

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ВИРТУАЛЬНОГО КАТОДА В СФЕРИЧЕСКОМ ТРИОДЕ

Колмакова И.А., Григорьев В.П.
Томский политехнический университет
iakolmakova@mail.ru

Введение

Одним из актуальных вопросов при исследовании генерации СВЧ излучения в различных типах виркаторов является повышение эффективности преобразования энергии пучка в энергию СВЧ излучения [1]. Как показывают эксперименты, в виркаторах типа триод с виртуальным катодом (ВК) существует возможность генерации гига-ваттного уровня мощности с эффективностью до 12 % [2]. Повышению эффективности в таких системах препятствуют потери энергии электронов из-за пространственного заряда. С точки зрения повышения эффективности излучения более перспективным могут оказаться триоды на основе сферических систем.

Благодаря форме сферического триода (однородность системы) имеется возможность существенно уменьшить потери тока пучка и тем самым увеличить эффективность излучения.

Первым шагом на пути использования сферического диода в триодных системах является исследование предельных токов и условий формирования ВК в таких системах [3].

Ниже мы рассмотрим эту задачу для слабoreлятивистских напряжениях (≤ 500 кВ) и определим зависимость предельного тока и радиуса формирования ВК от геометрии диода и ускоряющего напряжения.

Основные уравнения

Схема триода в сферической системе координат (r, θ, φ) , представлена на рисунке 1 слева, а справа показан разрез такого триода.

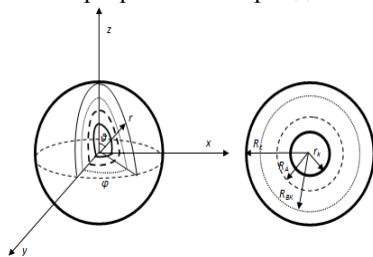


Рис. 1. Схема сферического триода: r_k, R_r, R_A, R_{vk} – радиусы соответственно катода, резонансной камеры, анодной сетки, виртуального катода

Вследствие симметрии задачи потенциал электрического поля не зависит ни от θ ни от φ и является функцией только радиуса r . Запишем уравнение Пуассона в Гауссовой системе для вакуума в сферических координатах [4]

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi(r)}{\partial r} \right) = 4\pi(en_b) \quad (1)$$

где Φ — электростатический потенциал, *статвольт*; n_b — концентрация электронов, *см⁻³*.

Граничные условия, отражающие нулевую скорость электронов на катоде и бесконечную эмиссионную способность катода [2], запишутся в виде

$$\Phi(r)|_{r=r_k} = 0, \quad \frac{\partial \Phi(r)}{\partial r} \Big|_{r=r_k} = 0, \quad (2)$$

$$\Phi(r)|_{r=R_A} = U_0,$$

где r_k — радиус катода, *см*; R_A — радиус анодной сетки, *см*; U_0 — напряжение на анодной сетке, *статвольт*.

Из закона сохранения энергии электрона следует, что [5]

$$m_0 c^2 \gamma(r) - e\Phi(r) = const, \quad (3)$$

где $\gamma(r)$ — относительная энергия электронов, которая при $\Phi(r_k) = 0$

$$\gamma(r_k) = 1, \quad (4)$$

при $\Phi(R_A) = U_0$

$$\gamma(R_A) - \frac{eU_0}{m_0 c^2} = 1. \quad (5)$$

В уравнении (1) перейдем от $\Phi(r)$ к $\gamma(r)$ и получим уравнение Пуассона в следующем виде

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \gamma(r)}{\partial r} \right) = 4\pi en_b \frac{e}{m_0 c^2}. \quad (6)$$

Граничные условия (2) с учетом (4), (5) запишутся в виде

$$\gamma(r)|_{r=r_k} = 1, \quad \frac{\partial \gamma(r)}{\partial r} \Big|_{r=r_k} = 0, \quad (7)$$

$$\gamma(r)|_{r=R_A} = \tilde{\gamma}_0.$$

Сделаем следующую замену в (6)

$$n_b = -\frac{j_r}{ev_b} = -\frac{j_r \gamma}{ec\sqrt{\gamma^2 - 1}}, \quad \text{где } j_r \text{ - радиальная составляющая плотности тока электронов в диоде, } \textit{статампер} \cdot \textit{см}^{-2};$$

v_b — скорость электронов пучка, *см·сек⁻¹*

и его к безразмерным величинам, используя следующую замену переменных

$$\tilde{j} = \frac{j}{J_A} = \frac{4\pi r^2 j_r}{J_A}, \quad (8)$$

где \tilde{j} — относительный ток; $J = 4\pi r^2 j_r$ — полный ток,

проходящий в системе, *статампер*; $J_A = \frac{m_0 c^3}{e}$ — ток

Альфвена, который в системе СИ $J_A = 17 \kappa A$ [6]

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \gamma(r)}{\partial r} \right) = -\tilde{j} \frac{\gamma(r)}{r^2 \sqrt{\gamma(r)^2 - 1}}. \quad (9)$$

Таким образом, определив ток, проходящий в системе из уравнения (9) с граничными условиями (6), можно найти радиус, на котором происходит провисание потенциала (место формирования ВК), т.е.

$$\gamma(r) = 1. \quad (10)$$

Таким образом, расстоянием, на котором формируется ВК R_{BK} , будет являться радиус, в котором решение ДУ (9) с граничными условиями

$$\begin{aligned} \gamma(r)|_{r=R_A} &= \tilde{\gamma}_0, \\ \gamma(r)|_{r=R_c} &= \tilde{\gamma}_0 \end{aligned} \quad (11)$$

удовлетворяет (10).

Результаты

На рисунки 2 представлен график зависимости величины предельного тока от относительной энергии электронов и геометрии диода. А на рисунки 3 представлен графика зависимости предельного тока J в сферическом триоде с ВК от кривизны электродов.

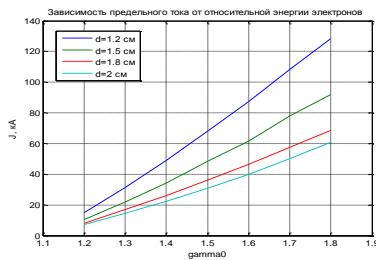


Рис. 2. Графики зависимости величины предельного тока от относительной энергии электронов при $r_k = 3$ см

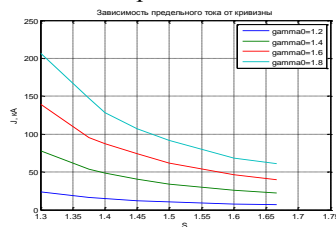


Рис. 3. График зависимости величины предельного тока от кривизны электродов для различных γ_0

Итак, из полученных результатов можно сделать вывод, что значение предельного тока в сферическом триоде с ВК зависит от относительной энергии электронов и кривизны электродов и диодного зазора.

Для определения радиуса формирования виртуального катода, проведем исследования его зависимости от геометрии триода (рисунки 4) и относительной энергии электронов (рисунок 5).

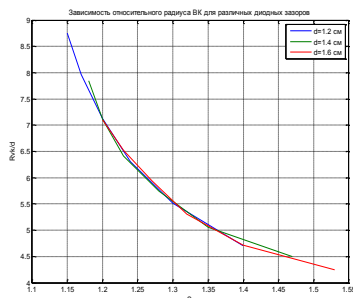


Рис. 4. График зависимости относительного радиуса ВК, анодной сетки и катода от кривизны электродов для различных d

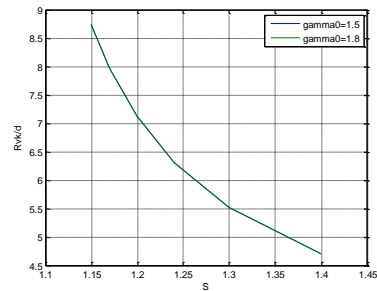


Рис. 5. График зависимости относительного радиуса ВК от кривизны электродов для различных γ_0

Из графиков видно, что радиус формирования ВК зависит от кривизны и не зависит от γ_0 и диодного зазора d .

Вывод

Таким образом, в ходе данного исследования получены радиусы камеры дрейфа, при которых начинает формироваться ВК, для некоторых значений радиусов катода, анодной сетки и относительной энергии электронов. Также, из полученных результатов можно сделать вывод, что радиус формирования ВК зависит от кривизны электродов и не зависит от относительной энергии электронов и диодного зазора.

Список используемых источников

1. Диденко А.Н., Григорьев В.П., Жерлицын А.Г. Генерация электромагнитных колебаний в системах с виртуальным катодом // В сб.: Плазменная электроника / Под ред. В.И. Курилко. – Киев: Наукова думка, 1989. – С. 112–131.
2. Григорьев В.П., Коваль Т.В., Мельников Г.В., Рахматуллин Р.Р. Коаксиальный отражательный триод с радиально-расходящимся пучком // Известия Томского политехнического университета. – 2009. – Т. 314. – №4. – С.123-127.
3. Колмакова И.А., Григорьев В.П. Предельные токи в сферическом диоде // Молодежь и современные информационные технологии : Сборник трудов XI Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Молодежь и современные информационные технологии». Томск, 13-16 ноября 2013 г. – Томск: Изд-во ТПУ. – 515 с. (стр 64)
4. Дж. Джексон Классическая электродинамика // Перевод с английского Воскресенского Г.В. и Соловьева Л.С. под редакцией Бурштейна Э.Л. // Москва, Издательство "Мир", 1965. - 703 с.
5. Григорьев В.П., Коваль Т.В., Рахматуллин Р.Р. Самосогласованное стационарное состояние потока электронов в коаксиальных отражательных триодах // Известия Томского политехнического университета, 2008. т.313 - № 2. - с. 70-73 (72386984).
6. Albert Simon, William V. Thompson Advances in plasma physics // Перевод с английского под редакцией доктора физ.-мат. наук, профессора Рабиновича М.С. - М.: Мир, 1974. - 34