

теории сходимости рядов, нашел правило для определения числа корней уравнения между данными пределами, дал способ интегрирования уравнений с частными производными.

В механике заменил понятие о непрерывности материи понятием о непрерывности геометрических переменных, исследовал движение световой волны в условиях двойного преломления, дал знаменитую теорию волн на поверхности тяжелой жидкости.

В физике дал общее уравнение движения светового эфира, установил законы преломления и отражения, не прибегая к сомнительным гипотезам.

В астрономии дал новый способ вычисления движения планет.

Полный список работ О. Коши помещен в книге Валсона: «Le baron Aug. C», а также в «Каталоге» лондонского королевского общества. Из более крупных сочинений Коши известны: «Memoire sur les integrales definies prises entre des limites imaginaires», «Lecons sur le calcul differentiel», «Memoire sur la resolution des equations numeriques et sur la theorie de l'elimination», «Memoire sur la theorie de la lamiere», «Exercices mathematiques». Парижская академия наук издает его «Oeuvres completes». На русский язык переведены: «Алгебраический анализ» (1864), «Краткое изложение дифференциально-го и интегрального исчисления» (1831; перевод В. Буняковского)[1].

Коши опубликовал свыше 800 работ. Были времена, когда Коши буквально каждую неделю представлял в Парижскую академию наук новый мемуар, и с печатанием его трудов складывались такие же трудности, как и с публикацией трудов Эйлера. Как отмечают его биографы, капитальные труды «Курс анализа», «Резюме лекций по исчислению бесконечно малых» и «Лекции по приложениям анализа к геометрии» послужили образцом для большинства курсов позднейшего времени. Академик А.Н. Крылов по этому поводу отмечает: «Коши писал такое множество работ, как превосходных, так и торопливых, что ни Парижская академия, ни тогдашние математические журналы их вместить не могли, и он основал свой собственный математический журнал, в котором помещал только свои работы». Гаусс про наиболее торопливые из них выразился так: «Коши страдает математическим поносом». Неизвестно, не говорил ли Коши в отместку, что «Гаусс страдает математическим запором».

Мемуары О. Коши благодаря его солидному гуманитарному образованию написаны прекрасным французским языком. О. Коши писал стихи на французском и латинском языках. Полное собрание сочинений О. Коши состоит из 25 томов [4].

Нет слов, почётные титулы великого математика Коши вполне им заслужены на научном поприще. Приведём в заключение одно высказывание, касающееся людей науки. «Если человек трудится только для себя, – писал К. Маркс, – он может, пожалуй, стать знаменитым учёным, великим мудрецом, превосходным поэтом, но никогда не сможет стать истинно совершенным и великим человеком» [3].

Литература.

1. Бобынин В.В., Огюстен Луи Коши (очерк по деятельности), "Физика, математические науки в их настоящем и прошедшем", 1887, т.3 №1-3
2. Маркушевич А. И., Очерк по истории теории аналитических функций, М.-Л., 1951.
3. <http://ega-math.narod.ru/Singh/Cauchy.htm>
4. http://ru.wikipedia.org/wiki/Коши,_Огюстен_Луи

МНИМЫЕ ЧИСЛА И ИХ РЕАЛЬНЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ

*Камза уулу Нурбек, студент группы 10740, С.И. Гановичев, студент группы 10710,
научный руководитель: Гиль Л.Б.*

*Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского
Томского политехнического университета
652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26*

Решение многих задач физики и техники приводит к квадратным уравнениям с отрицательным дискриминантом. Эти уравнения не имеют решения в области действительных чисел. Но решение многих таких задач имеет вполне определенный физический смысл. Значение величин, получающихся в результате решения таких уравнений, называли комплексными (устар. мнимыми) числами. Однако еще три столетия математики привыкали к этим новым «мнимым» числам, время от времени пытаясь от них избавиться. Только с XIX века, после выхода в свет работ Карла Фридриха Гаусса (1777-1855), посвященных доказательству основной теоремы алгебры, комплексные числа прижились в

науке. В 1830 году Галуа (Франция) доказал, что никакое общее уравнение, степень которого больше чем 4, нельзя решить алгебраически. Тем не менее, всякое уравнение n -й степени имеет (если рассматривать и комплексные числа) n корней (среди которых могут быть и равные). В этом математики были убеждены еще в XVII веке (основываясь на разборе многочисленных частных случаев), но лишь на рубеже XVIII и XIX веков упомянутая теорема была доказана Гауссом.

Итальянский алгебраист Дж. Кардано в 1545 г. предложил ввести числа новой природы. Он показал, что система уравнений $\begin{cases} x + y = 10, \\ xy = 40. \end{cases}$, не имеющая решений во множестве действительных чисел, имеет решения вида $x = 5 \pm \sqrt{-15}$, $y = 5 \pm \sqrt{-15}$, нужно только условиться действовать над такими выражениями по правилам обычной алгебры и считать что $\sqrt{-a} \cdot \sqrt{-a} = -a$.

Кардано называл такие величины «чисто отрицательными» и даже «софистически отрицательными», считал их бесполезными и стремился не применять их. В самом деле, с помощью таких чисел нельзя выразить ни результат измерения какой-нибудь величины, ни изменение этой величины. Но уже в 1572 г. вышла книга итальянского алгебраиста Р. Бомбелли, в которой были установлены первые правила арифметических операций над такими числами, вплоть до извлечения из них кубических корней. Название «мнимые числа» ввел в 1637 г. французский математик и философ Р. Декарт, а в 1777 г. один из крупнейших математиков XVIII в. – Л. Эйлер предложил использовать первую букву французского слова *imaginaire* (мнимый) для обозначения числа $\sqrt{-1}$ («мнимой» единицы); этот символ вошел во всеобщее употребление благодаря К. Гауссу (1831).

В связи с развитием алгебры потребовалось ввести сверх прежде известных положительных и отрицательных чисел числа нового рода. Их называли комплексными. Комплексное число имеет вид $a + bi$; здесь a и b – действительные числа, а i – число нового рода, называемое мнимой единицей. «Чисто мнимые» числа составляют частный вид комплексных чисел (когда $a = 0$). С другой стороны, и действительные числа являются частным видом комплексных чисел (когда $b = 0$).

Действительное число a называют абсциссой комплексного числа $a + bi$; действительное число b – ординатой комплексного числа $a + bi$. Основное свойство числа i состоит в том, что произведение $i \cdot i$ равно -1 , т. е.

$$i^2 = -1. \quad (1)$$

Долгое время не удавалось найти такие физические величины, над которыми можно выполнять действия, подчиненные тем же правилам, что и действия над комплексными числами – в частности правилу (1). Отсюда названия «мнимая единица», «мнимое число» и т. п. В настоящее время известен целый ряд таких физических величин, и комплексные числа широко применяются не только в математике, но также и в физике и технике.

Комплексные числа, несмотря на их «лживость» и недействительность, имеют очень широкое применение. Комплексные числа широко использовал отец русской авиации Н. Е. Жуковский (1847 – 1921) при разработке теории крыла, автором которой он является. Комплексные числа и функции от комплексного переменного играют значительную роль не только в математике, а также в таких науках, как физика, химия. В настоящее время комплексные числа активно используются в электромеханике, компьютерной и космической индустрии. Комплексные числа нашли применение при прогнозировании траекторий искусственных спутников Земли.

Комплексные числа широко используются в практике расчета цепей переменного тока. В цепях постоянного тока в уравнения входят действительные значения E, U, I, r ; в цепях переменного тока – комплексные значения $\underline{U}, \underline{E}, \underline{I}, \underline{Z}$. Синусоидальные величины, выраженные комплексным числом, называются комплексом и обозначаются прописной буквой с точкой наверху. Например, комплекс напряжения в алгебраической форме записывается: $\dot{U} = U_a + jU_b$. Комплексными числами и векторами на комплексной плоскости изображаются изменяющиеся синусоидально ЭДС, ток и напряжение, а также полные сопротивление и проводимость, полная мощность и некоторые другие параметры цепи.

Использование комплексных чисел при расчете электрических цепей переменного тока позволяет заменить графические действия над векторами алгебраическими действиями над комплексными числами. Кроме того, при использовании комплексных чисел возникает полная аналогия записей уравнений по законам Ома и Кирхгофа и методов расчета цепей переменного тока с цепями постоянного тока.

Как известно из курса математики, комплексное число $c = a + ib$, где $i = \sqrt{-1}$, имеет две составляющие – действительную a и мнимую b , которые являются координатами точки на комплексной плоскости (рис. 1).

В электротехнике в отличие от математики мнимая единица обозначается буквой j . Если имеется комплексное число $A=a+jb$, то его можно представить вектором, где $|A|=\sqrt{a^2+b^2}$ – модуль комплексного числа; $\alpha = \arctg \frac{b}{a}$ – аргумент комплексного числа. Комплексное число имеет три формы: алгебраическую – $A=a+jb$, тригонометрическую – $A=|A|(\cos \alpha + j \sin \alpha)$; показательную – $A=|A|e^{j\alpha}$.

Комплексная плоскость представляет собой прямоугольную систему координат. По одной оси, называемой действительной и обозначаемой (+), (–), откладывается действительная составляющая комплекса (a), по другой оси, называемой мнимой и обозначаемой (+j), (–j) – мнимая составляющая комплекса (b).

Комплексное число может быть представлено вектором, длина которого является модулем комплекса, а положение определяется углом α относительно положительной действительной оси комплексной плоскости (рис. 1).

Выразив a и b через модуль (длину вектора) и угол, можно записать комплексное число в тригонометрической форме: $\underline{C} = a + jb = c \cos \alpha + jc \sin \alpha$, где $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ – модуль комплексного числа.

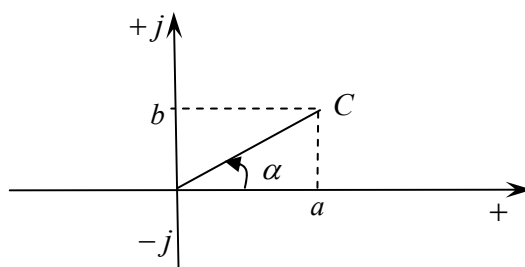


Рис. 1. Изображение комплексного числа на комплексной плоскости

Аппарат комплексных переменных уникален и активно используется в некоторых областях науки – например, в физике для объяснения теории относительности или в энергетике при моделировании процессов выработки электроэнергии.

В 2004 году начались исследования по вопросу использования комплексных переменных в экономико-математическом моделировании. Они показали на примере теории производственных функций, что использование комплексных переменных значительно расширяет инструментальную базу экономического анализа производственных процессов.

$$G+iC=(a_0+ia_1)(K+iL)^{b_0+ib_1} \quad (2)$$

Здесь C – издержки производства, а G – валовая прибыль от производства. Производственные ресурсы представлены затратами капитальных ресурсов K . Очевидно, что все составляющие комплексных переменных затрат и результата (1) должны быть приведены к одним и тем же единицам измерения. В этой функции a_0+ia_1 – комплексный коэффициент пропорциональности, а b_0+ib_1 – комплексный показатель степени.

Когда и коэффициент пропорциональности, и показатель степени являются мнимыми числами, то есть, действительные части коэффициентов равны нулю:

$$G+iC=(a_0+ia_1)(K+iL)^{b_0+ib_1} \quad (3)$$

Исследования функции (2) показали, что разным значениям коэффициента b соответствуют разные значения прибыли G и издержек производства C . В частности в точке b_1 прибыль от производства G достигает своего максимального значения. На основе данной информации можно ввести коэффициент эффективности работы предприятия, который будет рассчитываться по формуле:

$$S=1-b-b_1/b+b_1 \quad (4)$$

Литература.

1. Балк М.Б. Реальные применения мнимых чисел. / Балк М.Б. и др. К.: Рад. шк., 1988. – 255 с.
2. <http://yunc.org/> Комплексные числа.