

РАСЧЕТ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКИ И НАХОЖДЕНИЕ СООТНОШЕНИЯ «ВОЛАТИЛЬНОСТЬ-СТРАЙК»

Д. А. Новосельцева, О. Л. Крицкий

Томский политехнический университет

e-mail: olegkol@tpu.ru

ASSESSING THE STOCHASTIC INTEREST RATE AND FINDING HEDGING DELTAS «VOLATILITY-STRIKE»

D. A. Novoseltseva, O. L. Kritskii

Tomsk Polytechnic University

A methodology of assessing the stochastic interest rate and finding implied volatility by using hedging deltas and call-put parity for European options with different strikes was suggested. The adequity of our methodology was proved on Taiwan index option analysis. We show when time goes to maturity the volatility and stochastic interest rate drop down. And the volatility smile has parabolic form with unique extremum.

Стохастическая процентная ставка и волатильность являются основными числовыми характеристиками в финансовой математике. Они позволяют достаточно точно оценивать справедливые цены рискованных финансовых инструментов, например, опционов и фьючерсов, а также прогнозировать их будущую стоимость [1]. В настоящей работе предлагается использовать известное соотношение «call-put», записанное для опционов европейского типа, для вычисления справедливой стохастической процентной ставки привлечения заемных денежных средств при исполнении обязательств по деривативам. Найденная ставка применяется для построения профиля «волатильность — страйк», известного как «улыбка волатильности». Это необходимо, чтобы выявить те цены исполнения опционов, при которых финансовые инструменты будут исполнены «в деньгах» с наибольшей вероятностью. Далее, проводятся численные расчеты по историческим данным тайваньской биржи по торговле фьючерсами TAIEX, находящимся в свободном доступе. Кроме того, биржа в качестве бесплатного сервиса предоставляет значения коэффициентов «дельта» для всех типов торгуемых опционов, что удобно для нахождения извлеченной волатильности.

Покажем действенность предлагаемой методологии при анализе эмпирических данных. Для этого используем доступные широкой аудитории данные по результатам торгов индексными опционами европейского типа на тайваньской бирже TAIEX (тикер группы опцио-

нов — ТХО, тикер базового актива — ТХ) со сроками исполнения май, июнь, сентябрь и декабрь 2014 года. Зафиксируем промежуток торгов с 1 по 18 апреля 2014 года (20 апреля — момент исполнения апрельских контрактов). Шаг страйка составил для майских и июньских контрактов — 100 у. е., для сентябрьских и декабрьских — 200 у. е.

Для расчетов «улыбки волатильности» и процентной ставки были оставлены только те деривативы, торги по которым не прерывались ни на один день. В итоге было оставлено 9 шт. майских опционов со страйками от $K=8400$ до $K=9200$, 6 шт. июньских опционов со страйками от $K=8500$ до $K=9000$ и 5 шт. сентябрьских опционов со страйками от $K=8200$ до $K=9000$. В связи с низкой ликвидностью торгов декабрьские опционы были исключены из дальнейшего анализа.

Результаты расчетов процентной ставки и волатильности по дням для наиболее вероятных к исполнению «в деньгах» (ITM) майского и июньского опциона продавца (страйк $K=8900$) приведены в табл. 1 и табл. 2. а также сентябрьского опциона продавца (страйк $K=8600$) в табл. 3.

Таблица 1

Дневная динамика изменения процентной ставки и извлеченной волатильности для майского опциона продавца ТХО с $K=8900$

Дата	call	put	r	Δ	d1	σ
01.04.2014	92	181	-0,04912	-0,5973	-0,246365	0,100
02.04.2014	103	165	-0,05436	-0,5666	-0,167725	0,100
03.04.2014	104	156	-0,03339	-0,5545	-0,137039	0,101
07.04.2014	98	154	-0,02911	-0,5612	-0,154012	0,103
08.04.2014	104	143	-0,02501	-0,5399	-0,100182	0,106
09.04.2014	105	129	-0,05118	-0,5236	-0,059191	0,101
10.04.2014	108	125	-0,06247	-0,5138	-0,034598	0,106
11.04.2014	93	140	-0,05414	-0,5550	-0,138304	0,100
14.04.2014	90	147	-0,01534	-0,5686	-0,172811	0,104
15.04.2014	107	129	-0,04223	-0,5232	-0,058187	0,103
16.04.2014	102	130	-0,05806	-0,5290	-0,072756	0,110
17.04.2014	112	117	-0,05666	-0,5014	-0,003509	0,100
18.04.2014	122	104	-0,05773	-0,4736	0,0662234	0,153

Таблица 2

Дневная динамика изменения процентной ставки и извлеченной волатильности для июньского опциона продавца ТХО с $K=8900$

Дата	call	put	r	Δ	d1	σ
01.04.2014	123	240	-0,04593	-0,5902	-0,22806	0,110
02.04.2014	138	220	-0,04513	-0,5628	-0,15807	0,107

Дата	call	put	r	Δ	d1	σ
03.04.2014	137	211	-0,03274	-0,5542	-0,13628	0,112
07.04.2014	136	211	-0,02842	-0,5582	-0,14641	0,112
08.04.2014	140	202	-0,02815	-0,5423	-0,10623	0,117
09.04.2014	141	182	-0,04061	-0,5303	-0,07602	0,104
10.04.2014	146	177	-0,04551	-0,5241	-0,06045	0,096
11.04.2014	130	196	-0,04323	-0,5552	-0,13881	0,104
14.04.2014	126	206	-0,02289	-0,5670	-0,16874	0,109
15.04.2014	148	197	-0,04074	-0,5331	-0,08306	0,119
16.04.2014	142	197	-0,04960	-0,541	-0,10295	0,115
17.04.2014	144	181	-0,05187	-0,5237	-0,05944	0,117
18.04.2014	159	163	-0,04592	-0,5017	-0,00426	0,062

Таблица 3

Дневная динамика изменения процентной ставки и извлеченной волатильности для сентябрьского опциона продавца ТХО с K=8600

Дата	call	put	r	Δ	d1	σ
01.04.2014	249	333	-0,08617	-0,5293	-0,073510	0,120
02.04.2014	260	310	-0,08627	-0,5147	-0,036860	0,110
03.04.2014	266	315	-0,08250	-0,5087	-0,021810	0,125
07.04.2014	260	316	-0,08326	-0,5106	-0,026570	0,131
08.04.2014	266	305	-0,08248	-0,5026	-0,006520	0,130
09.04.2014	269	286	-0,08804	-0,4917	0,020807	0,128
10.04.2014	274	280	-0,09022	-0,4877	0,030836	0,118
11.04.2014	263	300	-0,08851	-0,5069	-0,017300	0,113
14.04.2014	255	307	-0,08105	-0,5148	-0,037110	0,117
15.04.2014	275	295	-0,08863	-0,4953	0,011781	0,121
16.04.2014	272	301	-0,09338	-0,4990	0,002507	0,127
17.04.2014	268	288	-0,09695	-0,4913	0,021809	0,141
18.04.2014	282	277	-0,09693	-0,4799	0,050405	0,019

Отрицательное значение процентной ставки, приведенной в табл. 1—3, свидетельствует о переоцененности опционов на фондовом рынке: для существования справедливой цены, устраивающей и покупателя, и продавца, требуется, чтобы r была положительной и находилась в интервале 0,05—0,08 (или 5—8 % годовых).

В заключение работы приведем наиболее интересные результаты расчетов «улыбки волатильности». В связи с большим количеством полученных числовых данных приведем в табл. 3 найденные

значения извлеченной волатильности для опционов продавца только на 18 апреля 2014 года.

Таблица 4

«Улыбка волатильности» для опционов продавца различными страйками и датами исполнения на 18 апреля 2014 года

Исполнение 20.05.2014		Исполнение 20.06.2014		Исполнение 20.09.2014	
К	$\sigma, \%$	К	$\sigma, \%$	К	$\sigma, \%$
8400	14,3	8500	13,1	8200	12,30
8500	13,7	8600	12,7	8400	12,90
8600	12,9	8700	12,2	8600	1,90
8700	12,5	8800	12,1	8800	12,05
8800	12,2	8900	6,2	9000	11,43
8900	15,3	9000	10,6	н. д.	н. д.
9000	10,6	н. д.	н. д.	н. д.	н. д.
9100	10,0	н. д.	н. д.	н. д.	н. д.
9200	9,7	н. д.	н. д.	н. д.	н. д.

Как следует из анализа табл. 4, графики волатильности по каждой дате исполнения имеют параболический вид с единственной точкой минимума. Наилучшие условия покупки были у майского опциона покупателя при $K = 9200$ у. е. ($\sigma = 8,7 \%$), у июньского — при $K = 8900$ у. е. ($\sigma = 6,2 \%$) и, наконец, у сентябрьского — при $K = 8600$ у. е. ($\sigma = 1,9 \%$). При этом полученные практические результаты полностью соответствуют теоретическим, известным из финансовой математики.

Приведена методология нахождения стохастической процентной ставки и извлеченной волатильности по значениям хеджирующих коэффициентов дельта для деривативов европейского типа при условии тождественности соотношения «call-put» для различных горизонтов инвестирования. Адекватность предложенной методологии подтверждена при анализе исторических данных котировок тайваньских опционов на индекс. Показано, что с приближением срока исполнения волатильность и процентная ставка падают, а график волатильности имеет параболический вид с единственным экстремумом.

Литература

1. Крицкий О. Л., Ильина Т. А., Каменских Д. М. Расчет безрисковой стохастической процентной ставки и ее применение в модели Блэка–Кокса // Экономический анализ: теория и практика. — 2010. — № 15. — С. 54—62.