

На втором этапе на вход модели подаются исходные данные: интенсивность прихода клиентов, среднее время обслуживания клиентов, количество доступного персонала. На основании этих данных модель имитирует, или воспроизводит, работу банка в течение заданного промежутка времени, например, рабочего дня.

Время	Событие
19:54	клиент № 167 пришел и встал в очередь
19:56	клиент № 168 пришел и встал в очередь
19:57	клиент № 164 закончил обслуживаться и ушел
19:57	клиент № 167 начал обслуживаться

Рис. 2

Следующий этап заключается в анализе статистики, собранной и представленной моделью. Если средний размер очереди клиентов превышает выбранный предел в N человек, то количество доступного персонала следует увеличить и выполнить новый эксперимент.



Рис. 3.

В результате проведения серии экспериментов над моделью пользователь может определить оптимальное количество персонала. Процесс подбора параметров может быть осуществлен также и с помощью встроенного оптимизатора, который в автоматическом режиме проверяет различные сочетания и находит лучшее решение.

Имитационная модель отражает временной, пространственный и логический аспекты исследуемого процесса, это новый класс моделей, которые основаны на программировании. Обладая знаниями о имитационном моделировании, можно решить множество задач высокого уровня сложности.

Литература.

1. ru.wikipedia.org
2. Рыжиков Ю.И. Имитационное моделирование: Теория и технологии, 2004
3. www.anylogic.ru.

ПРОСТЫЕ ДРОБИ И ИХ ИНТЕГРИРОВАНИЕ.

ПРИЕМ М.В. ОСТРОГРАДСКОГО

Р.В. Стаин, студент группы 17В41,

научный руководитель: Соколова С.В.

Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского

Томского политехнического университета

652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26

При интегрировании рациональных дробей необходимо уметь интегрировать так называемые *простые дроби* четырёх типов:

$$I. \frac{A}{x-a}, \quad II. \frac{A}{(x-a)^k}, \quad III. \frac{Mx+N}{x^2+px+q}, \quad IV. \frac{Mx+N}{(x^2+px+q)^k}, \quad \text{где } A,$$

M, N, a, p, q, k ($k=2,3,\dots$) – вещественные числа; кроме того, по отношению к дробям вида III и IV

предполагается, что трехчлен $x^2 + px + q$ не имеет вещественных корней, так что $\frac{p^2}{4} - q < 0$ или $q - \frac{p^2}{4} > 0$. При интегрировании дробей III и IV вида чаще всего применяют метод подстановки. Мы же хотим рассмотреть прием, принадлежащий М.В.Остроградскому, с помощью которого нахождение интеграла от правильной рациональной дроби значительно упрощается. Этот прием позволяет чисто алгебраическим путём выделить рациональную часть интеграла.

Установим теперь, какой вид имеет рациональная часть интеграла:

$$\int \frac{Mx + N}{(x^2 + px + q)^m} dx, (m > 1, q - \frac{p^2}{4} > 0).$$

Прибегнув к подстановке $x + \frac{p}{2} = t$, то при возвращении к переменной x получим:

$$\int \frac{Mx + N}{(x^2 + px + q)^m} dx = \frac{M'x + N'}{(x^2 + px + q)^{m-1}} + \alpha \int \frac{dx}{(x^2 + px + q)^{m-1}}$$

где M', N' и α означают некоторые постоянные коэффициенты. По этой же формуле, заменяя m на $m - 1$, для второго интеграла найдём ($m > 2$):

$$\int \frac{\alpha dx}{(x^2 + px + q)^{m-1}} = \frac{M''x + N''}{(x^2 + px + q)^{m-2}} + \beta \int \frac{dx}{(x^2 + px + q)^{m-2}}$$

и так продолжаем до тех пор, пока не сведём показатель трёхчлена $x^2 + px + q$ в интеграле справа к единице. Все последовательно выделяемые рациональные, члены по сути правильные дроби. Объединяя их вместе, получим результат вида:

$$\int \frac{Mx + N}{(x^2 + px + q)^m} dx = \frac{R(x)}{(x^2 + px + q)^{m-1}} + \lambda \int \frac{dx}{x^2 + px + q}$$

где $R(x)$ - целый многочлен, степени низшей, чем знаменатель, а λ - постоянная.

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx = \frac{P_1(x)}{Q_1(x)} + \int \frac{P_2(x)}{Q_2(x)} dx \text{ - формула Остроградского.}$$

Дифференцируя, можно представить её в равносильной форме

$$\frac{P}{Q} = \left[\frac{P_1}{Q_1} \right]' + \frac{P_2}{Q_2}.$$

Пример: Пусть требуется выделить рациональную часть интеграла

$$\int \frac{4x^4 + 4x^3 + 16x^2 + 12x + 8}{(x+1)^2 (x^2+1)^2} dx$$

Имеем:

$$Q_1 = Q_2 = (x+1)(x^2+1) = x^3 + x^2 + x + 1$$

$$\frac{4x^4 + 4x^3 + 16x^2 + 12x + 8}{(x^3 + x^2 + x + 1)^2} = \left[\frac{ax^2 + bx + c}{x^3 + x^2 + x + 1} \right]' + \frac{dx^2 + ex + f}{x^3 + x^2 + x + 1},$$

откуда:

$$4x^4 + 4x^3 + 16x^2 + 12x + 8 = (2ax + b)(x^3 + x^2 + x + 1) - (ax^2 + bx + c)(3x^2 + 2x + 1) + (dx^2 + ex + f)(x^3 + x^2 + x + 1).$$

Приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях x в обеих частях, получим систему уравнений, из которых и определяются неизвестные a, d, \dots, f :

$$\begin{array}{l|l} & d = 0 \text{ (в последующем уже } d \text{ в расчёт не берём),} \\ x^5 & -a + e = 4, \\ x^4 & -2b + 3 - e + f = 4, \\ x^3 & a - b - 3c + e + f = 16, a = -1, b = 1, c = -4, \\ x^2 & 2a - 2c + e + f = 12, d = 0, e = 3, f = 3. \\ x^1 & \\ x^0 & b - c + f = 8. \end{array}$$

Рассмотрим ещё 1 пример на интегрирование рациональной функции:

$$\int \frac{dx}{x^2(1+x^2)^2}$$

Разложение здесь достигается путём простых преобразований:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^2(1+x^2)^2} &= \frac{(1+x^2) - x^2}{x^2(1+x^2)^2} = \frac{1}{x^2(1+x^2)} - \frac{1}{(1+x^2)^2} = \\ &= \frac{(1+x^2) - x^2}{x^2(1+x^2)} - \frac{1}{(1+x^2)^2} = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1(1+x^2)^2}. \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{1}{x} - \frac{1}{2} \frac{x}{1+x^2} - \frac{3}{2} \arctg x + C.$$

Литература.

1. Г.М.Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления, ч.2 – М.: Издательство «Наука», 1966г. – 800с.
2. В.Е.Шнейдер и др. Краткий курс высшей математики. – М.: Издательство «Высшая школа», 1972г. – 640с.

ДЕМОГРАФИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ В Г. ЮРГА

К.В. Стриженко, студент группы 17В41,

Научный руководитель: Соколова С.В.

Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского

Томского политехнического университета

652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26

Юрга, город областного подчинения в Кемеровской области, узел железнодорожных линий на Новосибирск, Красноярск, Новокузнецк.

В настоящее время важнейшие отрасли экономики в Юрге: машиностроение и металлообработка, производство строительных материалов, деревообрабатывающая, пищевая, полиграфическая промышленность. Основные предприятия: «Юрмаш», «Юргинские абразивы», «Юргинские ферросплавы», «Технониколь», «Юргинский гормолзавод», «Юргахлеб» и другие.

Крупнейшие учебные заведения Юрги: Юргинский технологический институт Томского политехнического университета, промышленно-экономический техникум, техникум отраслевых техно-