

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ БЛА

Логинов А.Н., Рябиков А.О., Александрова Т.В.
Томский политехнический университет
E-mail: riabikoff.alexei@yandex.ru

Введение

В данной работе рассматривается пример применения специальной среды математического моделирования при построении многосвязного существенно нелинейного аэродинамического объекта со сложным пространственным движением.

Цель настоящей работы состоит в моделировании четырёхвинтового беспилотного летательного аппарата (БЛА) – квадрокоптера. Существует множество работ, посвященных моделированию летательных аппаратов с вертикальным взлетом [1; 3-5], где приводятся различные варианты уравнений движения с различной степенью их детализации или различием выбранных подходов в описании. В настоящей же работе рассматривается моделирование без воспроизведения математического описания объекта. MATLAB/SimMechanics может послужить в качестве подходящего инструмента моделирования многосвязного существенно нелинейного аэродинамического объекта со сложным пространственным движением.

Уравнения движения квадрокоптера

Квадрокоптер представляет собой летательный аппарат с четырьмя винтами. Его винты закреплены на двух пересекающихся крест-накрест балках и вращаются попарно в противоположных направлениях, как показано на

Рис. 1. Центр масс вертолета находится в его геометрическом центре. Обозначим оси глобальной системы координат E , связанной с землей, как X, Y, Z ; а оси локальной системы координат B , связанной с центром масс квадрокоптера, – x, y, z

Рис. 1).

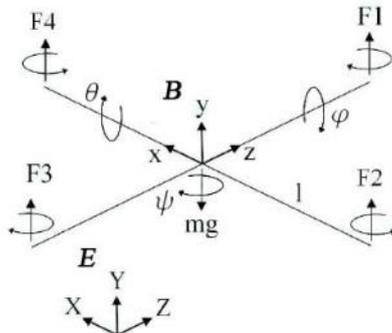


Рис. 1. Кинематическая схема квадрокоптера

Квадрокоптер в пространстве имеет шесть степеней свободы. Его движение состоит из поступательного движения центра масс и сферического движения тела относительно центра масс

[5]. Главные эффекты, оказывающие воздействие на квадрокоптер, представлены в таблице 1.

Таблица 3. Эффекты и силы, действующие на тело квадрокоптера

Эффекты и силы	Источник	Обозначение
Аэродинамический эффект	Вращения винтов	$C\Omega^2$
Моменты инерции	Изменение скорости вращения винтов	$J\dot{\Omega}$
Гравитация	Центр масс	$-mg$
Гироскопический эффект	Изменение ориентации: твердого тела, плоскостей винтов	$I\dot{\theta}\psi$ $J\Omega\theta, \varphi$
Трение	Все движения квадрокоптера	$C\dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$

Для тела массы m справедлив второй закон Ньютона:

$$m\vec{a} = -mg\vec{e}_Y + R(\varphi, \theta, \psi)\vec{u}, \quad (1)$$

где $\vec{a} = (\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})^T$ – суммарное ускорение динамической системы; m – масса тела; \vec{e}_Y – единичный вектор, направленный вдоль оси Y ; $R(\varphi, \theta, \psi)$ – матрица поворота; \vec{u} – сумма неконсервативных сил, действующих на систему (включая силы лобового сопротивления и силу тяги винтов).

Система дифференциальных уравнений для каждой из шести степеней свободы выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = U_1(\cos\psi \cdot \sin\theta \cdot \cos\varphi + \sin\psi \cdot \sin\varphi) \\ m\ddot{y} = U_1(\sin\psi \cdot \sin\theta \cdot \cos\varphi - \cos\psi \cdot \sin\varphi) \\ m\ddot{z} + mg = U_1(\cos\theta \cdot \cos\varphi) \\ \ddot{\varphi} = \dot{\theta}\dot{\psi} \left(\frac{I_y + I_z}{I_x} \right) - \frac{I_x}{I_x} \dot{\theta}\omega + \frac{1}{I_x} U_2 \\ \ddot{\theta} = \dot{\varphi}\dot{\psi} \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) - \frac{I_x}{I_y} \dot{\theta}\omega + \frac{1}{I_y} U_3 \\ \ddot{\psi} = \dot{\varphi}\dot{\theta} \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) - \frac{1}{I_z} U_4 \end{cases} \quad (2)$$

где I_x – момент инерции тела относительно оси x , I_y – оси y , I_z – оси z ; J_r – момент инерции ротора; ω – угловая скорость роторов; U_i – силы, действующие на динамическую систему.

Уравнения сил, действующих на динамическую систему U_1, U_2, U_3, U_4 и скорости пропеллеров ω приведены ниже:

$$\begin{cases} U_1 = k(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ U_2 = l(\omega_2^2 - \omega_4^2) \\ U_3 = l(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ U_4 = k(\omega_2^2 + \omega_4^2 - \omega_1^2 - \omega_3^2) \\ \omega = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 \end{cases} \quad (3)$$

Моделирование динамики квадрокоптера

Пакет SimMechanics помогает построить структурную модель объекта управления и промоделировать движение в пространстве. Для построения модели необходимо знать лишь массогабаритные характеристики объекта и силы, действующие на него. Средствами SimMechanics была построена механическая модель рассматриваемого объекта управления (Рис. 2.)

Шарнир Custom Joint позволяет задать между двумя любыми звеньями до шести степеней свободы. Благодаря этому шарниру тело квадрокоптера не ограничено относительно земли, а каждая степень свободы шарнира позволяет присоединить датчик Joint Sensor.

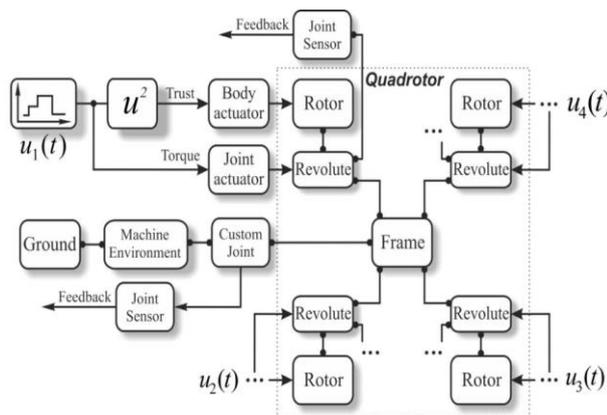


Рис. 2. Структурная схема системы

Визуализация SimMechanics позволяет анимировать движения трехмерных моделей. Эти модели могут быть присоединены в виде графических файлов формата STL, построенных в любой программе CAD-моделирования, например, SolidWorks [2, 5]. Каждый блок Body содержит параметры масс и моментов инерции относительно центра масс тела. Импортированная модель показана на

Рис. 3. На анимации можно увидеть объект управления в процессе его движения по траектории.

Помимо удобства и простоты работы SimMechanics обладает еще одним достоинством - это достаточно гибкий инструмент. Из построенной модели можно извлечь разнообразную информацию, получить ее в различных удобных для чтения и обработки формах.

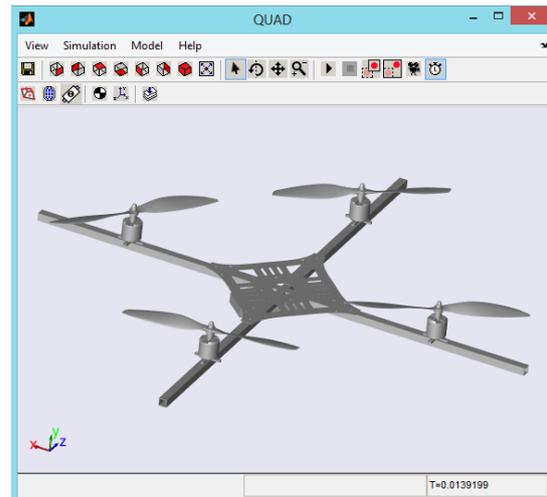


Рис. 3. Визуализация движения квадрокоптера в среде SimMechanics

Заключение

В ходе исследования выявлено, что трехмерная визуализация помогает разработчику раскрыть полноту динамики объекта со сложным пространственным движением. В данной работе показано, что модели, которые можно строить с помощью SimMechanics, не ограничены механической физикой, что дает возможность применять ее и в отношении аэродинамических объектов. С ростом интереса к робототехнике рассмотренный метод приобретает все большую актуальность.

Список литературы

1. Белинская Ю.С., Четвериков В.Н. Управление четырехвинтовым вертолетом // Наука и образование: электр. науч. изд. М: МГТУ им. Н.Э. Баумана. Май, 2012. С. 157-171. URL: <http://technomag.edu.ru/doc/397373.html> (дата обращения: 20.09.2013)
2. Chen Y., Chen R., Su J., Simulation design on the 6-dof parallel vibration platform Based on SimMechanics and Virtual Reality, *World Automation Congress Proceedings*. 2012; (6321647).
3. Lara D., Romero G., Sanchez A., Lozano R., Guerrero A., Robustness margin for attitude control of a four rotor mini-robotcraft: Case of study. *Mechanics*, Elsevier. 2010;20(1): 143-152.
4. Lim H., Park J., Lee D., Build Your Own Quadrotor - Open Sours Projects on Unmanned Aerial Vehicles, *IEEE Robotics and Automation Magazine*. 2012;19(3), art. no. 6289431: 33-45.
5. Mahony R., Kumar V., Corke P., Multirotor aerial vehicles: Modeling, estimation, and control of quadrotor, *IEEE Robotics and Automation Magazine*. 2012;19(3), art. no. 6289431: 20-32.