Анализ Европейского лукбэк-опциона продажи

Борцов М.Ю.
lav_9@list.ru

Научный руководитель: д.ф.-м.н., доцент, Ласуков В.В., каф. Высшей математики, Национальный исследовательский Томский политехнический университет

Современная финансовая система использует множество подходов, стратегий и инструментов, позволяющих управлять сложными ситуациями. Одним из таких инструментов стали опционные контракты, эволюционный процесс которых от ванильных, или стандартных, к экзотическим, скорректированным дополнительными условиями, был продиктован необходимостью эффективного механизма хеджирования специфических рисков и построения различных торговых стратегий, приносящих прибыль при умелом и теоретически обоснованном использовании.

Широкий спектр экзотических опционов и интерес к ним обоснован их низкой стоимостью, гибкостью, обусловленной сложной функцией выплат, а также способностью приносить гарантированные доходы в неустойчивых рыночных условиях. Теория оценивания опционов, основанная Ф. Блэком (F. Black) и М. Шоулзом (M. Scholes) [1], дала мощный толчок к развитию биржевых рынков и продолжает развиваться благодаря построению и исследованию новых типов опционов.

Рассмотрим (B, S) – финансовый рынок с непрерывным временем, на котором обращаются рисковые и безрисковые активы с текущими ценами

$$S_t = S_0 \exp\left\{\left(\mu - \left(\sigma^2/2\right)\right)t + \sigma W_t\right\} \tag{1}$$

и

$$B_t = B_0 \exp\{rt\} \tag{2}$$

соответственно для $t \in [0,T]$, где $\mu \in R = (-\infty,+\infty)$ - параметр роста цены рискового актива, $\sigma > 0$ - коэффициент волатильности (изменчивости), $r > 0$ - процентная ставка по безрисковому активу, $S_0 > 0$ - начальная цена акции, $B_0 > 0$ - начальная цена безрискового актива, $W = (W_t)_{t\geq 0}$ - винеровский процесс.

Изменение стоимости акции происходит на стохастическом базисе $\left(\Omega, F, \mathbf{F} = (F_t)_{t>0}, \boldsymbol{P}\right)$. Для описания эволюции цен акций используется модель «геометрического», или «экономического», броуновского движения, так как реально наблюдаемые флуктуации активов имеют случайный характер.

За обладание акцией выплачиваются дивиденды в соответствии с процессом D_t со скоростью $dD_t = \delta\gamma_t S_t dt$, $0 \leq \delta < r$. Текущее значение капитала инвестора $X_t = \beta_t B_t + \gamma_t S_t$, где F_t –измеримые процессы β_t и γ_t составляют портфель ценных бумаг $\pi_t = (\beta_t, \gamma_t)$.

Ставится задача: для лукбэк-опционов продажи с функцией выплат [2]

$$f_T = f_T^{\min}(S) = \left(K - \min_{0\leq t\leq T} S_t\right)^+, \tag{3}$$

где S_T – цена акции в момент исполнения T, $K > 0$ – цена исполнения контракта, $a^+ = \max(a;0)$, дающими покупателю право продать в день экспирации фиксированный объем базисного актива (в нашем случае - акций) по большей из двух цен: страйковой цене и самой низкой спотовой цене за установленный временной интервал жизни опциона, рассчитать стоимости $P_T = X_0^p$, определить хеджирующие стратегии $\pi_t^p = (\beta_t^p, \gamma_t^p)$ и соответствующие им капиталы X_t^p, обеспечивающие выполнение платежных обязательств относительно функций выплат (3).

Пусть

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \varphi(y)dy\,,\ \varphi(y) = \left(\exp\{-y^2/2\}\right)/\sqrt{2\pi}\,, \tag{4}$$

$$d_1(t) = \left(\frac{r-\delta}{\sigma} + \frac{\sigma}{2}\right)\sqrt{T-t}\,,\quad d_2(t) = \left(\frac{r-\delta}{\sigma} - \frac{\sigma}{2}\right)\sqrt{T-t}\,,\quad \alpha = 2\frac{r-\delta}{\sigma^2}\,, \tag{5}$$

$$\begin{cases} y_1(t) = \left[\ln(K/S_t) - \left(r-\delta+(\sigma^2/2)\right)(T-t)\right]/\left[\sigma\sqrt{T-t}\right], \\ y_2(t) = \left[\ln(K/S_t) + \left(r-\delta-(\sigma^2/2)\right)(T-t)\right]/\left[\sigma\sqrt{T-t}\right], \\ y_3(t) = \left[\ln(K/S_t) - \left(r-\delta-(\sigma^2/2)\right)(T-t)\right]/\left[\sigma\sqrt{T-t}\right], \end{cases} \tag{6}$$

а d_1, d_2, y_1, y_2, y_3 определяются формулами (5), (6) при $t = 0$.

Теорема 1. Цена опциона с платежной функцией $f_T^{\min}(S)$ задается формулами:

$$P_T^{\underline{\min}} = Ke^{-rT} - S_0\left[\left(1+\alpha^{-1}\right)e^{-\delta T}\,\Phi(-d_1) + \left(1-\alpha^{-1}\right)e^{-rT}\,\Phi(d_2)\right], \qquad \text{если } S_0 \le K\,; \tag{7}$$

$$P_T^{\overline{\min}} = Ke^{-rT}\,\Phi(-y_3) - S_0\left[\left(1+\alpha^{-1}\right)e^{-\delta T}\,\Phi(y_1) - \alpha^{-1}e^{-rT}\left(K/S_0\right)^{\alpha}\Phi(y_2)\right], \quad \text{если } S_0 > K\,. \tag{8}$$

Теорема 2. Капитал и портфель (хеджирующая стратегия) для опциона с платежной функцией $f_T^{\min}(S)$ определяются формулами:

$$X_t^{\underline{\min}} = Ke^{-r(T-t)} - S_t\left[\left(1+\alpha^{-1}\right)e^{-\delta(T-t)}\,\Phi(-d_1(t)) + \left(1-\alpha^{-1}\right)e^{-r(T-t)}\,\Phi(d_2(t))\right],$$

$$\gamma_t^{\underline{\min}} = -\left[\left(1+\alpha^{-1}\right)e^{-\delta(T-t)}\,\Phi(-d_1(t)) + \left(1-\alpha^{-1}\right)e^{-r(T-t)}\,\Phi(d_2(t))\right],$$

$$\beta_t^{\underline{\min}} = \left(K/B_t\right)e^{-r(T-t)}\,,$$

если $S_t \le K$;

$$X_t^{\overline{\min}} = Ke^{-r(T-t)}\,\Phi(y_3(t)) - S_t\left[\left(1+\alpha^{-1}\right)e^{-\delta(T-t)}\,\Phi(y_1(t)) - \alpha^{-1}e^{-r(T-t)}\left(K/S_t\right)^{\alpha}\Phi(y_2(t))\right],$$

$$\gamma_t^{\overline{\min}} = -\left[\left(1+\alpha^{-1}\right)e^{-\delta(T-t)}\,\Phi(y_1(t)) + \left(1-\alpha^{-1}\right)e^{-r(T-t)}\left(K/S_t\right)^{\alpha}\Phi(y_2(t))\right],$$

$$\beta_t^{\overline{\min}} = \left(1/B_t\right)e^{-r(T-t)}\left[K\,\Phi(y_3(t)) + S_t\left(K/S_t\right)^{\alpha}\Phi(y_2(t))\right],$$

если $S_t > K$.

Для найденных решений были получены и проанализированы свойства на основе коэффициентов чувствительности.

Разработанная теория оценивания представленного типа опционов позволит реализовать эти деривативы на практике, торгуя лукбэками как самостоятельной ценной бумагой или используя в стратегиях. Полученные результаты могут быть использованы для формирования новых более гибких платежных обязательств или послужить развитию методологии квантильного хеджирования.

Список литературы:

3. Black, F. The Valuation of Options Contracts and a Test of Market Efficiency / F. Black, M. Scholes // J. Financ. – 1972. – Vol. 27, № 2. – P. 389–417.
4. Андреева, У. В. Европейский опцион купли Лукбэк с плавающим страйком / У. В. Андреева, Е. Ю. Данилюк, Н. С. Демин, С. В. Рожкова, Е. Г. Пахомова // Известия Томского политехнического университета. – 2012. – Т. 321, № 6. – С. 13–15.

Применение нанобиохимии в медицине

Петровци Ю.И.
02006677@ukr.net

Научный руководитель: д.б.н. Кучмеровская Т.М.
Национальный университет пищевых технологий, Киев , Украина

Нанохимия – область науки, связанная с получением и изучением физико-химических свойств частиц, имеющих размеры в несколько нанометров. Одна из приоритетных задач нанохимии – установление связи между размером наночастицы и её свойствами. Нанохимия находится в стадии быстрого развития, поэтому при её изучении постоянно возникают вопросы, связанные с понятиями и терминами. Четкие различия между терминами “кластер”, “наночастица” и “квантовая точка” пока не сформулированы (*Таблица 1*).

Термин “кластер” чаще используют для частиц содержащих небольшое число атомов, термин “наночастицы” – для более крупных агрегатов атомов и распространен для описания свойств металлов и углерода. Под понятием “квантовая точка” обычно подразумеваются частицы полупроводников и островков, где квантове ограничения носителей зарядов или экситонов влияют на их свойства [1].

Таблица 1. Объекты нанохимии

Фазовое состояние	Единичные атомы	Кластеры	Наночастицы	Компактное вещество
Диаметр, нм	0.1 – 0.3	0.3 – 10	10 – 100	свыше 100
Количество атомов	1 – 10	$10 – 10^6$	$10^6 – 10^9$	свыше 10^9

Дальше будет идти речь об использовании только наночастиц. Нанобиохимия пытается решить проблему лечения сахарного диабета. Несолько слов о механизме сахарного диабета - одним из патогенетических механизмов развития сахарного диабета 1-го типа является абсолютная или относительная недостаточность выработки инсулина эндокринными клетками (бета-клетки островков Лангерганса) поджелудочной железы, что требует постоянного контроля уровня сахара в крови, для поддержания нормогликемии (*рис 1*).