УДК 563.75:(535.3;535.182)

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУР И ХАОСА В ГЕНЕРАТОРЕ С ПРОТЯЖЁННЫМ КРИСТАЛЛОМ, ОБЛАДАЮЩИМ ТЕРМОЗАВИСИМОЙ ОПТИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТЬЮ

Т.В. Голякевич, И.В. Измайлов*, Б.Н. Пойзнер*, В.М. Трухан, Д.А. Шергин*

Объединённый Институт физики твёрдого тела и полупроводников, НАНБ, г. Минск
*Томский государственный университет
E-mail: izmi@elefot.tsu.ru

Построена математическая модель нелинейных процессов – в приближении протяжённой среды с термозависимой оптической активностью – для кольцевого резонатора. Построены карты динамических режимов. Сделаны оценки параметров резонатора и фосфида кадмия, благоприятных для осуществления устройства конфиденциальной связи оптического диапазона.

В кольцевых резонаторах, содержащих нелинейный элемент (насыщающийся поглотитель [1] либо материал, в котором имеет место высокочастотный эффект Керра [2–4]), открыты явления самоорганизации и детерминированного хаоса. Универсальность этих феноменов подтверждается тем, что нелинейные свойства элемента способны обеспечить многообразные физические эффекты [4]. Случай электрооптических явлений в немагнитном диэлектрике активно изучается с 1990-х гг. (например, [2–5]). Случай же оптической активности исследован явно недостаточно.

Поэтому целесообразно выяснить, насколько пригодны кристаллы, поворачивающие плоскость поляризации света, для реализации нелинейного элемента в кольцевом резонаторе. Это позволит определить границы аналогии между электрическими и магнитными явлениями применительно к процессам в нелинейном кольцевом интерферометре. Пример использования эффекта Фарадея для генерации хаотических колебаний можно обнаружить в [4].

В связи с этим возникают следующие задачи: оптико-физическое описание динамики оптического поля в нелинейном кольцевом интерферометре; построение соответствующей математической модели, которая содержит ту или иную нелинейную (например, оптически активную) среду, а также проведение моделирования.

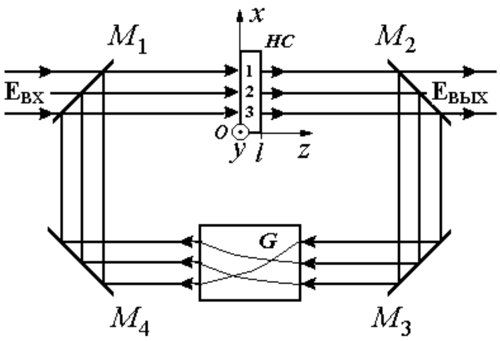


Рис. 1. *Схематическое изображение нелинейного кольцевого интерферометра*

Предварительно целесообразно рассмотреть классический случай, когда кольцевой интерферометр (рис. 1) содержит керровскую среду. Ход лучей показан для случая поворота пучка (элементом G) в плоскости xOy на 120°. $\mathbf{E}_{вх}$ и $\mathbf{E}_{вых}$ – напряжённость входного и выходного оптического поля; НС – нелинейная среда длиной l вдоль направления Oz; G – линейный элемент, производящий крупномасштабное преобразование поля; зеркала M_1, M_2 обладают коэффициентом отражения по интенсивности R, зеркала M_3, M_4 – «глухие».

Модель, учитывающая диффузию поляризованных молекул керровской среды

Опишем процессы в нелинейном кольцевом интерферометре (НКИ) для случая, когда поле на его входе состоит из двух компонентов с круговой поляризацией (рис. 2):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{e}(\Theta(\mathbf{r},t))\,A(\mathbf{r},t)\cos(\omega t+\varphi(\mathbf{r},t)) + \mathbf{e}(\Theta(\mathbf{r},t)+\pi/2)\,B(\mathbf{r},t)\sin(\omega t+\varphi(\mathbf{r},t)), \quad (1)$$

где ω – основная частота светового поля, $\Theta(\mathbf{r},t)=\psi(\mathbf{r},t)+\Omega t$ – угол между вектором $\mathbf{e}(\Theta)$, задающим направление поляризации и осью Ox, лежащим в плоскости xOy поперечного сечения пучка (Ω может быть сравнима с ω), Ω – частота синхронного вращения векторов поляризации $\mathbf{e}$, лежащих в плоскости, называемой нами плоскостью поляризации; $A(\mathbf{r},t)$, $B(\mathbf{r},t)$, $\varphi(\mathbf{r},t)$, $\psi(\mathbf{r},t)$ – незначительно меняющиеся за время $T=2\pi/\omega$ амплитуды, фаза, положение плоскости поляризации светового поля.

На рис. 2, *а*, толстые линии соответствуют мгновенному состоянию векторов напряжённости при $\omega t+\varphi(\mathbf{r},t)=30°$, $\theta(\mathbf{r},t)=45°$, $A/B=2/3$, пунктирные линии изображают возможные состояния этих векторов при произвольных $\omega t+\varphi(\mathbf{r},t)$, а направление их вращения показано для $\Omega>0$. На рис. 2, *б*, *в*, толстые линии соответствуют мгновенному состоянию векторов напряжённости при $\omega t+\varphi(\mathbf{r},t)=30°$, $\theta(\mathbf{r},t)=90°$, $A/B=1/5$, направления вращения (противоположные (*б*), когда $\omega>\Omega$ и одинаковые (*в*), когда $\omega<\Omega$) показаны для $\omega>0$, $\Omega>0$. Пунктирные линии соответствуют компоненту поля с частотой $\omega+\Omega$ и амплитудой $a(\mathbf{r},t)$, а сплошные толстые – компоненту с $\omega-\Omega$ и $b(\mathbf{r},t)$.

Если ввести обозначения $a(\mathbf{r},t)\equiv(A(\mathbf{r},t)+B(\mathbf{r},t))/2$, $b(\mathbf{r},t)\equiv(A(\mathbf{r},t)-B(\mathbf{r},t))/2$, то (1) выразится через проекции $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ в форме:

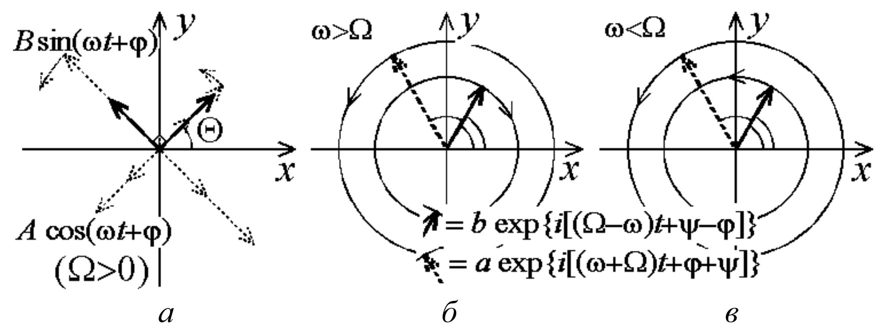


Рис. 2. *Структура бихроматического оптического излучения E(r, t): а – для записи в форме (1), б, в – для записи в форме (2)*

$$E_x(\mathbf{r},t)=a(\mathbf{r},t)\cos[(\omega+\Omega)t+\varphi(\mathbf{r},t)+\psi(\mathbf{r},t)]+ +b(\mathbf{r},t)\cos[(\omega-\Omega)t+\varphi(\mathbf{r},t)-\psi(\mathbf{r},t)],$$

$$E_y(\mathbf{r},t)=a(\mathbf{r},t)\sin[(\omega+\Omega)t+\varphi(\mathbf{r},t)+\psi(\mathbf{r},t)]- -b(\mathbf{r},t)\sin[(\omega-\Omega)t+\varphi(\mathbf{r},t)-\psi(\mathbf{r},t)]. \qquad (2)$$

Тогда моделью процессов в НКИ (с учетом многих проходов поля через контур обратной связи) является уравнение:

$$\tau_n(\mathbf{r})\mathrm{d}U(\mathbf{r},t)/\mathrm{dt}=D_e(\mathbf{r})\Delta U(\mathbf{r},t)-U(\mathbf{r},t)+f(\mathbf{r},t),$$

$$f(\mathbf{r},t)=n_2(\mathbf{r})lkan\langle \mathbf{E}^2_{\text{нс}}(\mathbf{r},t)\rangle_T=ann_2(\mathbf{r})lk[a^2_{\text{нс}}(\mathbf{r},t)+b^2_{\text{нс}}(\mathbf{r},t)],$$

$$\mathbf{E}_{\text{нс}}(\mathbf{r},t)=(1-R)^{0.5}\mathbf{E}(\mathbf{r},t)+[\gamma(\mathbf{r}',t)/\sigma/2]\mathbf{E}_{\text{нс}}(\mathbf{r}',t-\tau). \qquad (3)$$

Здесь τ_n и D_e – время релаксации и эквивалентный коэффициент диффузии поляризованных молекул НС; $U(\mathbf{r},t)$ – нелинейный фазовый набег в НС; n_2 и l – коэффициент нелинейной рефракции и длина НС; $k=\omega/c=2\pi/\lambda$; $\tau\equiv\tau(\mathbf{r}',t)=t_e(\mathbf{r}',t)+U(\mathbf{r}',t-t_e(\mathbf{r}',t))/\omega$ – полное время запаздывания поля в НКИ; $\gamma(\mathbf{r}',t)\equiv 2R\kappa(\mathbf{r}',t)C_n(\mathbf{r}')$ – удвоенный коэффициент передачи (по амплитуде an) поля за один проход НКИ (κ и C_n характеризуют элемент G и НС); σ – коэффициент сжатия поля в элементе G; T – период оптических колебаний.

Эта модель учитывает диффузию вещества (поляризованных молекул НС), а член $f(\mathbf{r},t)-U(\mathbf{r},t)$ играет роль интенсивности источников и поглотителей вещества. В такой модели для широких интервалов значений её параметров возможны и регулярные процессы, и режим детерминированного хаоса [5]. Иначе говоря, НКИ интересен как генератор хаоса – компонент систем конфиденциальной связи.

Модель процессов в кольцевом интерферометре, содержащем протяжённую среду с изменяющимися (не)оптическими параметрами

Выберем модель оптического поля. В рамках обсуждаемой задачи вектор $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ можно описывать формулами (1) или (2) при $\Omega=0$ (рис. 3).

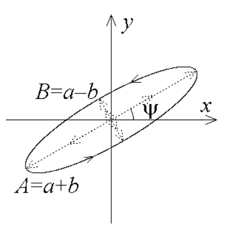


Рис. 3. *Иллюстрация описанию поля в форме (1) или (2) при $\Omega=0$. A и B – величины полуосей эллипса, угол ψ задаёт его ориентацию в плоскости xOy*

Дадим операторное описание динамики в НКИ с учётом взаимодействия оптических и неоптических свойств среды. Для этого необходимо найти поле на выходе контура обратной связи (КОС) $\mathbf{E}_{\text{вых КОС}}(\mathbf{r},t)$ и нелинейной среды $\mathbf{E}_{\text{вых НС}}$:

$$\mathbf{E}_{\text{вых КОС}}(\mathbf{r},t)=\mathbf{L}_{\text{КОС}}(\mathbf{E}_{\text{вх КОС}}(\mathbf{r},t),\mathbf{p}_{\text{КОС}}),$$

$$\mathbf{E}_{\text{вых НС}}(\mathbf{r},t)=\mathbf{N}_{\text{НС}}(\mathbf{E}_{\text{вх НС}}(\mathbf{r},t),\mathbf{p}_{\text{НС}}).$$

Здесь оператор $\mathbf{L}_{\text{КОС}}$ описывает преобразование функции $\mathbf{E}_{\text{вх КОС}}(\mathbf{r},t)=\mathbf{E}_{\text{вых НС}}(\mathbf{r},t)$ в функцию $\mathbf{E}_{\text{вых КОС}}(\mathbf{r},t)=\mathbf{E}_{\text{вх НС}}(\mathbf{r},t)-\mathbf{E}_{\text{вх НКИ}}(\mathbf{r},t)$, т. е. преобразование поля в КОС; оператор $\mathbf{N}_{\text{НС}}$ описывает преобразование функции $\mathbf{E}_{\text{вх НС}}(\mathbf{r},t)$ в функцию $\mathbf{E}_{\text{вых НС}}(\mathbf{r},t)$, т. е. преобразование поля в НС; параметры операторов $\mathbf{p}_{\text{КОС}}$ и $\mathbf{p}_{\text{НС}}$ описывают оптические свойства КОС и НС.

Тогда, очевидно, модель процессов в НКИ есть выражение вида

$$\mathbf{E}_{\text{вых НС}}(\mathbf{r},t)= =\mathbf{N}_{\text{НС}}(\mathbf{L}_{\text{КОС}}(\mathbf{E}_{\text{вых НС}}(\mathbf{r},t),\mathbf{p}_{\text{КОС}}(\mathbf{r},t))+\mathbf{E}_{\text{вх НКИ}}(\mathbf{r},t),\ \mathbf{p}_{\text{НС}}(\mathbf{r},t))$$

либо

$$\mathbf{E}_{\text{вх НС}}(\mathbf{r},t)= =\mathbf{E}_{\text{вх НКИ}}(\mathbf{r},t)+\mathbf{L}_{\text{КОС}}(\mathbf{N}_{\text{НС}}(\mathbf{E}_{\text{вх НС}}(\mathbf{r},t),\mathbf{p}_{\text{НС}}(\mathbf{r},t)),\mathbf{p}_{\text{КОС}}(\mathbf{r},t)).$$

Причём, в свою очередь,

$$\mathbf{p}_{\text{НС}}(\mathbf{r},t)=\mathbf{P}(\mathbf{E}_{\text{вх НС}}(\mathbf{r},t),\ \mathbf{p}_{\text{НС}}(\mathbf{r},t),\ \mathbf{p}_n(\mathbf{r},t)),\ \text{а}\ \mathbf{p}_n(\mathbf{r},t)= =\mathbf{P}_n(\mathbf{E}_{\text{вх НС}}(\mathbf{r},t),\ \mathbf{p}_{\text{НС}}(\mathbf{r},t),\ \mathbf{p}_n(\mathbf{r},t)),$$

где $\mathbf{p}_n$ – *неоптические* свойства среды; $\mathbf{P}_n$ и $\mathbf{P}$ – операторы, задающие $\mathbf{p}_n$, $\mathbf{p}_{\text{НС}}$, соответственно. В общем случае под обозначениями $\mathbf{p}_{\text{НС}}(\mathbf{r},t)$, $\mathbf{p}_n(\mathbf{r},t)$, $\mathbf{E}_{\text{вх НС}}(\mathbf{r},t)$, $\mathbf{E}_{\text{вых НС}}(\mathbf{r},t)$, $\mathbf{E}_{\text{вх НКИ}}(\mathbf{r},t)$ в аргументах операторов следует понимать функции, определённые на интервале времени $(-\infty, t]$.

Описание распространения поля через НС и контур обратной связи

Процесс распространения поля – с комплексной амплитудой E_c в прозрачном веществе со средним («фоновым») значением показателя преломления $<n>$ и диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=\varepsilon_0+\delta\varepsilon$ ($\varepsilon_0=<n>^2$) – можно описать параболическим уравнением

$$2ik<n>\partial E_c(x,y,z)/\partial z=\Delta_\perp E_C(x,y,z) + k^2(\varepsilon(x,y,z)-<n>^2)E_c(x,y,z), \qquad (4)$$

где $\Delta_\perp=\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2$. Для поля в форме (1) при $\Omega=0$ следует рассматривать две комплексные амплитуды:

$$E_{c+}=a(\mathbf{r},t)\exp[i\varphi(\mathbf{r},t)+i\psi(\mathbf{r},t)] \text{ и}$$
$$E_{c+}=b(\mathbf{r},t)\exp[i\varphi(\mathbf{r},t)-i\psi(\mathbf{r},t)].$$

Для простоты пренебрежём дифракцией поля в КОС, возможностью изменения направления и вида поляризации. Тогда преобразование поля в КОС НКИ описывается соотношением

$$\mathbf{E}_{\text{вых КОС}}(\mathbf{r},t)=[R\kappa(\mathbf{r}',t)/\sigma]\mathbf{E}_{\text{вх КОС}}(\mathbf{r}',t-t_0(\mathbf{r}',t)).$$

Здесь $t_0(\mathbf{r}',t)$ – время запаздывания поля в КОС НКИ. В соответствии с выбранной моделью поля оно полностью описывается величинами $\varphi(\mathbf{r},t)$, $\psi(\mathbf{r},t)$, $a(\mathbf{r},t)$, $b(\mathbf{r},t)$ или $A(\mathbf{r},t)$, $B(\mathbf{r},t)$. Поэтому в сделанных приближениях описание распространения поля в НС сводится к системе соотношений между этими характеристиками на входе и выходе НС. Вид соотношений зависит от типа НС.

Так, при отсутствии дихроизма и в пренебрежении дифракцией поля в НС для $a(\mathbf{r},t)$, $b(\mathbf{r},t)$ ($A(\mathbf{r},t)$, $B(\mathbf{r},t)$) имеем

$$a_{\text{вых НС}}(\mathbf{r},t)=C_n(\mathbf{r})a_{\text{вх НС}}(\mathbf{r},t),\ b_{\text{вых НС}}(\mathbf{r},t)=C_n(\mathbf{r})b_{\text{вх НС}}(\mathbf{r},t).$$

Здесь $C_n(\mathbf{r}')$ – коэффициент передачи (по амплитуде) поля за один проход НС НКИ, и учтено, что

$$a_{\text{вх НС}}(\mathbf{r},t)\approx a_{\text{вх НС}}(\mathbf{r},t-t_n(\mathbf{r},t-t_n(\mathbf{r},t))),$$
$$b_{\text{вх НС}}(\mathbf{r},t)\approx b_{\text{вх НС}}(\mathbf{r},t-t_n(\mathbf{r},t-t_n(\mathbf{r},t))),$$

где t_n – время распространения поля в среде. Тогда, следуя [2], можно ввести параметр $\gamma(\mathbf{r}',t)\equiv 2R\kappa(\mathbf{r}',t)C_n(\mathbf{r}')$ – удвоенный коэффициент передачи (по амплитуде) поля за один проход НКИ. В дальнейшем ограничимся сюжетом, когда НКИ содержит вещество, обладающее естественной либо искусственной оптической активностью.

Случай термооптических эффектов в средах с оптической активностью

Как известно, в протяжённой среде длиной l, обладающей естественной оптической активностью, угол поворота θ плоскости поляризации света равен $\theta=\alpha l=\pi(n_- - n_+)l/\lambda$, где α – вращательная способность, n_-, n_+ – показатели преломления для двух лево- и правополяризованных круговых волн. Аналогично, для эффекта Фарадея имеем $\theta=V|H|l$, где V – постоянная Верде, H – напряжённость постоянного магнитного поля.

Пусть неоптическое свойство, влияющее на оптические свойства среды, есть температура, причём влияние это правомерно описать линейной зависимостью: $\alpha=\alpha_0+\alpha_1 T$ и $V=V_0+V_1 T$.

Как известно, пространственное распределение температуры подчиняется уравнению теплопроводности

$$\partial(\rho c_v T)/\partial t=\nabla(\Lambda\nabla T)+F.$$

Здесь $\rho(x,y,z,T)$ – плотность вещества, $c_v(x,y,z,T)$ – теплоёмкость среды при постоянном объёме, $T(x,y,z)$ – температура, $\Lambda(x,y,z,T)$ – коэффициент теплопроводности, F – плотность тепловых источников. Очевидно, что плотность тепловых источников F пропорциональна интенсивности света ($\langle\mathbf{E}^2_{\text{нс}}(\mathbf{r},t)\rangle=a^2_{\text{нс}}(\mathbf{r},t)+b^2_{\text{нс}}(\mathbf{r},t)$) и коэффициенту его поглощения $1-C_n^2(\mathbf{r})$, т. е.

$$F(\mathbf{r},t)=(1-C_n^2(\mathbf{r}))[a^2_{\text{нс}}(\mathbf{r},t)+b^2_{\text{нс}}(\mathbf{r},t)]/l.$$

Не только температура, но и световое поле, воздействуя на среду, влияют на её оптические свойства. Предположим, что эти воздействия непостоянны во времени, $\mathbf{p}_0(\mathbf{r})$ – невозмущенное значение вектора параметров, $\delta\mathbf{p}_{\lim}(\mathbf{r},t)$ и $\delta\mathbf{p}(\mathbf{r},t)$ – равновесный и текущий отклики на воздействие. Тогда установление равновесного $\mathbf{p}_{\lim}(\mathbf{r},t)=\mathbf{p}_0(\mathbf{r})+\delta\mathbf{p}_{\lim}(\mathbf{r},t)$ состояния вектора параметров $\mathbf{p}(\mathbf{r},t)=\mathbf{p}_0(\mathbf{r})+\delta\mathbf{p}(\mathbf{r},t)$ среды происходит асимптотически. Пусть асимптотический процесс установления каждого из параметров p_i происходит по экспоненциальному закону с постоянной времени τ_i. Тогда для переменных воздействий справедливо уравнение

$$\partial p_i(\mathbf{r},t)/\partial t=(p_{\lim\,i}(\mathbf{r},t)-p_i(\mathbf{r},t))/\tau_i.$$

Если параметры $p_i(\mathbf{r},t)$ НС изменяются из-за диффузии с коэффициентом $D_i(x,y,z)$ её молекул (например, поляризованных или ориентированных) либо носителей заряда, то необходимо использовать уравнение диффузии

$$\partial\delta p_i(\mathbf{r},t)/\partial t=\nabla(D_i\nabla\delta p_i(\mathbf{r},t))+F_i.$$

Здесь $F_i=(p_{\lim\,i}(\mathbf{r},t)-p_i(\mathbf{r},t))/\tau_i=(\delta p_{\lim\,i}(\mathbf{r},t)-\delta p_i(\mathbf{r},t))/\tau_i$ – интенсивность источников и поглотителей молекул или носителей заряда, определяющих величину параметра p_i. Например, в случае естественной оптической активности вращательная способность $\alpha(\mathbf{r},t)=\alpha_0+\delta\alpha(\mathbf{r},t)$, поэтому угол поворота плоскости поляризации $\theta=\alpha l=\theta_0+\delta\theta(\mathbf{r},t)$, где $\theta_0=\alpha_0 l$ и $\delta\theta(\mathbf{r},t)=l\delta\alpha(\mathbf{r},t)$. Следовательно,

$$\partial\delta\theta(\mathbf{r},t)/\partial t=\nabla[D_\alpha\nabla\delta\theta(\mathbf{r},t)]+[\alpha_1 lT(\mathbf{r},t)-\delta\theta(\mathbf{r},t)]/\tau_V. \quad (5)$$

Для эффекта Фарадея $V(\mathbf{r},t)=V_0+\delta V(\mathbf{r},t)$ зависит от температуры, при этом текущий отклик на воздействие $\delta V(\mathbf{r},t)$ удовлетворяет уравнению

$$\partial\delta V(\mathbf{r},t)/\partial t=\nabla[D_V\nabla\delta V(\mathbf{r},t)]+[V_1 T(\mathbf{r},t)-\delta V(\mathbf{r},t)]/\tau_V. \quad (6)$$

Динамика $\delta V(\mathbf{r},t)$, в свою очередь, определяет поведение угла поворота θ плоскости поляризации при наличии второго воздействия – магнитного поля H

$$\partial\delta\theta(\mathbf{r},t)/\partial t=$$
$$=\nabla[D_\theta\nabla\delta\theta(\mathbf{r},t)]+\{[V_0+\delta V(\mathbf{r},t)]|H|l-\delta\theta(\mathbf{r},t)\}/\tau_\theta. \quad (7)$$

Здесь по аналогии с моделью в [1] введём эффективный коэффициент диффузии $D_e(x,y,z)$ – коэффициент, нормированный к времени релаксации НС и к квадрату некоторого характерного размера r_0 пучка: $D_e(x,y,z)=\tau_n(x,y,z)D(x,y,z)/r_0^2$. Тогда, вновь обозначая $(x,y,z):=(x,y,z)/r_0$, получим соответствующие уравнения (5)–(7).

$$\tau_\alpha\partial\delta\theta(\mathbf{r},t)/\partial t=\nabla[D_{\alpha e}\nabla\delta\theta(\mathbf{r},t)]+[\alpha_1 lT(\mathbf{r},t)-\delta\theta(\mathbf{r},t)],$$
$$\tau_V\partial\delta\theta V(\mathbf{r},t)/\partial t=\nabla[D_{Ve}\nabla\delta V(\mathbf{r},t)]+[V_1 T(\mathbf{r},t)-\delta V(\mathbf{r},t)],$$
$$\tau_\theta\partial\delta\theta(\mathbf{r},t)/\partial t=$$
$$=\nabla[D_{\theta e}\nabla\delta\theta(\mathbf{r},t)]+\{[V_0+\delta V(\mathbf{r},t)]|H|l-\delta\theta(\mathbf{r},t)\}.$$

Согласно [6. С. 106–109], $n_-=n_0+\alpha c/\omega$, $n_+=n_0-\alpha c/\omega$, где n_0 – показатель преломления при распространении поля вдоль оптической оси вещества. Аналогично, для эффекта Фарадея $n_-=n_0+V|H|c/\omega$, $n_+=n_0-V|H|c/\omega$ [6. С. 113]. Очевидно, что для обоих случаев $n_\pm=n_0-\pm\theta/(kl)$,

$n_{\pm}=n_0-\pm\theta/(kl)$. Тогда моделями процессов для случаев естественной и искусственной оптической активности служат следующие формулы

$$\partial(\rho c_v T)/\partial t=\nabla(\Lambda\nabla T)+(1-C_n(\mathbf{r})^2)[a^2_{\text{нс}}(\mathbf{r},t)+b^2_{\text{нс}}(\mathbf{r},t)]/l,$$
$$\mathbf{E}_{\text{вх НС}}(\mathbf{r},t)=(1-\mathrm{R})\mathbf{E}_{\text{вх}}(\mathbf{r},t)+[\gamma(\mathbf{r}',t)/\sigma/2]\times$$
$$\times[\mathbf{E}_{\text{вх НС}+}(\mathbf{r}',t-\tau_+)+\mathbf{E}_{\text{вх НС}-}(\mathbf{r}',t-\tau_-)], \qquad (8)$$

где угол θ для случая естественной оптической активности подчиняется дифференциальному уравнению

$$\tau_\alpha\partial\delta\theta(\mathbf{r},t)/\partial t=\nabla[D_{\alpha e}\nabla\delta\theta(\mathbf{r},t)]+[\alpha_1 lT(\mathbf{r},t)-\delta\theta(\mathbf{r},t)], \quad (9)$$

а в случае эффекта Фарадея – уравнению

$$\tau_V\partial\delta V(\mathbf{r},t)/\partial t=\nabla[D_{Ve}\nabla\delta V(\mathbf{r},t)]+[V_1 T(\mathbf{r},t)-\delta V(\mathbf{r},t)],$$
$$\tau_\theta\partial\delta\theta(\mathbf{r},t)/\partial t=\nabla[D_{\theta e}\nabla\delta\theta(\mathbf{r},t)]+$$
$$\{[V_0+\delta V(\mathbf{r},t)]|H|l-\delta\theta(\mathbf{r},t)\}. \qquad (10)$$

Здесь $t_0(\mathbf{r}',t)$ – время запаздывания поля в КОС НКИ; $t_e(\mathbf{r}',t)-t_0(\mathbf{r}',t)+t_{n0}(\mathbf{r}',t-t_0(\mathbf{r}',t))$ – эквивалентное время запаздывания в НКИ (доля времени распространения светового поля, обусловленная наличием линейной части n_0 показателя преломления $n(\mathbf{r},t)$ НС и наличием времени t_0; $\tau_{\pm}\equiv t_e(\mathbf{r}',t)-\pm t_\theta(\mathbf{r}',t-t_0(\mathbf{r}',t))$ – полное время запаздывания для право- и левополяризованного компонента поля; $t_\theta(\mathbf{r},t)=\theta(\mathbf{r},t)/(2\omega)$ – отличие во времени распространения в НС кругополяризованных волн относительно времени распространения вдоль оптической оси; $\rho(x,y,z,T)$ – плотность; $c_v(x,y,z,T)$ – теплоёмкость при постоянном объёме; $\Lambda(x,y,z,T)$ – коэффициент теплопроводности НС.

Модель (8)–(10) описывает нелинейные процессы в НКИ, содержащем среду с термозависимой оптической активностью – естественной либо искусственной. Общий вид модели затрудняет её численный анализ. Попытаемся её упростить.

Модель в виде дискретного отображения. Результаты моделирования

Для преобразования соотношений (8)–(10) к модели в виде дискретного отображения, сделаем ряд обоснованных приближений:

- благодаря линейной зависимости угла вращения от температуры и толщины элементарного слоя среды правомерен переход к $<T(\mathbf{r},t)>_z$;
- допустимо пренебречь диффузией молекул, т. е. результатом применения оператора *набла* в выражениях $\nabla[D_{Ve}\delta\nabla V(\mathbf{r},t)]$, $\nabla[D_{\alpha e}\nabla\delta\theta(\mathbf{r},t)]$;
- допустимо пренебречь инерционностью изменения (магнито)оптических свойств среды по сравнению с характерными скоростями теплопередачи;
- коэффициенты теплопередачи и диффузии постоянны в пространстве;
- благодаря малому поперечному градиенту интенсивности поля и организации эффективного теплоотвода преимущественно в направлении Oz, поперечный теплоперенос невелик, поэтому оператор $\Lambda\Delta T\approx\Lambda\partial^2 T/\partial z^2$;
- так как молекулы с возбуждёнными электронными оболочками в кристаллах слабо подвержены диффузии, то допустимо пренебречь членом $D_{\theta e}\Delta\delta\theta(\mathbf{r},t)$;
- поле на входе НКИ постоянно, и $C_n(\mathbf{r})=C_n$.

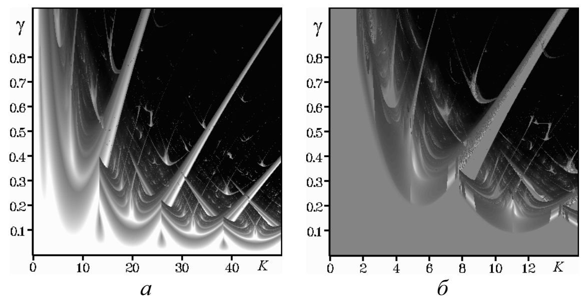
Тогда модель в виде дискретного отображения для случая естественной оптической активности имеет вид

$$a_{\text{вх НС}\,i-1}=(Ac_{a\,i}{}^2+As_{a\,i}{}^2)^{0,5},\ \Phi_{a\,\text{вх НС}\,i}=\mathrm{Arg}(Ac_{a\,i},\ As_{a\,i}),$$
$$b_{\text{вх НС}\,i-1}=(Ac_{b\,i}{}^2+As_{b\,i}{}^2)^{0,5},\ \Phi_{b\,\text{вх НС}\,i}=\mathrm{Arg}(Ac_{b\,i},\ As_{b\,i}), \quad (11)$$

где амплитуды $a_{\text{вх НС}}$ и $b_{\text{вх НС}}$ нормированы на $a_{\text{вх}}$ и $b_{\text{вх}}$,

$$Ac_{a\,i}=(1-R)\cos(\Phi_{a\,\text{вх}\,i})+$$
$$+(\gamma_i/\sigma/2)a_{\text{вх НС}\,i-1}\cos(\Phi_{a\,\text{вх НС}\,i-1}+\theta_{i-1}-\varphi_0),$$
$$As_{a\,i}=(1-R)\sin(\Phi_{a\,\text{вх}\,i})+$$
$$+(\gamma_i/\sigma/2)a_{\text{вх НС}\,i-1}\sin(\Phi_{a\,\text{вх НС}\,i-1}+\theta_{i-1}-\varphi_0),$$
$$Ac_{b\,i}=(1-R)\cos(\Phi_{b\,\text{вх}\,i})+$$
$$+(\gamma_i/\sigma/2)b_{\text{вх НС}\,i-1}\cos(\Phi_{b\,\text{вх НС}\,i-1}-\theta_{i-1}-\varphi_0),$$
$$As_{b\,i}=(1-R)\sin(\Phi_{b\,\text{вх}\,i})+$$
$$+(\gamma_i/\sigma/2)b_{\text{вх НС}\,i-1}\sin(\Phi_{b\,\text{вх НС}\,i-1}-\theta_{i-1}-\varphi_0),$$
$$\theta_i=-f_i+\alpha_1 T(l)\,l/4+\alpha_1 T(0)l/4,$$
$$f_i=Ka\,a^2_{\text{нс}\,i}/(1-R)+Kb\,b^2_{\text{нс}\,i}/(1-R),$$
$$Ka\equiv Q_a K,\ Kb\equiv(1-Q_a)K,\ Q_a\equiv a_{\text{вх}}{}^2/(a_{\text{вх}}{}^2+b_{\text{вх}}{}^2),$$
$$K\equiv(1-R)\alpha_1(1-C_n{}^2)(a_{\text{вх}}{}^2+b_{\text{вх}}{}^2)l^2/(24\Lambda),$$
$$\Phi_a(\mathbf{r},t)\equiv\varphi(\mathbf{r},t)+\psi(\mathbf{r},t),\ \Phi_b(\mathbf{r},\mathrm{t})\equiv\varphi(\mathbf{r},t)-\psi(\mathbf{r},t).$$

Здесь K логично назвать (суммарным) коэффициентом нелинейности, Ka и Kb – коэффициентами нелинейности по компоненту a и b, Q_a – долей интенсивности компонента a. Обратимся к результатам моделирования.



а *б*

Рис. 4. *Карты ляпуновских характеристических показателей $\Lambda_c(K,\gamma)$ для модели НКИ с термозависимой оптической активностью (11) при $\varphi_0=0$, $Q_a=1$ (а) и для модели НКИ с керровской средой (б)*

Одним из наиболее эффективных методов численного исследования свойств динамических систем является построение карт ляпуновских характеристических показателей Λ_c на плоскости параметров, например K и γ. Карты $\Lambda_c(K,\gamma)$ приведены на рис. 4 и свидетельствуют о возможности как регулярной (серые районы), так и хаотической динамики в модели (11).

Теперь попытаемся разработать проект экспериментальной установки и оценить параметры, обеспечивающие хаотический режим.

Вариант экспериментальной установки и требования к её элементам

Поскольку данный эксперимент предполагает наблюдение динамики оптического поля на выходе НКИ, удобно использовать непрерывный лазер видимого диапазона. Очевидно, для минимизации размеров НС (и, следовательно, НКИ) требуется возможно более высокая мощность лазерного излучения. Ориентируясь на данные табл. 1, можно ожидать, что в качестве НС пригодны кристаллы CdP_2 и ZnP_2. Из них предпочтительнее применять в данном эксперименте фосфид кадмия, т. к. для него температурная зависимость вращательной способности сильнее (значение коэффициента α_1 выше).

Опираясь на значения параметров выбранного кристалла CdP_2, оценим его длину, необходимую для обеспечения режима детерминированного хаоса в НКИ, в предположении, что диаметр лазерного пучка 2 мм. Для этого построим карту динамических режимов в модели (11) – рис. 5. Из рис. 5 следует, что оптимальная длина кристалла близка к 3 см, при этом хаотический режим возникает, если мощность лазерного излучения превышает 4,5 Вт.

Таблица 1. *Параметры кристаллов ZnP_2 и CdP_2*

Параметры	CdP_2	ZnP_2
V (λ=632,8 нм), мин/(Э·см)	0,55	0,279
α (T=298 K), градус/мм	676 (λ=612,3 нм)	503 (λ=576,9 нм)
α_1, градус/(см·K)	5,74	2,3
$\ln(C_n)/l$, см$^{-1}$	1,25...2 (λ=694,1 нм), 0,9...1,9 (λ=1106 нм)	1,3...2 (λ=694,1 нм), 1,19 (λ=1106 нм)
L, Вт/(м·K)	9,65	–

Возможны различные варианты реализации НКИ с нелинейной средой: на основе двух призм (типа «крыша»), на основе четырёх либо трёх зеркал и т. п. Но, исходя из критерия минимального числа оптических элементов и юстировочных узлов, а также стремления упростить процесс юстировки, целесообразно использовать трёхзеркальную схему (рис. 6). Считая, что удвоенная длина кристалла не должна превышать длины НКИ, а последняя – длины когерентности излучения лазера (около 30 см), получаем ограничения на геометрическую длину резонатора: не менее 6 см и не более 30 см. Поскольку предполагается использование пучка лазерного излучения диаметром порядка 2 мм, поперечный размер кристалла, очевидно, должен быть не менее этой величины.

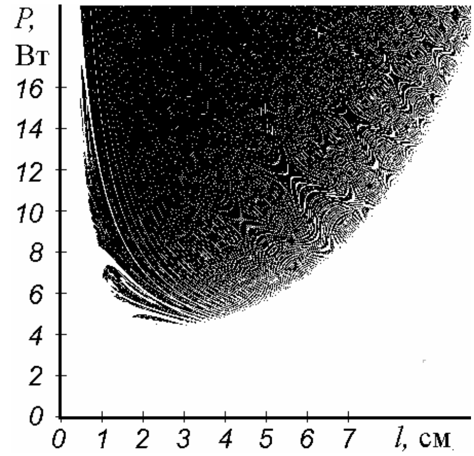
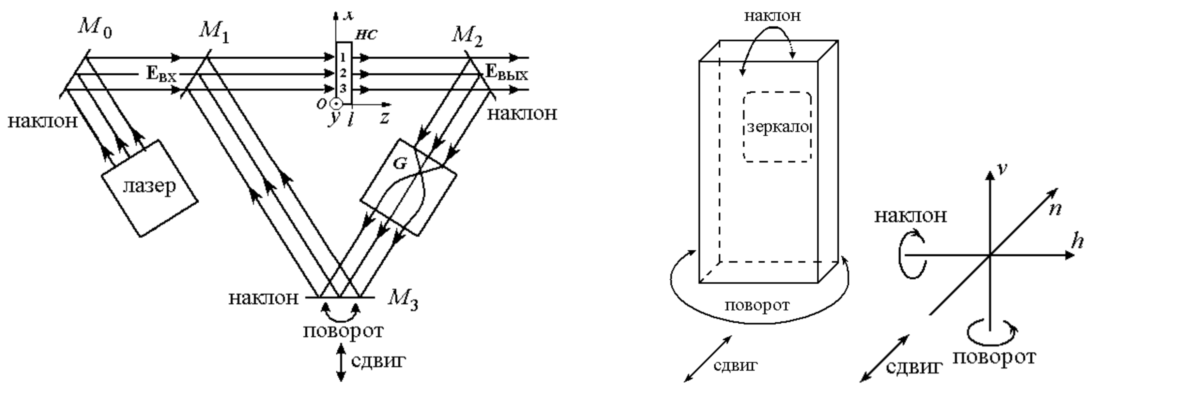


Рис. 5. *Карта динамических режимов в модели (11) в координатах: длина кристалла – мощность лазерного излучения на входе нелинейной среды. Тёмным цветом обозначены неустойчивые режимы*

Оценим число, типы и точность требуемых юстировочных узлов. Пусть при $I_m/I_0<\eta_l$ влиянием I_m на динамику в НКИ можно пренебречь, где I_m – интенсивность некоторой составляющей поля после зеркала M_1, m – количество обходов НКИ рассматриваемой составляющей поля. Тогда можно ввести эффективное (и нецелочисленное) количество проходов поля в НКИ

$$m_э=0,5\ln(\eta_l)/\ln(0,5\gamma).$$



а *б*

Рис. 6. *Схема трёхзеркального НКИ с элементом ввода лазерного излучения в интерферометр (а) и изображения степеней свободы юстировочных элементов (б): n – нормаль к отражающей поверхности зеркала, v, h – вертикальная и горизонтальная оси. Наклон зеркал производится поворотом относительно оси h, ортогональной к n и v*

Кроме того, можно ввести параметр η_d – максимально допустимое линейное смещение центра пучка после $m_э$ обходов НКИ.

Пусть η_l=5 %, η_d=5 %, диаметр пучка d=2 мм, база интерферометра L=30 см. Тогда для выбранной схемы требования точности настройки указаны в табл. 2. В качестве элемента G можно использовать призму Дове. Тогда для неё необходим *поворотный механизм* (точность около градуса), например, механизм с осью вращения в центре отверстия с призмой.

Таблица 2. *Требования к точности юстировки для трёхзеркального НКИ при η_l=5 %, η_d=5 %, d=2 мм, L=30 см*

Настроечные степени свободы	Точность настройки	
	γ=0,5 ($m_э$=1,08)	γ=0,8 ($m_э$=1,64)
3 наклона	27″	7″
1 поворот	10′	1′
1 сдвиг вдоль n	50 мкм	

Следовательно, несмотря на достаточно жёсткие требования к оптической схеме, она принципиально реализуема, т. к. коммерчески доступны оптико-механические узлы с приемлемыми параметрами. В качестве источника излучения может использоваться Kr^+-лазер (диапазон длин волн 400...800 нм, мощность до 20 Вт) [7. С. 97].

Заключение

Предложено обобщённое операторное описание сложной динамики в модели нелинейного кольцевого интерферометра с учётом трёхстороннего взаимодействия: оптического поля, оптических и иных свойств среды.

В приближении отсутствия дифракции построена модель нелинейного кольцевого интерферометра, содержащего среду с диффузией поляризованных молекул и оптической активностью (естественной либо искусственной, обусловленной эффектом Фарадея). Учитываются как термооптические эффекты, так и обратное («оптотермическое») влияние светового поля на температуру среды, что делает её нелинейной.

С помощью рассчитанной и построенной карты динамических режимов в модели нелинейного кольцевого интерферометра оценены значения параметров кольцевого резонатора и нелинейного кристалла, а также уровня мощности лазерного излучения, при которых в системе реализуется режим детерминированного хаоса. Проведён анализ вариантов схемы эксперимента, обоснованы требования к числу, типу и точности юстировочных элементов.

Согласно выполненным оценкам, для Kr^+-лазерного пучка диаметром 2 мм оптимальная длина кристалла CdP_2 близка к 3 см, а хаотический режим возникает, если мощность лазерного излучения превышает 4,5 Вт.

Предлагаемая модель расширяет перспективы разработки генераторов детерминированного хаоса оптического и СВЧ диапазонов.

Исследование поддержано грантом Президента РФ МК-4701.2006.9.

Работа доложена на VIII Международной конференции «Atomic and Molecular Pulsed lasers», Tomsk, 10–14 September, 2007.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Garcia-Ojalvo J., Roy R. Spatiotemporal communication with Synchronized Optical Chaos [Электронный ресурс]: Статья. – 2000. – Режим доступа: http://xxx.lanl.gov/abs/nlin.CD/0011012, свободный.
2. Новые физические принципы оптической обработки информации / Под ред. С.А. Ахманова и М.А. Воронцова. – М.: Наука, 1990. – С. 263–326.
3. Izmailov I.V., Lyachin A.V., Poizner B.N., Shergin D.A. Discrete Maps as a Model of Spatial Deterministic Chaos // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. – 2006. – V. 9. – № 1. – P. 48–67.
4. Розанов Н.Н. Оптическая бистабильность и гистерезис в распределённых нелинейных системах. – М.: Наука, 1997. – 336 с.
5. Измайлов И.В., Лячин А.В., Пойзнер Б.Н. Детерминированный хаос в моделях нелинейного кольцевого интерферометра. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2007. – 256 с.
6. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. – М.: Мир, 1987. – 468 с.
7. Справочник по лазерной технике: Пер. с нем. / Под ред. А.П. Напартовича. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 544 с.

Поступила 07.12.2007 г.