ТЕОРИЯ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

В.А. Красикова, студентка группы 17Б20,
научный руководитель: Березовская О.Б., ст. преподаватель
Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского
Томского политехнического университета
652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26

Теория массового обслуживания (ТМО) – это один из разделов теории вероятностей. Основная цель теории – выбор оптимального варианта организации торгового обслуживания населения, который обеспечивает наименьшее время обслуживания при минимальных затратах и максимальном качестве обслуживания населения. Базой рассматриваемой теории является математическая статистика и теория вероятности.

Основой ТМО является теория потока однородных событий, которая была разработана советским математиком А. Я. Хинчиным в 1955 году.

Область применения ТМО широка, но наибольшее распространение она получила в розничной торговле для анализа количества обслуживаемых покупателей и продолжительности их обслуживания.

Предмет исследования ТМО – выявление взаимосвязи между эффективностью функционирования системы массового обслуживания (СМО) и факторами, определяющими ее функциональные возможности. Данные системы относятся к стохастическим, так как практически все параметры, описывающие СМО, являются функциями или случайными величинами.

Одним из компонентов рассматриваемой теории являются системы массового обслуживания (СМО). В СМО в любой случайный момент поступают заявки на обслуживание, поступившие заявки могут обслуживать с помощью имеющихся в распоряжении систем каналов.

По числу каналов обслуживания СМО подразделяют на одноканальные и многоканальные системы.

СМО подразделяются на два основных вида. Первый вид – это системы с отказами. Такими системами признано считать те, в которых заявка, поступившая в момент, когда ни один канал не является свободным, получает отказ и, следовательно, покидает очередь. Второй вид – это системы с ожиданием или очередью. В данных системах заявка, поступившая в момент, когда все каналы заняты, становится в очередь и ждет, пока не освободится один из каналов.

Рассмотрим самую простую одноканальную СМО с отказами. Она характеризуется показательным распределением длительностей интервалов между поступившими заявками.

Плотность распределения длительностей интервалов между заявками рассчитывается по формуле:

$$f_1(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}.$$

где λ - это интенсивность поступления заявок в систему. Плотность распределения длительностей обслуживания имеет вид:

$$f_2(t) = \mu \cdot e^{-\mu t}, \tag{1}$$

где $\mu = \dfrac{1}{t_{об}}$ – интенсивность обслуживания, $t_{об}$ – среднее время обслуживания одного клиента.

Относительная пропускная способность:

$$q = \frac{\mu}{\lambda + \mu}. \tag{2}$$

Для одноканальной СМО с отказами вероятность P_0 есть не что иное, как относительная пропускная способность системы q: q = P_0. Величина вероятности ровна того, что канал не занят.

Абсолютная пропускная способность А - это среднее число заявок, которое может обслужить СМО в единицу времени:

$$A = \lambda \cdot q \tag{3}$$

Вероятность отказа находим по формуле:

$$P_{отк} = 1 - q \tag{4}$$

Вероятность отказа – отношение необслуженных заявок среди всех поданных.

Номинальная пропускная способность рассчитывается по формуле:

$$A_{ном} = \frac{1}{t}. \tag{5}$$

Отношение номинальной пропускной способности к фактической:

$$\frac{A_{ном}}{q} \tag{6}$$

Пример. Пусть одноканальная СМО с отказами представляет собой один пост ежедневного обслуживания для мойки автомобилей. Автомобиль, прибывший в момент, когда пост занят, получает отказ в обслуживании. Интенсивность потока автомобилей составляет 2,0 автомобиля в час. Средняя продолжительность обслуживания 1,5 часа. Найти относительную и абсолютную пропускную способность, вероятность отказа. Также необходимо провести сравнение фактической пропускной способности СМО с номинальной.

Решение:

Интенсивность потока обслуживания (1):

$$\mu = \frac{1}{t_{об}} = \frac{1}{1,5} = 0,667;$$

Относительная пропускная способность (2):

$$q = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{0.667}{2 + 0.667} = 0.25;$$

Следовательно, в установившемся режиме система может обслуживать примерно 25% прибывших на пост автомобилей.

Абсолютная пропускная способность (3):

$$A = \lambda \cdot q = 2 \cdot 0.25 = 0,5;$$

Значит, рассматриваемая система в среднем может обслужить 0,5 автомобилей в час.

Рассчитаем вероятность отказа (4):

$$P_{отк} = 1 - q = 1 - 0.25 = 0.75;$$

Следовательно, около 75% прибывших автомобилей получат отказ в обслуживании.

Номинальная пропускная способность (5):

$$A_{ном} = \frac{1}{t_{об}} = \frac{1}{1,5} = 0,667;$$

Отношение номинальной способности к фактической (6):

$$\frac{A_{ном}}{q} = \frac{0.667}{0.25} = 2.668 \cdot$$

Итак, номинальная пропускная способность в 2,67 раз больше фактической.

Рассмотренные аналитические методы анализа СМО исходят из предположения, что входящие и исходящие потоки требований являются простейшими. Зависимости, используемые в этих методах для определения показателей качества обслуживания, справедливы лишь для установившегося режима функционирования СМО. Однако в реальных условиях функционирования СМО имеются переходные режимы, а входящие и исходящие потоки требований являются далеко не простейшими. В этих условиях для оценки качества функционирования систем обслуживания широко используют метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). Основой решения задачи исследования функционирования СМО в реальных условиях является статистическое моделирование входящего потока требований и процесса их обслуживания (исходящего потока требований).

Литература.

1. Е. В. Бережная, В. И. Бережной. Математические методы моделирования экономических систем: Учеб. пособие. - М.: Финансы и статистика, 2010.
2. Чистяков В. П. Курс теории вероятностей. Учеб. – 3-е изд., испр. – М.: Наука, 2009.
3. Интернет-источник: http://www.irbis.vegu.ru/repos/2612/HTML/15.HTM.