ВОЕННЫЕ ИГРЫ И ИГРЫ С ДВИЖУЩИМИСЯ ОБЪЕКТАМИ

Е.В. Колоусова, студент группы 17Б20,
научный руководитель: Березовская О.Б.
Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского Томского политехнического университета
652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26

Игры с движущимися объектами стали изучаться с появлением управляемых объектов (ракет, торпед, различных машин) для того, чтобы знать какая должна быть тактика у преследователя, чтобы догнать убегающий объект, и у преследуемого объекта, чтобы уйти от нападения.

В то время, когда за кроликом гонится собака, тогда даже при всех условиях видимости, собака не знает дальнейших действий кролика, и она только руководствуется знаниями о своих физических возможностях и кролика. Такое своеобразие имеют задачи преследования одного объекта другим. Данная работа посвящена математическому описанию таких задач. Конечно, речь пойдет не о животных, а об объектах технического назначения, но у этих объектов будет предполагаться некоторая свобода действий подобная животным. В данной работе будут рассмотрены игры с движущимися объектами, эти игры называют-дифференцированными, так как поведение игроков описываются дифференцированными уравнениями.

Управление и фазовые координаты.

Примерами дифференцированных игр являются воздушные бои, сражения, охрана объектов, преследование судна торпедой. При условии выключения из игры одного игрока, получается обычная задача максимизации.

Решение игроков заключается в выборе неких величин, которые называются - ***управлениями.*** Они же определяют значения других величин - ***фазовых координат***. Значение фазовых координат в любой момент времени целиком определяют течение игры.

Военные игры.

Фазовые координаты характеризуют положение дел а такой мере, при которой при необходимости упрощенные модели задач соответствовали бы реальному процессу. Фазовыми координатами могут быть, в частности, количество людей, танков, самолетов, судов; может быть целесообразным разбить их на группы, например по удаленности от фронтовой линии.

Пусть первая армия будет «минимизирующая», она обладает своим управлением x_1; Соответственно вторая армия будет «максимизирующая» и она имеет в распоряжении управление x_2 . Часто выбор управлений обуславливается обстоятельствами. Например, предположим, что платой будет разница в снаряжении или живой силе в конце игры или в фиксированное время t. Если x_1 – координата первой армии, а x_2 –второй, тогда плата будет равна x_2 - x_1. Далее продемонстрирован пример подобной игры.

Пусть x_1 – это количество живой силы в первой армии (количество может уменьшаться из-за воздушных налетов соперника); x_2 – количество самолетов второй армии (противника). Через φ_1 $(0 \le \varphi_1 \le 1)$

обозначаем долю общего числа самолетов (x_2), которую противник будет использовать в некоторое время t. Затем нужно определить, как потери живой силы зависят от количества $\varphi_1 x_2$ посланных самолетов соперника. Пусть потери прямопропорциональны $\varphi_1 x_2$ и коэффициент пропорциональности будет равняться С.

Чтобы воспользоваться мощным аппаратом математического анализа предположим, что процесс является непрерывным, а не дискретным. Это дает непрерывную аппроксимацию данной дискретной игры.

Предположим, что первая армия получает непрерывное пополнение живой силы с фиксированной скоростью v. Тогда мы имеем уравнение (1):

$$x_1' = \nu - \varphi_1 x_2 + \cdots \qquad (1)$$

Многоточие означает другие различные члены, например, изменение результата других действий второй армии или маневрирование живой силы в первой армии. Если игра абсолютно симметрична, тогда остается такое же уравнение, но армии меняем местами.

Пусть x_3 – служащее для снабжения первой армии военное снаряжение. Пусть u – max. скорость снабжения. Обозначим γ_1 $(0<\gamma_1<1)$ за долю от u, которую первая армия будет использовать в некоторое время t. Тогда мы имеем уравнение (2):

$$x_2' = -u\gamma_1 \tag{2}$$

При определении пространства состояния, требуется выполнить условие $x_2 \ge 0.$ Тогда уравнение (2) имеет ограничение на использование запасов и игрок должен распоряжаться им с учетом его ограничения.

Левые части уравнений (1),(2) состоят из обычных производных от координат по времени. Такого типа уравнения служат основным средством для описания развитий дифференциальной игры. Их называют уравнения движения и они имеют следующий вид:

$$x_i' = f_i(x_1 \cdots x_n, \varphi_1 \cdots \varphi_n, \gamma_1 \cdots \gamma_n), i = 1, \cdots, n \tag{3}$$

Вывод: скорость изменения фазовых координат является заданной функцией от фазовых координат и управлений обоих игроков.

Игры с движущимся объектом.

Рассмотрим пример, где движущим объектом выступит автомобиль, и рассмотрим управление движением, фазовые координаты управления и различия между ними. Свойства автомобиля общеизвестны, поэтому его можно смело рассматривать. Рассуждения применяются только с малыми изменениями к разным движущимся объектам. Летательный аппарат, например, движется в трехмерном пространстве, но принцип остается тот же.

Геометрическое положение объекта (автомобиля)должно описываться тремя фазовыми координатами: x_1,x_2 – это декартовы координаты некой фиксированной точки нахождения автомобиля и x_3 – это угол, который образован осью автомобиля и фиксированным исправлением, к примеру направлением x_1. Предположим, что движение будет происходить по всей плоскости (x_1, x_2). При условии фигурирования автомобиля в дифференцированной игре, необходимо больше знаний о нем. Предполагаем, что движение будет происходить за счет мотора и руля. Тангенциальным ускорением управляет мотор. Данная величина находится под контролем игрока и является управлением, она будет означаться (φ_1). Для простого и единообразного вида границ уравнения, принимаем ускорение равным $A\varphi_{1,}$ где A – max. возможное ускорение, управление (φ_1) теперь подчиняется ограничению ($0 \le \varphi_1 \le 1$). Так, оно находится под контролем игрока и является долей полного ускорения. x_4 – скорость, не находящаяся под контролем игрока, но её величину, так же как и величины x_1,x_2,x_3, оба игрока должны брать в расчет. Следовательно, её нужно рассматривать как фазовую координату.

Кривизну траектории автомобиля определяет положение руля. Кривизну траектории автомобиля есть смысл принимать за еще одну фазовую координату x_5 (это угол поворота передних колес), доля скорости её изменения принимаем за управление φ_2. Если W – max. скорость изменения величины x_5 , то скорость выбранная водителем равна $W\varphi_2$, где φ_2 принимает значение ($-1 \le \varphi_2 \le 1$).

Следуя этим предположениям, движение автомобиля определяется следующими уравнениями движения:

$$x_1' = x_4 \cdot cos\, x_3 \tag{1}$$

$$x_2' = x_4 \cdot sin\, x_3 \tag{2}$$

$$x_3' = x_4 \cdot x_5 \tag{3}$$

$$x_4' = A \cdot \varphi_1, 0 \le \varphi_1 \le 1 \tag{4}$$

$$x_5' = W \cdot \varphi_2, -1 \le \varphi_2 \le 1 \tag{5}$$

(1) и (2) уравнение – это разложение по осям координат скорости автомобиля, (3) уравнение устанавливает, что скорость изменения направления равна скорости, умноженной на кривизну. (4) уравнение означает, что скорость изменения скорости и есть ускорение.

Подводим вывод: Величины $x_1,\ldots,x_5$ описывают такие свойства автомобиля, которые важны при участии его в играх преследования. Эти величины называются фазовыми координатами. С помощью величин φ_1 (положение педали газа) и φ_1 (доля скорости вращения руля) водитель управляет автомобилем. Только эти величины находятся под контролем игроков в каждый момент времени. Именно эти координаты отличаются от фазовых, тем, что противник не может их изменить или измерить.

В данной модели имеется недостаток – это неограниченная скорость, но это можно исправить с помощью наложения ограничений на x_4, но наиболее естественней было бы изменить само управление (4). Для начала, утверждение, что развиваемая мотором сила, пропорциональна величине отжатия педали газа, считается сверхупрощением динамики автомобиля. И далее, самое важное, то что сила, развиваемая мотором, пропорциональна ускорению автомобиля, но при условии пренебрежения трением. Если же предполагать, что трение пропорционально скорости и направлено в положительном направлении, тогда получается улучшенный вариант уравнения (4):

$$x_4' = F \cdot (A \cdot \varphi_1) - Kx_4$$

В нем F – результирующая сила (на единицу массы автомобиля), которая развивается мотором, $A \cdot \varphi_1$, $(0 \le \varphi_1 \le 1)$ – величина, отжатия педали газа, а K – коэффициент трения. В данном случае скорость ограничена величиной $F(A)/K$.

Другая существенная поправка состоит в ограничении кривизны x_5.

Итак, уравнения движения можно усложнять для получения более точного соответствия действительности или же, наоборот, для упрощения математических расчетов.

Литература.

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. - 2-е изд.,2001 год.;
2. Агафонов С.А., Герман А.Д., Муратова Т.В. Дифференциальные уравнения 2009г.;
3. https://ru.wikipedia.org/wiki/Игра_преследования (Википедия, статья «Игры преследования»);
4. Петросян Л. А., Дифференциальные игры преследования, Л., 1977.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В СТАНДАРТИЗАЦИИ

В.К. Колпаков, студент группы 10Б30,
научный руководитель: Березовская О.Б.
Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского
Томского политехнического университета
652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26
Тел./факс: 8 (384-51) 6-26-83

Математика – это наука, занимающая значительную роль в стандартизации. Математические методы обеспечивают оптимизацию принимаемых решений, что является главным фактором стандартизации. Поскольку главное в стандартизации — оптимизация принимаемых решений, то следует остановиться на некоторых общих вопросах оптимизации. При решении задач оптимизации всегда имеют место следующие три этапа:

- выбор критерия оптимизации, т. е. выбор количественного показателя, по которому ищется оптимальное решение;
- разработка математической модели рассматриваемого вопроса, т. е. определение связей и зависимостей выбранного критерия от различных параметров, которые должны быть учтены;
- проведение расчетов для определения решения, при котором оптимизируется выбранный критерий.

Все эти этапы требуют применения математических методов. Математика при этом выступает не только и не столько в качестве вычислительного аппарата, сколько в качестве средства точной формулировки проблемы и метода логически безупречного ее решения.

Само собой разумеется, что роль и место математических методов в стандартизации, а также объем используемых в ней математических средств зависит от тех задач, которые в ней выдвигаются. Математика и ее методы — мощное средство точной формулировки и решения проблем стандартизации. Однако случается, что эти методы требуют дополнительной разработки, поскольку специфические особенности разрабатываемых проблем нуждаются в особом подходе.

К числу основных методов стандартизации относятся унификация, агрегатирование. Результатом работ по унификации могут быть альбомы типовых (унифицированных) конструкций, деталей, узлов, сборочных единиц и т.д.

Степень унификации характеризуется уровнем насыщенности изделия унифицированными деталями, узлами и сборочными единицами.

Показателем уровня унификации является коэффициент применимости:

$$K_n = \frac{n - n_0}{n} \cdot 100\ \%$$