ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ СВОЙСТВ СЕЙСМИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ПРИ НАЛИЧИИ НЕРЕГУЛЯРНОЙ ПОМЕХИ

А.И. Осипенко
Томский политехнический университет
Osipenko7@sibmail.com

Введение

Часто на практике решается задача оценки спектров сейсмических импульсов при наличии помех [1].

Целью данной работы является изучение методики расчета на ПЭВМ амплитудных и фазовых спектров, а так же исследование их свойств.

Как известно импульсные сигналы заданы во временной области в виде некоторой функции времени $S(t)$ либо в спектральной области в виде его комплексного спектра $S(f)$.

При цифровой обработке информации сигнал $S(t)$ представляется в виде дискретной последовательности $S(n\Delta t) = S(n),\ n = \overline{0, N-1}$, $T = N\Delta t$.

Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) в общем случае можно записать:

$$S(k\Delta f) = \sum_{n=0}^{N-1} S(n\Delta t) e^{-j2\pi k\Delta f n\Delta t}; \qquad (1)$$

$$S(n\Delta t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} S(k\Delta t) e^{j2\pi k\Delta f n\Delta t}, \qquad (2)$$

где $S(k\Delta f)$ - комплексный спектр, который можно представить в виде:

$$S(k\Delta f) = A(k\Delta f) - jB(k\Delta f), \qquad (3)$$

где

$$A(k\Delta f) = \sum_{n=0}^{N-1} S(n\Delta t)\cos 2\pi k\Delta f n\Delta t \qquad (4)$$

$$B(k\Delta f) = \sum_{n=0}^{N-1} S(n\Delta t)\sin 2\pi k\Delta f n\Delta t \qquad (5)$$

Выражения (4), (5) обычно используются для определения АЧХ и ФЧХ сигналов на ЭВМ по формулам (6), (7) соответственно

$$|S(f)| = \sqrt{A^2(f) + B^2(f)} \qquad (6)$$

$$\varphi(f) = \operatorname{arctg}\frac{B(f)}{A(f)} + 2\pi n \qquad (7)$$

Интервал дискретизации по частоте определяется [2]: $\Delta f = \frac{1}{N\Delta t}$.

При определении фазового спектра осуществляется расчет только главных значений $\operatorname{arctg}\frac{B(f)}{A(f)}$, заключенных в интервале от $-\frac{\pi}{2}$ до $\frac{\pi}{2}$, что может приводить к возникновению скачков в фазовом спектре. Один из наиболее простых алгоритмов устранения скачков заключается в следующем: определение $\operatorname{arctg}\frac{B(f)}{A(f)}$ осуществляется в области от $-\pi$ до π с учетом знаков действительной $A(f)$ и мнимой $B(f)$ частей преобразования Фурье. Такой способ сводится к следующей схеме:

$$\arg = \begin{cases} \operatorname{arctg}\frac{B(f)}{A(f)}, \text{если } A(f) \ge 0 \text{ или } B(f) = 0 \\ \operatorname{arctg}\frac{B(f)}{A(f)} + \pi, \text{если } A(f) < 0, B(f) > 0 \\ \operatorname{arctg}\frac{B(f)}{A(f)} - \pi, \text{если } A(f) < 0, B(f) < 0 \\ \frac{\pi}{2}, \text{если } A(f) = 0, B(f) > 0 \\ -\frac{\pi}{2}, \text{если } A(f) = 0, B(f) < 0 \end{cases} \qquad (8)$$

Воспользуемся наиболее простым алгоритмом устранения скачков:

$\varphi(f_1) = \varphi^p(f_1)$;

$\varphi(f_k) = \varphi(f_{k-1}) + (\varphi^p(f_k) - \varphi^p(f_{k-1})) + B_0$;

$$B_0 = \begin{cases} 0, & \left|\varphi^p(f_k) - \varphi^p(f_{k-1})\right| < \pi \\ 2\pi, & \left(\varphi^p(f_k) - \varphi^p(f_{k-1})\right) \le -\pi \\ -2\pi, & \left(\varphi^p(f_k) - \varphi^p(f_{k-1})\right) \ge \pi, \end{cases} \qquad (9)$$

гдеk - номер отсчета дискретного шага, k=1…n, $\varphi^p(f)$, $\varphi(f)$ - соответственно расчетное и доопределенное значения фазового спектра.

Теперь будем считать, что на некотором интервале записей наблюдаются сейсмические сигналы, регистрируемые на фоне нерегулярных помех. Математическая модель такого поля может быть представлена в виде:

$$x(t) = s(t-\tau) + \xi(t), \qquad (10)$$

где $s(t-\tau)$- сейсмический сигнал;
$\xi(t)$- гауссова помеха;
τ - временное положение сейсмического сигнала.
Примем в качестве сигналаимпульс с колокольной огибающей вида:

$$S(t) = A_0 e^{-\beta^2 (t-t_0)^2} \cos(2\pi f_0 (t - t_0) + \varphi_0) \quad \textbf{(11)}$$

где A_0 – амплитуда импульса ($A_0 = 1$);

β– коэффициент затухания ($\beta = 60$);

f_0 – основная частота ($f_0 = 40$ Гц);

t_0 – временной сдвиг сигнала

φ_0 – начальная фаза ($\varphi_0 = 0$).

На рисунке 1 представлен исходный сигнал, $\boldsymbol{m_\xi = 0}$, $\boldsymbol{\sigma_\xi^2 = 1}$.

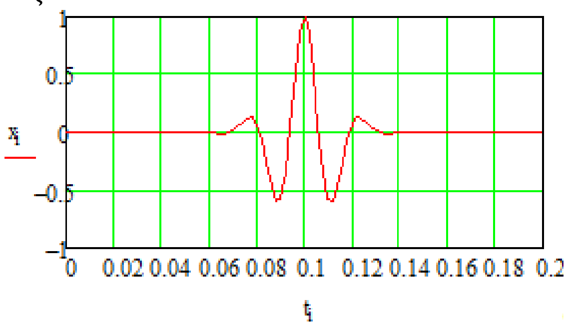

Рис. 1. Исходный сигнал

На рисунке 2, 3 представлены амплитудный и фазовый спектры сигнала.

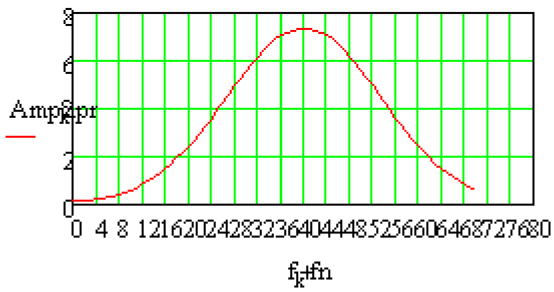

Рис. 2. Амплитудный спектр сигнала

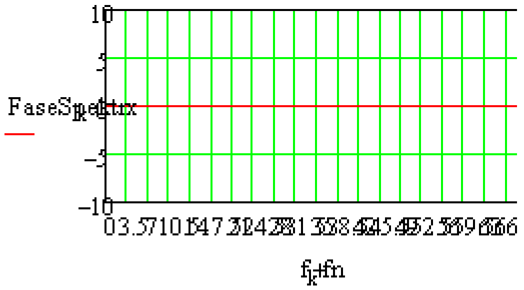

Рис. 3. Фазовый спектр сигнала

Будем считать, что помеха имеет нормальное распределение с математическим ожиданием m_ξ и дисперсией σ_ξ^2. Для генерации помехи воспользуемся встроенным в Mathcadдатчиком случайных величин, распределенных по нормальному закону: n:=rnorm(N,μ,σ).

На рисунке 4 представлен сигнал смеси сигнала и помехи.

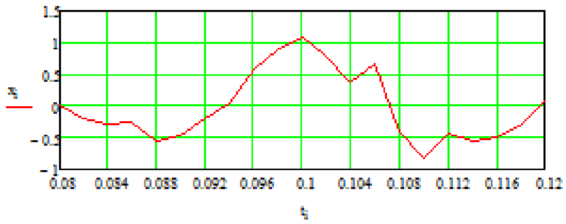

Рис. 4. Смесь сигнала и помехи

Далее проведем расчет спектральных характеристик смеси сигнала и помехи с помощью описанных выше процедур (1-7). Представление амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристики представлены на рисунках 5-6.

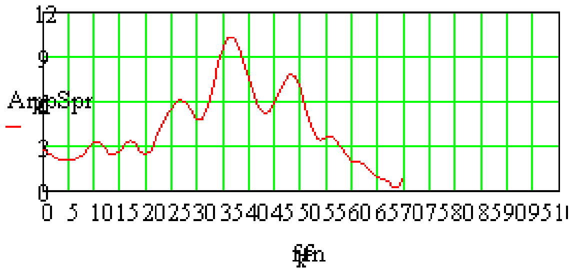

Рис. 5. Амплитудно-частотная характеристика смеси сигнала и помехи

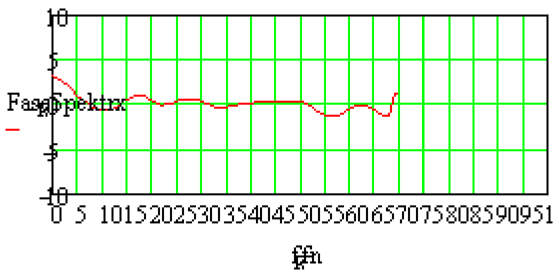

Рис. 6. Фазо-частотная характеристика смеси сигнала и помехи

Заключение

Из представленных выше рисунков видно, что амплитудно-частотная характеристика смеси сигнала и помехи имеет форму близкую к колокольной, а при наличии шума возникают флуктуации. Фазо-частотная характеристика смеси сигнала и помехи является стационарной. Таким образом наиболее характерную форму имеет фазовый спектр сейсмических сигналов.

Литература

1. У.М.Сиберт. Цепи, сигналы, системы. Ч. II. – М.: Мир, 1988.
2. В.Г.Карташев. Основы теории дискретных сигналов и цифровых фильтров. – М.: Высшая школа, 1982.
3. Иванченков В.П., Кочегуров А.И. Определение временного положения сейсмических сигналов по оценкам их фазочастотных характеристик //Геология и геофизика. –1988. –№9. –с. 77-83.
4. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения М.: Мир. –1971. –316 с.