подумать, что их применение ограничивается только теми областями, названия которых они наследуют в своих именах. Но это далеко не так! Более того, история математики показывает, что как раз вторжение ученых в смежные области может быть очень продуктивным и для этих областей и для самих ученых.

После того, как мы выделили основные типы интуиции и обосновали их существование, естественным желанием является попытка вскрыть механизмы их работы. Тут мы должны быть благодарны А. Пуанкаре за то, что он оставил уникальный самоанализ собственного процесса математического открытия в статье «Математическое творчество». В ней он привел рассказ о том, как были написаны мемуары о фуксовых функциях. Вкратце эта история выглядит так. В течение двух недель он пытался доказать, что функций, подобных тем, которые он впоследствии назвал фуксовыми, не существует. Каждый день он тратил один – два часа и безрезультатно перебирал большое число комбинаций. Но однажды вечером он выпил чашку черного кофе и не мог заснуть. И затем с ним произошло следующее: «... идеи возникали во множестве и мне казалось, что я чувствую, как они сталкиваются между собой, пока, наконец, две из них, как бы сцепившись друг с другом, не образовали устойчивого объединения. Наутро я установил существование класса функций Фукса. Мне оставалось лишь сформулировать результат, что отняло у меня всего несколько часов».

В анализе творческого акта А. Пуанкаре указывает на большую роль бессознательного. Он считает, что в процессе так называемого «отдыха» между сеансами сознательной работы (часто безуспешной) бессознательное создает огромное число комбинаций, большая часть которых абсолютно бесполезна. Далее они все пропускаются через решето особенного эстетического чувства, знакомого каждому реально действующему математику. Это чувство отбирает лишь те математические предметы, которые необходимы для разрешения задачи. Особенно важно, что это чувство может приводить к заблуждениям, на что также указывает А. Пуанкаре.

Анализируя процесс математического творчества, Ж. Адамар выделил следующий ряд его этапов [1]. (Интересно сравнить с приведенным выше рассказом А. Пуанкаре). Первый этап – это «подготовка», когда происходит сознательное исследование проблемы; второй этап – «инкубация», когда проблема как бы вытесняется в подсознание и исследователь может вообще забыть о ней; третий этап – «озарение», когда решение проблемы вдруг неожиданно «прорывается» в сознание (иногда этот этап сопровождается психологическим предчувствием); и последний этап заключается в проверке и теоретическом оформлении результатов.

В работе вопрос о механизме математического творчества сведен к изучению видов математической интуиции и раскрытию ее механизмов. Выделяется четыре типа интуиций: аналитическая, геометрическая, физическая и философская. Конечно, это разделение условное. В реальности математики почти никогда не пользуются только одним типом интуиции.

Надо также отметить, что важную роль в творчестве играет перенос интуиции. В работе это хорошо показано на примере переноса физической интуиции в геометрическую, когда Р. Клейн «...заменяет поверхность Римана металлической поверхностью, электропроводность которой меняется по известным законам...».

Математическая интуиция применяется как напрямую, в таких областях науки, как экономика, так и косвенно – в искусстве, музыке, литературе и т. д. Поэтому важно развивать математическую интуицию не только у математиков. Это необходимый багаж для любого образованного человека.

МАТЕМАТИКА В ОБЩИХ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ ДИСЦИПЛИНАХ У СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКОГО ВУЗА

*В.К. Антюфеев, студент группы 17Г41,
научный руководитель: Князева О.Г.*

*Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского
Томского политехнического университета
652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26*

Математическое образование является одним из базовых элементов системы профессиональной подготовки в вузе будущих специалистов по безопасности технологических процессов и производств. Для студентов инженерных специальностей математика является не только учебной дисциплиной, но и профессиональным инструментом анализа, организации, управления технологическими процессами. В Государственном образовательном стандарте высшего профессионального образования специальности «Защита в чрезвычайных ситуациях» подчеркивается, что выпускник вуза должен уметь: использовать математические и компьютерные технологии для обработки экспериментальных данных; строить и использовать математические модели для описания и прогнозирования различных производственных процессов; расчеты по безопасности технологических процессов и оформлять проектно-конструкторскую документацию на средства защиты. В решении данных задач важную роль играют сформированные у специалиста в период обучения в вузе умения применять математический аппарат для нужд профессионально-инженерной деятельности.

За последние годы в России произошли реформы, которые повлекли за собой изменения в системе высшего профессионального образования. Обществу необходим специалист-профессионал, способный реагировать на быстрые изменения в соответствующей профессиональной сфере. Особую значимость приобретает наличие у инженера не столько узкоспециального, сколько твердого фундаментального образования, на основании которого можно путем самообразования не отставать от современных веяний науки и техники. Одним из основных достоинств технического вуза является то, что он дает студентам фундаментальные знания по кругу проблем, связанных с их будущей профессиональной деятельностью. При анализе перечня специальных дисциплин иногда создается впечат-