

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Paschall R.K. The Age of Fission Neutrons to Indium Resonance Energy in Water // Nucl. Sci. and Eng. – 1964. – V. 20. – P. 436–444.
2. Paschall R.K. The Age of Fission Neutrons to Indium Resonance Energy in Zirconium-Water Mixtures – I. Experiment // Nucl. Sci. and Eng. – 1965. – V. 23. – P. 256–263.
3. Paschall R.K. The Age of Fission Neutrons to Indium Resonance Energy in Aluminum-Water Mixtures // Transactions of ANS. – 1965. – V. 8. – № 2. – P. 467–468.
4. Paschall R.K. The Age of Fission Neutrons to Indium Resonance Energy in Aluminum-Water Mixtures // Nucl. Sci. and Eng. – 1966. – V. 26. – P. 73–79.
5. Paschall R.K. The Age of Fission Neutrons to Indium Resonance Energy in Iron-Water Mixtures – I. Experiment // J. Nucl. Energy. Part A/B. – 1966. – V. 20. – P. 25–35.
6. Alter H. The Age of Fission Neutrons to Indium Resonance Energy in Zirconium-Water Mixtures – II. Theory // Nucl. Sci. and Eng. – 1965. – V. 23. – P. 264–271.
7. Alter H. The Age of Fission Neutrons to Indium Resonance Energy in Iron-Water Mixtures – II. Theory // J. Nucl. Energy. Part A/B. – 1966. – V. 20. – P. 37–54.
8. Марченко Л.В., Сергеев Ю.А. Расчет квадрата длины замедления для различных сред в 18- и 26-групповых P_1 -приближениях и их сравнение с экспериментальными данными // Бюллетень центра по ядерным данным. – М.: Атомиздат, 1969. – Вып. 6. – С. 319–390.
9. Zyk I.S., Kuzmin A.V. Approximations for the age of fission neutrons in mixtures zirconium, aluminum and water // Modern Techniques and Technologie: Transactions XII Internat. Scientific and Practical Conf. – Tomsk, 2006. – P. 154–156.
10. Алексеев А.В., Кузьмин А.В. Аппроксимации экспериментальных и расчетных данных по возрасту нейтронов деления в железо-водной смеси // Современные техника и технологии: Труды XII Междунар. научно-практ. конф. – Томск, 2006. – Т. 2. – С. 336–338.
11. Алексеев А.В., Зык И.С., Кузьмин А.В. К определению возраста нейтронов деления в смесях металлов с водой // Трансфер технологий, инновации, современные проблемы атомной отрасли: Труды Междунар. научно-практ. конф. – Снежинск, 2006. – С. 215–216.
12. Бекурц К., Виртц К. Нейтронная физика. – М.: Атомиздат, 1968. – 456 с.
13. Галанин А.Д. Введение в теорию ядерных реакторов на тепловых нейтронах. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 536 с.
14. Герасева Л.А., Вавилов В.В. Замедление нейтронов в железо-водных смесях // Атомная энергия. – 1960. – Т. 8. – Вып. 6. – С. 556–557.
15. Наумов В.А., Розин С.Г. Решение задач физики реакторов методом Монте-Карло. – Минск: Наука и техника, 1978. – 208 с.
16. Гарусов Е.А., Петров Ю.В. Моменты функции замедления и её малогрупповые модели для водо-металлических смесей // Атомная энергия. – 1974. – Т. 36. – Вып. 2. – С. 143–144.
17. Галанин А.Д. Теория ядерных реакторов на тепловых нейтронах. – М.: Атомиздат, 1959. – 383 с.

Поступила 07.12.2006 г.

УДК 536.21

О ВЫБОРЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПРОФИЛЯ ПРИ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В СФЕРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ МЕТОДОМ ИНТЕГРАЛА ТЕПЛООВОГО БАЛАНСА

Р.В. Городов, А.В. Кузьмин

Томский политехнический университет
E-mail: gorodov@tpu.ru

С помощью интегрального метода получены решения уравнения теплопроводности для шара и области, ограниченной изнутри сферической полостью. Показано влияние выбора температурного профиля на эффективность приближенного аналитического решения. Предлагается вариант уточнения решения в переходной области.

Введение

Точные решения задач теплопроводности достаточно громоздки и трудоемки. К тому же они практически отсутствуют в задачах о радиальном потоке тепла в сферических координатах с изменением агрегатного состояния [1, 2]. Поэтому для решения практических задач обычно используют графики, полученные численными или приближенными методами [3]. Одним из приближенных аналитических методов является метод интеграла теплового баланса (ИТБ), в котором, прежде всего, привлекают его физическая ясность, простота и достаточно высокая точность результатов, что наглядно показывает Т. Гудмен [4] на многочислен-

ных примерах. Основная трудность, с которой приходится сталкиваться при использовании метода ИТБ, заключается в правильном задании температурного профиля, который, по мнению Т. Гудмена, значительно влияет на точность результатов.

Существует несколько подходов в выборе температурных профилей. В работе [5] А.И. Вейник предлагает для задач любой геометрии использовать температурные профили в виде обычных полиномов, что должно упрощать решение поставленной задачи.

Ссылаясь на работу Ф. Поля и Т. Ларднера [6] и не приводя решения, Т. Гудмен в своей статье [4] рекомендует в случае сферической симметрии использовать температурный профиль вида:

$$T(r,t)=\text{полином}/r, \quad (1)$$

где $T(r,t)$ – температура тела; r – текущий радиус, t – время.

Это обосновывается тем, что точное решение задач пропорционально величине $1/r$, и использование профиля в виде обычного полинома при больших временах будет давать значительную ошибку.

Для внешней задачи (области, ограниченной изнутри сферической полостью) с граничными условиями второго рода Г. Карслоу и Д. Егер [3] приводят следующее решение:

$$T(r,t) = \frac{R^2 q}{\lambda r} \left\{ \begin{aligned} &\Phi^* \left(\frac{r-R}{2(at)^{1/2}} \right) - \\ &-\exp \left(\frac{r-R}{R} + \frac{at}{R^2} \right) \Phi^* \left(\frac{r-R}{2(at)^{1/2}} + \frac{(at)^{1/2}}{R} \right) \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где $\Phi^*(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_x^\infty \exp(-\xi^2) d\xi$ – функция ошибок; q – тепловой поток; R – радиус шара; a, λ – коэффициенты температуро- и теплопроводности, соответственно.

Видно, что решение пропорционально величине $1/r$, и здесь, возможно, эффективно сработает рекомендуемый Т. Гудменом профиль (1). Но подойдет ли он для внутренней задачи (области в форме шара) с теми же граничными условиями второго рода, в общем решении которой $1/r$ пропорционально только одно слагаемое?

В книге А.В. Лыкова [4] это решение представлено в виде ряда и имеет вид:

$$T(r,t) = \frac{qR}{\lambda} \left[\begin{aligned} &3Fo - \frac{1}{10} \left(3 - 5 \frac{r^2}{R^2} \right) - \\ &-\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^2 \cos \mu_n} \cdot \frac{R \sin \mu_n \frac{r}{R}}{r \mu_n} \exp(-\mu_n^2 Fo) \end{aligned} \right] + T_0, \quad (3)$$

где $Fo=at/R^2$ – число Фурье; μ_n – корни характеристического уравнения $\text{tg} \mu = \mu$.

Для ответа на поставленный вопрос проведем решения методом ИТБ внутренней и внешней задач теплопроводности с разными температурными профилями и сделаем оценку их эффективности.

Внутренняя задача

В соответствии с физической концепцией метода процесс изменения температуры в теле обычно разбивают на две стадии. На первой, *начальной*, стадии глубина проникания теплового импульса $\delta(t)$ достигает центра (т. е. $\delta(t) \leq R$), на второй стадии начинается изменение температуры в центре тела.

Таким образом, математическая постановка задачи для начальной стадии процесса будет иметь вид [1, 2]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad 0 \leq t < \infty, \quad 0 \leq r \leq R, \quad (4)$$

$$r = R, \quad \lambda \frac{\partial T(R,t)}{\partial r} = q, \quad (5)$$

$$r = R - \delta, \quad T(R - \delta, t) = T_0, \quad (6)$$

$$r = R - \delta, \quad \frac{\partial T(R - \delta, t)}{\partial r} = 0. \quad (7)$$

Подробный ход решения приведен в работах [7, 8], поэтому здесь покажем лишь основные этапы решения. В соответствии с данным методом ур. (4) умножается на дифференциальный объем $r^2 dr$ и интегрируется в пределах от $r=R$ до $r=R-\delta$. В результате получим интеграл теплового баланса:

$$\frac{d}{dt} \left[\Theta - \frac{T_0}{3} (R - \delta)^3 \right] = -aR^2 \frac{q}{\lambda}, \quad (8)$$

где $\Theta = \int_R^{R-\delta} Tr^2 dr$. Зададим профиль температуры (1) уравнением:

$$T = (\beta_0 + \beta_1 r + \beta_2 r^2)/r, \quad (9)$$

где коэффициенты β_0, β_1 и β_2 в общем случае зависят от времени и определяются граничными условиями (5–7). Тогда в явном виде профиль температуры (9) будет выглядеть следующим образом:

$$T(r, \delta(t)) = \frac{qR^2}{\lambda [R^2 - (R - \delta)^2]} \cdot \frac{(R - \delta - r)^2}{r} + T_0. \quad (10)$$

Подставляя (10) в (8) получим обыкновенное дифференциальное уравнение относительно δ и найдём его решение:

$$\frac{(R - \delta)^4 - 6R^2(R - \delta)^2 + 8R^3(R - \delta) - 3R^4}{12(R^2 - (R - \delta)^2)} = -at. \quad (11)$$

Выражения (10) и (11) являются приближенным решением поставленной задачи.

Необходимо отметить, что граничных условий (5–7) достаточно только для определения трех коэффициентов β_i в температурных профилях. Поэтому для использования полиномов больших степеней необходимо задать дополнительные граничные условия, которые можно получить следующим образом:

$$r = R - \delta, \quad \frac{\partial T^n(R - \delta)}{\partial r^n} = 0. \quad (12)$$

С учетом (12) решения задачи с полиномами степени $n \geq 1$ примут вид:

1) для $T(r,t)=\text{полином}/r$:

$$\frac{q_R}{Ki} = (-1)^n \cdot \frac{(1 - \delta - \bar{r})^n}{\delta^{n-1} \cdot (n - \delta) \cdot \bar{r}}, \quad (13)$$

$$Fo = \frac{(n + 2) \cdot \delta^2 - \bar{\delta}^3}{(n + 1) \cdot (n + 2) \cdot (n - \delta)}, \quad (14)$$

2) для $T(r,t)=\text{полином}$:

$$\frac{\mathcal{G}_R}{\text{Ki}} = (-1)^n \cdot \frac{(1 - \bar{\delta} - \bar{r})^n}{n \cdot \bar{\delta}^{n-1}}, \quad (15)$$

$$\text{Fo} = \frac{\bar{\delta}^2}{n \cdot (n+1)} \cdot \left[1 - \frac{2\bar{\delta}}{n+2} + \frac{2\bar{\delta}^2}{(n+2) \cdot (n+3)} \right], \quad (16)$$

где $\mathcal{G}_R = (T(r,t) - T_0) / (T_c - T_0)$ – безразмерная температура; $\text{Ki} = qR / (l(T_c - T_0))$ – критерий Кирпичева; $\bar{\delta} = \delta(t) / R$ – относительная глубина проникания теплового импульса, $\bar{r} = r / R$ – относительный радиус сферы; T_c – температура источника.

Помимо распределения температуры в инженерных расчетах наиболее часто приходится определять среднюю температуру тела и количество тепла, переданного телу [3]:

$$\bar{T} = \frac{1}{V} \int_V T dV, \quad Q = c \rho V \int_V T dV,$$

где V , c , ρ – объем, теплоемкость и плотность тела, соответственно.

Следует отметить, что в [4, 5] сравнение приближенных решений с точными для аналогичных задач проводились только на момент окончания начальной стадии процесса нагрева тела. В данной работе сравнение полученных приближенных решений с точными проведено по безразмерным характеристикам: средней температуры тела, температуры поверхности и центра (обозначены нижним индексом «*сп*», «*нов*» и «0») для разных моментов времени:

$$\left(\frac{\mathcal{G}_R}{\text{Ki}} \right)_{\text{сп}} = \frac{\int_0^1 \left(\frac{\mathcal{G}_R}{\text{Ki}} \right) \cdot r^2 dr}{\int_0^1 r^2 dr},$$

$$\left(\frac{\mathcal{G}_R}{\text{Ki}} \right)_{\text{нов}} = \frac{\mathcal{G}_R(1, \text{Fo})}{\text{Ki}}, \quad \left(\frac{\mathcal{G}_R}{\text{Ki}} \right)_0 = \frac{\mathcal{G}_R(0, \text{Fo})}{\text{Ki}}. \quad (17)$$

Значения характеристик (17) и погрешности их определения (Δ , %) для различных моментов времени представлены в табл. 1–4.

На второй стадии процесса нагрева шара постоянным тепловым потоком величина $\delta(t)$ – глубина проникания теплового импульса теряет физи-

ческий смысл, и для описания процесса приближенным методом ИТБ потребуются новые граничные условия вместо использованных ранее (6) и (7).

Одним из них является условие в центре шара:

$$r = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r}(0, t) = 0. \quad (18)$$

Отметим, что профиль вида $T(r,t) = \text{полином}/r$ не дает возможности использовать условие (18). Поэтому для этой стадии процесса ход решения приведем для профиля в виде квадратичного полинома $T(r,t) = \beta_0 + \beta_1 r + \beta_2 r^2$.

Для восстановления констант β_0 , β_1 и β_2 требуется ещё одно дополнительное граничное условие. В качестве одного из вариантов положим, что температура на поверхности шара является какой-то функцией времени:

$$T(R, t) = z(t). \quad (19)$$

Очевидно, что при выполнении условия (19) профиль температуры и интеграл теплового баланса примут вид:

$$T = z - \frac{qR}{2\lambda} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right). \quad (20)$$

$$\frac{d\Theta}{dt} = aR^2 \frac{q}{\lambda}, \quad (21)$$

где $\Theta = \int_0^R Tr^2 dr$. Используя (20), найдем:

$$\Theta = \frac{zR^3}{3} - \frac{qR^4}{15\lambda}. \quad (22)$$

Выражение (22) подставим в (21) и разрешим полученное дифференциальное уравнение относительно $z=f(t)$. Для этого домножим (21) на dt и проинтегрируем правую часть в пределах от t_1 (время окончания первой стадии) до t , а левую – в пределах от $z(t_1) = T(R, t_1) = qR/2\lambda + T_0$ до $z(t)$:

$$\int_{z(t_1)}^{z(t)} d \left(\frac{zR^3}{3} - \frac{qR^4}{15\lambda} \right) = \int_{t_1}^t aR^2 \frac{q}{\lambda} dt.$$

После интегрирования найдем функцию:

Таблица 1. Сравнение точного и приближенных решений на начальной стадии процесса нагрева тела*

Точное решение (3)		Приближенное решение (13, 14)				Приближенное решение (15, 16)			
$\left(\frac{\mathcal{G}_R}{\text{Ki}} \right)_{\text{сп}}$	$\left(\frac{\mathcal{G}_R}{\text{Ki}} \right)_{\text{нов}}$	$\left(\frac{\mathcal{G}_R}{\text{Ki}} \right)_{\text{сп}}$	Δ , %	$\left(\frac{\mathcal{G}_R}{\text{Ki}} \right)_{\text{нов}}$	Δ , %	$\left(\frac{\mathcal{G}_R}{\text{Ki}} \right)_{\text{сп}}$	Δ , %	$\left(\frac{\mathcal{G}_R}{\text{Ki}} \right)_{\text{нов}}$	Δ , %
Fo=0,0265									
79,539	213,88	79,539	0,0003	213,441	0,2068	79,539	0,0003	209,659	1,9740
Fo=0,0150									
45,001	154,70	44,999	0,0024	154,126	0,371	45,000	0,0024	151,647	1,9728
Fo=0,0050									
15,002	85,062	14,999	0,0148	84,558	0,592	14,999	0,1471	83,620	1,6953
Fo=0,0005									
1,499	25,889	1,499	-0,0456	25,530	1,388	1,500	-0,0455	25,428	1,7802
Fo=0,00005									
0,148	8,029	0,149	-1,0650	7,958	0,890	0,150	-1,0767	7,947	1,0178

*Расчетные значения характерных температур умножены на 10^3 и получены при $n=4$

$$z(t) = \frac{3aq}{\lambda R}(t - t_1) + \frac{qR}{2\lambda} + T_0,$$

и после подстановки её в (3) и получим:

$$T(r, t) = \frac{qR}{\lambda} \left[\frac{3at}{R^2} - \frac{3at_1}{R^2} + \frac{1}{2} \frac{r^2}{R^2} \right] + T_0. \quad (23)$$

В выражении (23) $at_1/R^2 = Fo^1$ – число Фурье на момент окончания начальной стадии процесса (для профилей в виде полиномов определяется по (16) при $\delta = 1$). С учетом этого приближенное решение для распределения температуры в виде квадратичного полинома на второй стадии процесса будет определяться выражением:

$$T(r, t) = \frac{qR}{\lambda} \left[\frac{3at}{R^2} - \frac{1}{10} \left(3 - 5 \frac{r^2}{R^2} \right) \right] + T_0, \quad t > t_1, \quad (24)$$

или в безразмерном виде

$$\frac{g_R}{Ki} = 3Fo - 0,3 + \frac{\bar{r}^2}{2}, \quad Fo > Fo^1. \quad (25)$$

Если воспользоваться для задания температурного профиля полиномом n -степени, то решение запишется следующим образом:

$$\frac{g_R}{Ki} = 3Fo - 3Fo^1 + \frac{\bar{r}^n}{n}. \quad (26)$$

Видно, что полученное приближенное решение (24, 25) совпадает с первыми членами точного решения (3). В момент времени $Fo = 0,25$ расхождение приближенного и точного решений составляет менее 1 %, а при больших значениях стремится к нулю. Это объясняется тем, что, начиная с $Fo = 0,25$, процесс нагрева тела становится *квазистационарным*: температу-

ра любой точки повышается по линейному закону, а распределение температуры следует закону параболы [2]. В табл. 2 приведены значения температур на поверхности и в центре шара, а также средней по объему температуры и их расхождения с соответствующими величинами, полученными из точного решения.

Если оценивать результаты приближенных решений (табл. 1, 2), то можно заметить, что они имеют асимптотический характер при малых и больших значениях Fo . Появляется область, в которой начинает возрастать погрешность этих приближений. Приведем один из возможных вариантов улучшения точности на этом участке решения. Назовем *переходной* стадией участок процесса нагрева тела от времени окончания начальной стадии по точному решению $Fo \approx 0,0265$ до обоснованного выше значения $Fo = 0,25$. В этом временном промежутке точность приближенного решения (26) главным образом определяется значением показателя степени полинома, который зависит от числа Фурье. В результате была получена аппроксимационная зависимость $n = n(Fo)$:

$$n(Fo) = \sum_{i=0}^5 \frac{A_i}{Fo^i}, \quad 0,0265 < Fo < 0,25, \quad (27)$$

где $A_0 = 2,03554159548730$; $A_1 = 4,44270901418236 \cdot 10^{-2}$; $A_2 = 1,05859605570089 \cdot 10^{-2}$; $A_3 = 3,61289304594781 \cdot 10^{-4}$; $A_4 = 5,41024194251893 \cdot 10^{-6}$; $A_5 = 2,78893049968760 \cdot 10^{-8}$.

Таким образом, на переходной стадии процесса нагрева шара приближенным решением задачи будут выражения (26, 27). Численные значения характеристик температур для разных значений представлены в табл. 3. Поведение решения в указанных областях показано на рисунке.

Таблица 2. Сравнение точного и приближенного решений на квазистационарной стадии процесса нагрева тела*

Точное решение (3)			Приближенное решение (24, 25)					
$\left(\frac{g_R}{Ki}\right)_{cp}$	$\left(\frac{g_R}{Ki}\right)_{нов}$	$\left(\frac{g_R}{Ki}\right)_0$	$\left(\frac{g_R}{Ki}\right)_{нов}$	$\Delta, \%$	$\left(\frac{g_R}{Ki}\right)_{cp}$	$\Delta, \%$	$\left(\frac{g_R}{Ki}\right)_0$	$\Delta, \%$
Fo=0,25								
750,0	949,3636	452,9292	750,0000	≈0	950,0	0,0670	450,0	0,6467
Fo=0,50								
1500,0	1699,9959	1200,0188	1500,0000	≈0	1700,0	0,0002	1200,0	0,0016
Fo=1,00								
3000,0	3200,0	2700,0	3000,0	≈0	3200,0	$5,3 \cdot 10^{-9}$	2700,0	$2,9 \cdot 10^{-8}$

*Расчетные значения характерных температур умножены на 10^3 и получены при $n=2$

Таблица 3. Сравнение точного и приближенного решений на переходной стадии*

Точное решение (3)			Приближенное решение (26, 27)					
$\left(\frac{g_R}{Ki}\right)_{cp}$	$\left(\frac{g_R}{Ki}\right)_{нов}$	$\left(\frac{g_R}{Ki}\right)_0$	$\left(\frac{g_R}{Ki}\right)_{нов}$	$\Delta, \%$	$\left(\frac{g_R}{Ki}\right)_{cp}$	$\Delta, \%$	$\left(\frac{g_R}{Ki}\right)_0$	$\Delta, \%$
Fo=0,03								
90,0	229,8518	$6,95 \cdot 10^{-2}$	90,0	≈0	223,9166	2,58	$6,96 \cdot 10^{-2}$	0,0104
Fo=0,08								
240,0	420,0202	28,4737	240,0	≈0	420,1091	0,0212	28,2889	0,6492
Fo=0,15								
450,0	645,2032	172,0275	450,0	≈0	645,5753	0,0577	172,3412	0,1824
Fo=0,24								
720,0	919,2213	423,5845	720,0	≈0	919,6138	0,0427	422,0205	0,3692

*Расчетные значения характерных температур умножены на 10^3

Таблица 4. Сравнение точного и приближенного решений для внешней задачи*

Точное решение (2)		Приближенное решение (28, 29)				Приближенное решение (30, 31)			
$\left(\frac{\theta_R}{Ki}\right)_{cp}$	$\left(\frac{\theta_R}{Ki}\right)_{пог}$	$\left(\frac{\theta_R}{Ki}\right)_0$	$\Delta, \%$	$\left(\frac{\theta_R}{Ki}\right)_{пог}$	$\Delta, \%$	$\left(\frac{\theta_R}{Ki}\right)_{cp}$	$\Delta, \%$	$\left(\frac{\theta_R}{Ki}\right)_0$	$\Delta, \%$
Fo=0,03									
5,4295	168,9426	5,4295	1,01·10 ⁻⁴	171,6655	1,6117	5,4295	5,15·10 ⁻⁴	179,9424	6,51
Fo=1,00									
7,4216	572,4164	7,4216	3,08·10 ⁻⁴	567,7413	0,8167	7,4216	2,80·10 ⁻⁴	766,1399	33,84
Fo=10									
1,5942	829,4223	1,5940	8,77·10 ⁻³	816,5046	1,5574	1,5940	8,62·10 ⁻³	1681,6613	102,75

*Расчетные значения характерных температур умножены на 10³ и получены при n=3

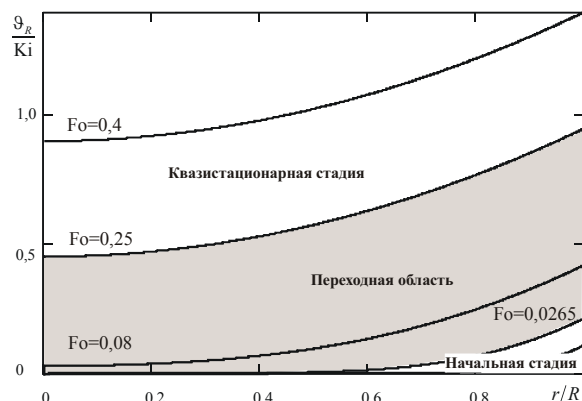


Рисунок. Характерные стадии процесса нагрева шара

Внешняя задача

Отличается от предыдущей тем, что на поверхности сферической полости радиуса R изнутри действует постоянный тепловой поток q. В начальный момент времени вся система находится при температуре T₀. Необходимо определить положение температурного фронта R+δ(t) во внешнем по отношению к полости объеме, т. е. при R ≤ r < ∞. Таким образом, математическая постановка задачи будет схожей с постановкой (4–7). Решение также проведем с разными температурными профилями и сделаем оценку их эффективности.

Процедура решения аналогична решению внутренней задачи для начальной стадии процесса нагрева шара. В результате, используя полиномы степени n ≥ 1 получим следующие решения:

1) для T(r,t)=полином/r:

$$\frac{\theta_R}{Ki} = \frac{(1 + \bar{\delta} - \bar{r})^n}{\bar{\delta}^{n-1} \cdot (n + \bar{\delta}) \cdot \bar{r}}, \quad (28)$$

$$Fo = \frac{(n + 2) \cdot \bar{\delta}^2 + \bar{\delta}^3}{(n + 1) \cdot (n + 2) \cdot (n + \bar{\delta})}; \quad (29)$$

2) для T(r,t)=полином:

$$\frac{\theta_R}{Ki} = \frac{(1 + \bar{\delta} - \bar{r})^n}{n \bar{\delta}^{n-1}}, \quad (30)$$

$$Fo = \frac{\bar{\delta}^2}{n(n+1)} \left[1 + \frac{2\bar{\delta}}{n+2} + \frac{2\bar{\delta}^2}{(n+2)(n+3)} \right]. \quad (31)$$

Результаты расчета характерных температур для разных значений Fo сведены в табл. 4.

Анализ результатов

В работе при решении задач теплопроводности в сферической геометрии методом ИТБ впервые проведена оценка эффективности температурных профилей вида: T(r,t)=полином и T(r,t)=полином/r с полиномами степени n.

Подчеркивается асимптотический характер полученных приближенных аналитических решений для общепринятых в методе ИТБ стадий процесса: начальной и квазистационарной. Предлагается учитывать переходную область, для которой предложена аппроксимация, уточняющая решение.

В задаче нагрева шара (внутренняя задача) можно отметить:

- на начальной стадии процесса наименьшее расхождение приближенных решений с точным (Δ < 2 %) достигается при показателе степени полинома n=4 для обоих рассматриваемых профилей, но при этом наименьшую погрешность дает применение профиля для T(r,t)=полином/r;
- на квазистационарной стадии процесса полином вида для T(r,t)=полином/r теряет физический смысл, а профиль для T(r,t)=полином обеспечивает погрешность приближенного решения Δ < 1 % при значениях Fo ≥ 0,25.

В задаче нагрева массива изнутри шаровой полости (внешняя задача) применение профилей разных типов дало следующие результаты:

- задание профиля в виде простого полинома обеспечивает необходимую точность при n=3 только при очень малых числах Фурье (Fo < 1), а при Fo=1 даже значение n=100 дает расхождение более 4 %;
- решение, полученное с помощью профиля для T(r,t)=полином/r более предпочтительно, т. к. его наибольшая точность достигается при n=3 для любого числа Фурье.

Полученные результаты показывают, что при решении задач теплопроводности для разной геометрии приближенным методом ИТБ не всегда удается добиться достаточной точности при использовании температурных профилей одного и того же типа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел / Перев. с англ. под ред. А.А. Померанцева. – М.: Наука, 1964. – 488 с.
2. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
3. Пехович А.И., Жидких В.М. Расчеты теплового режима твердых тел. – Л.: Энергия, 1976. – 351 с.
4. Гудмен Т. Применение интегральных методов в нелинейных задачах нестационарного теплообмена // Проблемы теплообмена. Перев. с англ. под ред. П.Л. Кириллова. – М.: Атомиздат, 1967. – С. 47–96.
5. Вейник А.И. Приближенный расчет процессов теплопроводности. – М.: Госэнергоиздат, 1959. – 184 с.
6. Lardner T.J., Pohle F.V. Application of the Heat Balance Integral to Problems of Cylindrical Geometry // Trans of ASME. J. of Appl. Mech. – 1961. – June. – P. 310–312.
7. Городов Р.В., Кузьмин А.В. О выборе температурного профиля при решении задач со сферической симметрией методом интеграла теплового баланса на начальной стадии процесса нагрева тела // Энергетика: экология, надежность, безопасность. Матер. XII Всеросс. научно-техн. конф. – Томск, 2006. – С. 186–189.
8. Городов Р.В., Кузьмин А.В. О выборе температурного профиля при решении задач со сферической симметрией методом интеграла теплового баланса на квазистационарной стадии процесса нагрева тела // Энергетика: экология, надежность, безопасность. Матер. XII Всерос. научно-техн. конф. – Томск, 2006. – С. 151–153.

Поступила 29.11.2006 г.

УДК 536.46

ДВУХТЕМПЕРАТУРНАЯ МОДЕЛЬ ГОРЕНИЯ ГАЗА В МОДЕЛЬНОМ ГОРЕЛОЧНОМ УСТРОЙСТВЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

А.Г. Князева, Ю.А. Чумаков

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, г. Томск
E-mail: yura014@rambler.ru

Предложена и численно проанализирована двухтемпературная модель горения газа в пористом теле цилиндрического теплогенератора. В модели учтены теплообмен между твердым каркасом и газом; взаимодействие продуктов горения с теплообменником; различие скоростей диффузии и теплопроводности в газовой фазе. Исследовано влияние параметров модели на характеристики стационарных режимов горения газа для различных условий теплообмена пористой горелки с теплообменником. Результаты численного исследования не противоречат наблюдаемым закономерностям, что говорит о возможности использования модели для постановки и решения задачи оптимизации работы реального горелочного устройства.

Введение

Явление распространения фронта горения в пористых средах при фильтрации газа привлекает все возрастающее внимание исследователей. Научный интерес к этому классу систем возник в ответ на запросы практики, активно включающей процессы фильтрационного горения в технологические схемы различного производства. К числу объектов фильтрационного горения относятся такие крупномасштабные промышленные процессы, как доменная выплавка чугуна, обжиг и агломерация руд, регенерация катализаторов методом выжигания коксовых отложений, добыча нефти с помощью внутрипластового горения и др.

Под фильтрационным горением газ понимается [1] процесс распространения зоны газофазной экзотермической реакции в инертной пористой среде при фильтрационном подводе газообразных реагентов к зоне химического превращения. Подобные процессы представляют собой разновидность гетерогенного горения вследствие активного участия двух фаз – твердой пористой среды и реагирующего газа – в механизме распространения волн

и имеют важное научное и практическое значение. Наличие двух фаз предопределяет многопараметричность процессов, разнообразие межфазных взаимодействий, появление фильтрационных и других эффектов гетерогенности. В результате взаимодействия различных физических процессов реализуются многочисленные стационарные и нестационарные тепловые режимы горения, разнообразные условия протекания режимов превращения, волны горения с необычной структурой, свойствами и механизмами распространения [2, 3].

Одно из возможных практических приложений фильтрационного горения непосредственно относится к разработке экологически чистых пористых горелок, работающих на бедных смесях и обеспечивающих экономию газового топлива; практически полное сгорание газа в объеме пористого тела и высокий КПД.

Для оптимизации работы существующих горелок требуется исследовать возможные режимы горения газа при варьировании технологических параметров. В экспериментальных исследованиях варьирование параметров в широкой области их