ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ РЫНКА ЦЕННЫХ БУМАГ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ КОМПАНИЙ

И.В. Загуменнова

Научный руководитель: доцент, к. ф.-м. н. М.Л. Шинкеев

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г.Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: zagumennova@sibmail.com

FAKTOR ANALYSIS OF TECHNOLOGICAL COMPANIES SECURITY MARKET

I.V.Zagumennova

Scientific Supervisor: Assoc. prof., Ph.D (Phys.–Math.) M.L. Shinkeev

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: zagumennova@sibmail.com

Annotation. *Investigation of the possibility of factorial modeling for the technological companies security market based on basic component method and canonical factor analysis. Estimation of factor numbers and value control of created models.*

При исследовании рынка ценных бумаг приходится иметь дело с величинами, которые, как правило, сильно зависят друг от друга, причем корреляционные связи между наблюдаемыми величинами могут определяться существованием меньшего числа реально ненаблюдаемых переменных или факторов. Выявив данные обобщенные факторы, мы можем существенно упростить задачу анализа рынка, исследуя лишь поведение данных факторов. Задача выявления обобщенных факторов для данной многомерной совокупности исходных признаков является классической задачей факторного анализа [1]. При этом обычно исследователя интересует о возможности представления исходных данных в виде m-факторной модели.

В данной работе исследуется возможность построения m-факторной модели для рынка ценных бумаг высокотехнологичных компаний (Informatica Corporation, Integrated Silicon Solution, Apple, Microsoft Corporation, Qualstar Corporation, Sony Corporationи Sparton Corporation). Рассматриваются два основных подхода: метод главных компонент и канонический факторный анализ. И в том и другом случае исходят из предположения, что каждый из исходных признаков, может быть представлен в виде суммы линейной комбинации небольшого числа общих факторов и характерного фактора.

$\vec{\xi} = \vec{\alpha}^{(1)} f^{(1)} + \vec{\alpha}^{(2)} f^{(2)} + \ldots + \vec{\alpha}^{(m)} f^{(m)} + \vec{\varepsilon} = \alpha\vec{f} + \vec{\varepsilon}$,где: $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_k)$ - вектор исходных факторов; $\vec{f} = (f^{(1)}, f^{(2)}, \ldots, f^{(m)})$ - вектор обобщенных факторов, $m < k$; $\alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}, \ldots, \alpha^{(m)}$ – векторы факторных нагрузок; $\alpha = (\alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}, \ldots, \alpha^{(m)})$ - матрица факторных нагрузок; $\vec{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_k)$ - вектор характерных факторов.

В ходе факторного анализа необходимо оценить минимальное число факторов, определить векторы факторных нагрузок и значения факторов для каждого исходного наблюдения.

В методе главных компонент, при определении обобщенных факторов исходят из того, что обобщенные факторы должны выделять большую часть суммарной дисперсии исходных факторов. В каноническом факторном анализе обобщенные факторы должны полностью воспроизводить ковариации между исходными признаками.

В качестве исходных данных были использованы цены закрытия акций вышеперечисленных компаний за период с 02 января 2014 года по 15 октября 2014 года с периодичность 1 день (всего n=199значений). Предварительно была проверена гипотеза о целесообразности применения факторного анализа, используя критерий отношения правдоподобия для проверки гипотезы о независимости компонент многомерного вектора. Отношение правдоподобия для данной гипотезы в случае многомерного нормального распределения будет иметь вид:

$$W = \left|\overline{A}\right|^{n/2} \left(\prod_{i=1}^{k} d_i^{n/2} \right)^{-1},$$

где: $\overline{A}$ выборочная матрица ковариаций исходных признаков, построенная по выборке объема n, d_i – выборочная дисперсия i-го признака. При условии независимости компонент статистика $\eta = -2\rho \ln W$, где $\rho = 1-(2k+11)/6n$, асимптотически имеет распределение χ^2 с $\nu = k(k-1)/2$ степенями свободы. Полученное значение статистики $\rho = 472{,}2$ соответствует уровню значимости $\alpha \ll 10^{-10}$, следовательно, с большой долей вероятности можно утверждать, что данные зависимы, и применение факторного анализа оправдано.

Согласно методу главных компонент, в качестве оценок векторов факторных нагрузок, выбираем собственные векторы выборочной матрицы ковариаций, соответствующие собственным значениям, упорядоченным по убыванию[2,3].При этом собственные значения характеризуют долю дисперсии, объясняемую обобщенным фактором. В таблице 1 приведены величины дисперсий объясняемых каждым из факторов и суммой факторов, а на рисунке приведен график зависимости собственных значений от номера фактора (рис.1).

Таблица 1

Извлеченная дисперсия для метода главных компонент

Фактор	1	2	3	4	5	6	7
Дисперсия	3,686	1,207	0,978	0,754	0,241	0,240	0,044
Доля накопленной дисперсии	0,527	0,699	0,838	0,932	0,965	0,995	1,000

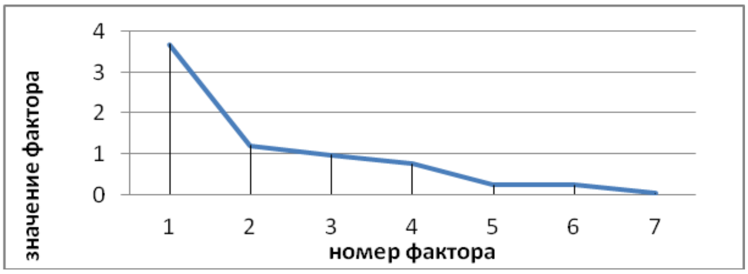

Рис.1. График собственных значений

Для определения числа главных компонент воспользуемсякритерием Кэттела (каменистой осыпи)[4].Согласно данному критерию, логично либо построение однофакторной модели, либо четырехфакторной модели. Достоинство однофакторной модели простота, однако, она объясняет лишь

52,7% общей дисперсии исходных признаков. Четырехфакторная модель более сложная, но зато она объясняет 93,2 % всей дисперсии.

Для построения канонической модели факторного анализа был использован метод максимального правдоподобия, согласно которому в качестве оценокматрицы факторных нагрузок α (при заданном числе факторов m) следует взятьрешение системы:

$$\begin{cases} \alpha^T = J^{-1}\alpha^T\Sigma^{-1}(\overline{A}-\Sigma) \\ \overline{A} = \alpha\alpha^T + \Sigma \end{cases}.$$

Поиск решениясистемы осуществлялся на основе численной итерационной процедуры. Для проверки значимости полученной модели использовалось отношение правдоподобия:

$$W = \left|\hat{\alpha}\hat{\alpha}^T + \hat{\Sigma}\right|^{-\frac{n}{2}}\left|\overline{A}\right|^{\frac{n}{2}} \exp\left[-\frac{n}{2}\left(Sp\left(\overline{A}(\hat{\alpha}\hat{\alpha}^T + \hat{\Sigma})^{-1}\right) + k\right)\right]$$

При истинности H_0: допустимо представление исходных признаков в виде m- факторной модели, статистика $\eta = -2\ln W$ асимптотически имеет распределение χ^2 с числом степеней свободы $\nu = ((k-m)^2 - (k+m))/2$.В таблице 2 представлены полученные результаты факторного анализа.

Таблица 2

Результаты канонического факторного анализа

Количество факторов	1	2	3
Извлеченная дисперсия	0,494	0,660	0,742
Значение статистики χ^2	245,1	147,9	60,5
Уровень значимости	$2{,}9\times10^{-44}$	$5{,}5\times10^{-28}$	4.6×10^{-13}

Видим, что ни одна из построенных моделей не является значимой. Модели канонического факторного анализа с числом факторов больше 3 для числа признаков k=7 имеют отрицательное число степеней свободы, то есть в принципе не могут быть статистически значимы. Таким образом, построение модели канонического факторного анализа в данном случае невозможно.

Выводы. В результате проделанной работы подтверждена возможность построения факторной модели для рынка ценных бумаг высокотехнологичных компаний на основе метода главных компонент. В ходе анализа определена целесообразность построения либо однофакторной, либо четырехфакторной модели. Выбор той или иной модели требует дополнительного исследования в зависимости от характера решаемой задачи. В то же время в ходе работы показана невозможность построения для данной совокупности данных канонической модели факторного анализа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сошникова Л.А., Тамашевич В.Н., Уебе Г., Шефер М. Многомерный статистический анализ в экономике. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999— 598 с.
2. StatSoft Электронный учебник по статистике [электронный ресурс] – режим доступа:http://www.statsoft.ru/home/textbook/modules/stfacan.html#factor.
3. Дубров А.М. Многомерные статистические методы для экономистов и менеджеров. М.: Финансы и статистика, 1998. — 350 с.
4. Иберла К. Факторный анализ. М.: Статистика, 1980— 398с.