

**АНАЛИЗ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИЗМЕНЕНИЯ ЦЕН  
НА ПРИМЕРЕ АКЦИЙ ОАО «ГАЗПРОМ»**Р.В. Бозняков

Научный руководитель: к.ф.-м.н., доцент М.Е. Семёнов

Томский политехнический университет, Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: [romario1131@bk.ru](mailto:romario1131@bk.ru)**ANALYSIS AND MATHEMATICAL MODELING PROCESS OF CHANGING PRICES IN  
EXAMPLE OF JSC «GAZPROM»**R.V.Boznyakov

Scientific Supervisor: PhD, Associate prof. M.E. Semenov

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: [romario1131@bk.ru](mailto:romario1131@bk.ru)

***Annotation.** In this paper, we investigate the time series, compiled on the basis of prices of Gazprom stock (GAZP). Data were taken at intervals of one day to one year. The resulting time series were tested for stationarity, and then constructed a model that describes theirs. This model has been tested for adequacy.*

**Введение.** Для данного исследования применяются методы математического моделирования и компьютерного анализа, которые позволяют производить подробный анализ цен акций в течении длительного периода. Цель исследования – это проведения анализа и построение математической модели цен акции с возможностью получения прогноза. Задачи исследования – формирования временного ряда из цен акций ОАО «Газпром» (GAZP) в течение исследуемого периода времени, проверка ряда на стационарность и построение автокорреляционной и частной автокорреляционной функций (АКФ и ЧАКФ), построение модели, описывающей исследуемый процесс, и получение прогноза на основе построенной модели, а также проверка модели на адекватность.

**Обзор теоретической части.** Под моделью временного ряда будем понимать уравнение, которое связывает наблюдение, полученное в определенный момент времени, с наблюдениями, полученными ранее по той же и/или другим характеристикам изучаемой переменной. Среди моделей, используемых для описания временных рядов можно выделить: модели авторегрессии, скользящего среднего, а также комбинации на их основе. Авторегрессионным процессом  $AR(p)$  порядка  $p$  называют стохастический процесс  $X_t$ , который определяется следующим соотношением [1, 2]

$$X_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + \varepsilon_t,$$

где  $\varepsilon_t$  – процесс типа «белый шум» с нулевым математическим ожиданием  $\mu_\varepsilon = 0$ . Данная модель временного ряда основана на предположении, что поведение исследуемого явления в будущем определяется только его текущими и предыдущими состояниями.

Процессом скользящего среднего  $MA(q)$  порядка  $q$  называют стохастический процесс  $X_t$ , который определяется соотношением:

$$X_t = \varepsilon_t - \beta_1 \varepsilon_{t-1} - \beta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \beta_q \varepsilon_{t-q},$$

где  $\varepsilon_t$  – процесс типа «белый шум» с нулевым математическим ожиданием  $\mu_\varepsilon = 0$  и дисперсией  $\sigma_\varepsilon^2 = \sigma^2$ . В моделях скользящего среднего  $MA(q)$  среднее текущее значение стационарного стохастического процесса представляется в виде линейной комбинации текущего и прошедших значений ошибки, обладающей свойствами «белого шума» [1, 2].

Комбинация процессов  $AR(p)$  и  $MA(q)$  называется авторегрессионным процессом скользящего среднего, обозначается  $ARMA(p, q)$ . Модель  $ARMA(p, q)$  имеет следующий вид [1, 3]:

$$X_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + \varepsilon_t - \beta_1 \varepsilon_{t-1} - \beta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \beta_q \varepsilon_{t-q}.$$

**Проведение вычислительного эксперимента.** В качестве объекта исследования в данной работе были взяты ежедневные цены акции ОАО «Газпром» (GAZP) на момент закрытия Московской биржи. Данные были собраны в период с 27.01.14 по 27.01.15 (252 наблюдаемых значения). После получения исследуемого ряда, был построен график, визуально иллюстрирующий процесс изменения цены на акции в течении года (рис. 1, синяя линия).

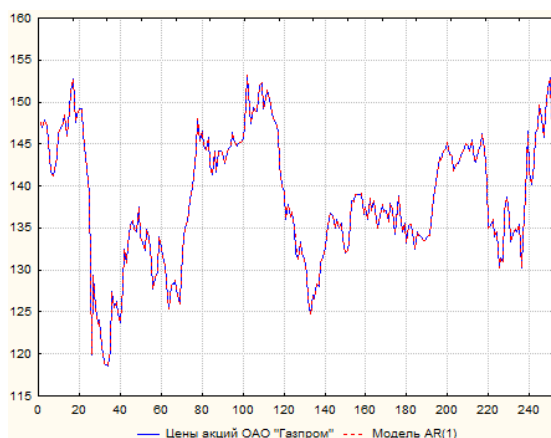


Рис.1. График временного ряда и полученной модели

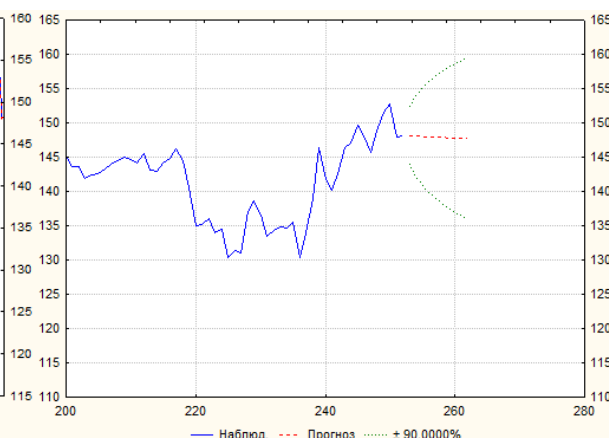


Рис.2. Прогноз на основе построенной модели

Для проверки ряда на стационарность была построена АКФ(рис.3), которая экспоненциально затухает, что подтверждает предположение о стационарности. Для АКФи ЧАКФ также построен доверительный интервал, который помогает определить, какие их выбросов являются значимыми и помогают при идентификации модели, а какими можно пренебречь.

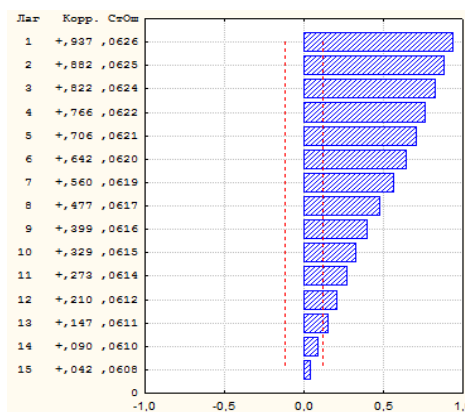


Рис. 3. АКФ исследуемого ряда

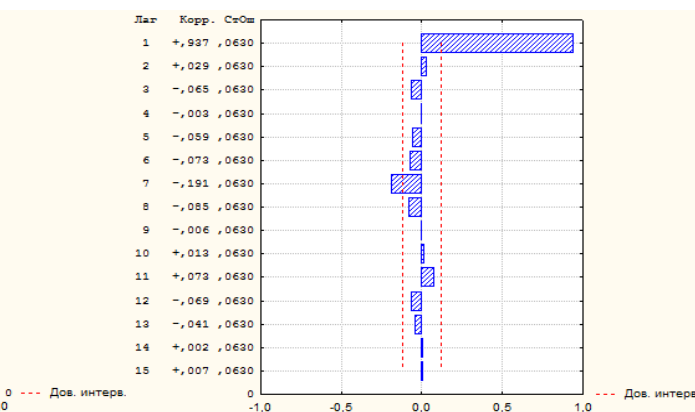


Рис.4. ЧАКФ исследуемого временного ряда

## «ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК»

Для построения модели была найдена ЧАКФ (рис.4). Из рис.4 видно, что существенный выброс ЧАКФ имеет только на лаге с номером 1, к тому же он является значимым, в отличие от остальных. Значение на лаге 7 также является значимым, но значительно меньше, чем значение на первом лаге.

Учитывая поведение АКФи ЧАКФ, можно прийти к выводу, что в качестве модели можно использовать модель AR(1), которая была построена в пакете Statistica.

$$X_t = 146,15 + 0,97X_{t-1}.$$

Полученная модель приведена на рис.1 (красная пунктирная линия). Далее для проверки адекватности полученной модели были исследованы остатки. Для этого были построены АКФи ЧАКФ ряда остатков (рис.5.,6). Полученные остатки достаточно близки к «белому шуму», что свидетельствует об адекватности построенной модели. Также на основе полученной модели был построен прогноз на ближайшие три дня, который можно увидеть на рис.2. Полученный прогноз попадает в построенный доверительный интервал ( $\pm 0,95$ ). В результате прогноз цены акции на 28.01.2015 равен 148,13 руб. (фактическая цена – 147,7 руб., ошибка - 0,29%), на 29.01.2015 равен 148,07 руб. (фактическая цена – 145 руб., ошибка - 2,01%), на 30.01.2015 равен 147,9 руб. (фактическая цена – 143,82 руб., ошибка - 2,75%)

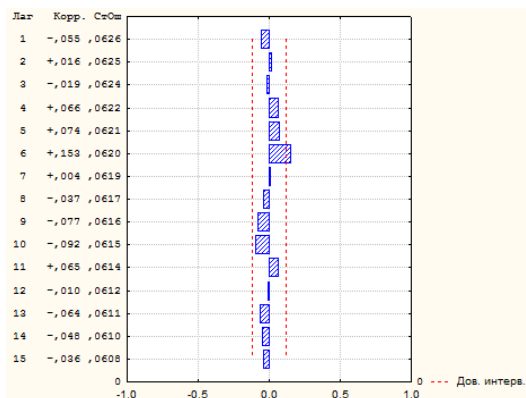


Рис. 5. АКФ ряда остатков

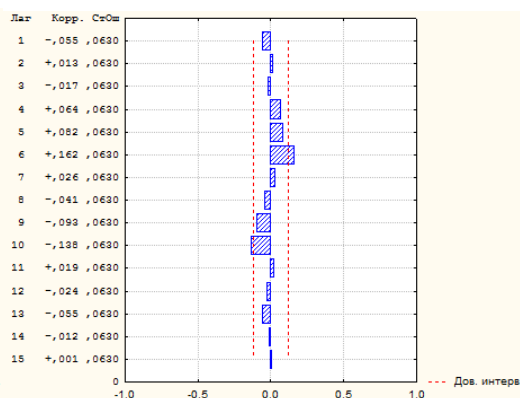


Рис. 6. ЧАКФ ряда остатков

**Выводы.** В ходе данной работы был исследован временной ряд цен акций ОАО «Газпром» (GAZP). Было получено, что он является стационарным временным рядом. Моделью для данного ряда является модель AR(1), которая является адекватной. На основе данной модели был построен краткосрочный прогноз.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Эконометрика: лабораторный практикум: учебное пособие / Н.И. Шанченко. – Ульяновск: УлГТУ, 2011. – 117 с.
2. Трегуб А.В., Трегуб И.В. Методика построения модели ARIMA для прогнозирования динамики временных рядов // Вестник Московского государственного университета леса – Лесной вестник. – 2011. – № 5. – С. 179-183.
3. Гребенников А.В., Крюков Ю.А., Чернягин Д.В. Моделирование сетевого трафика и прогнозирование с помощью модели ARIMA // Системный анализ в науке и образовании, 2011. – Вып. 1. – [www.sanse.ru/download/79](http://www.sanse.ru/download/79)