

ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ И ПОВЕРХНОСТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ЗАМКНУТОЙ ПОЛОСТИ С ЛОКАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ ЭНЕРГИИ

Мирошниченко И.В.¹, Шеремет М.А.^{1,2}, д.ф.-м.н.

¹Томский государственный университет, г. Томск

²Томский политехнический университет, г. Томск

miroshnichenko@land.ru

Процессы конвективного теплообмена, представляющие практический интерес, как правило, происходят в условиях турбулентного движения среды.

Исследование турбулентной естественной конвекции, как одного из механизмов переноса энергии, находит отражение не только в современных исследованиях по эффективности охлаждения узлов и блоков электронной аппаратуры [1], но может использоваться и при моделировании теплового режима жилого помещения, с целью повышения энергоэффективности. Большой интерес представляет исследование влияния числа Рэлея на структуру потока, а так же на распределение локальных и интегральных характеристик.

Целью работы является математическое моделирование турбулентных режимов естественной конвекции и поверхностного теплового излучения в замкнутой квадратной полости с локальным источником энергии, расположенным в зоне основания анализируемого объекта.

Рассматривается краевая задача турбулентной естественной конвекции и поверхностного излучения для области, представленной на рисунке 1.

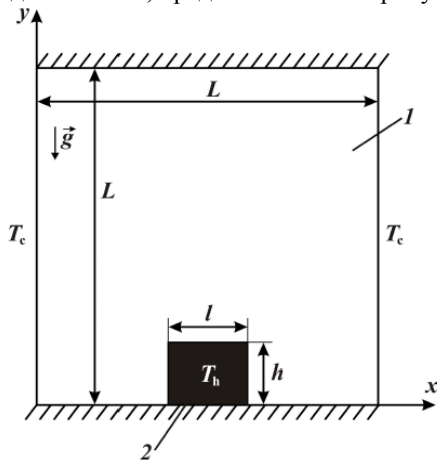


Рис. 1. Область решения: 1 – воздушная полость, 2 – источник тепловыделения

Считается, что температура источника теплового выделения постоянна во все время процесса. Горизонтальные стенки являются теплоизолированными, а на вертикальных стенках поддерживается постоянная минимальная температура, характеризующая охлаждение объекта со стороны вертикальных стенок. Внутри полости находится воздух, который считается вязкой, ньютоновской жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Режим течения турбулентный. Теплооб-

мен излучением от источника тепловыделения и между стенками моделируется на основе приближения поверхностного излучения. Поверхности стенок считаются диффузно серыми.

Для получения более точных значений искомых параметров вблизи стенок используется специальное преобразование координат для сгущения разностной сетки, позволяющее от неравномерной сетки в физической области перейти к равномерной сетке в вычислительной области. Данное преобразование имеет следующий вид:

$$\xi = a + \frac{b-a}{2} \left[1 + \frac{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{b-a} \left(x - \frac{a+b}{2} \right) \right)}{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} \right)} \right]; \quad \eta = a + \frac{b-a}{2} \left[1 + \frac{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi y}{b-a} \left(y - \frac{a+b}{2} \right) \right)}{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} \right)} \right].$$

В результате транспортные уравнения в безразмерных переменных «функция тока – завихренность» с учетом отмеченного выше преобразования координат приняли вид:

$$\frac{d^2 \xi}{dX^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} + \left(\frac{d \xi}{dX} \right)^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} + \frac{d^2 \eta}{dY^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} + \left(\frac{d \eta}{dY} \right)^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} = -\Omega, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \left(U - \frac{d \xi}{dX} \frac{\partial v_t}{\partial \xi} \right) \frac{d \xi}{dX} \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} + \left(V - \frac{d \eta}{dY} \frac{\partial v_t}{\partial \eta} \right) \frac{d \eta}{dY} \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} = \\ = \frac{d \xi}{dX} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(\frac{\operatorname{Pr}}{\sqrt{\operatorname{Ra}}} + v_t \right) \frac{d \xi}{dX} \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} \right] + \frac{d \eta}{dY} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\left(\frac{\operatorname{Pr}}{\sqrt{\operatorname{Ra}}} + v_t \right) \frac{d \eta}{dY} \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} \right] + \\ + \left(\frac{d^2 \xi}{dX^2} \frac{\partial v_t}{\partial \xi} + \left(\frac{d \xi}{dX} \right)^2 \frac{\partial^2 v_t}{\partial \xi^2} - \frac{d^2 \eta}{dY^2} \frac{\partial v_t}{\partial \eta} - \left(\frac{d \eta}{dY} \right)^2 \frac{\partial^2 v_t}{\partial \eta^2} \right) \times \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \times \left(\Omega + 2 \frac{d \eta}{dY} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) + 4 \frac{d \xi}{dX} \left(\frac{d \eta}{dY} \right)^2 \frac{\partial^2 v_t}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{d \xi}{dX} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi}, \\ \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{d \xi}{dX} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} + V \frac{d \eta}{dY} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = \frac{d \xi}{dX} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{\operatorname{Ra} \operatorname{Pr}}} + \frac{v_t}{\operatorname{Pr}_t} \right) \frac{d \xi}{dX} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \right] + \\ + \frac{d \eta}{dY} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{\operatorname{Ra} \operatorname{Pr}}} + \frac{v_t}{\operatorname{Pr}_t} \right) \frac{d \eta}{dY} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

В качестве модели турбулентности рассматривалась стандартная k - ϵ модель:

$$\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial \tau} + U \frac{d \xi}{dX} \frac{\partial K}{\partial \xi} + V \frac{d \eta}{dY} \frac{\partial K}{\partial \eta} = \frac{d \xi}{dX} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(\frac{\operatorname{Pr}}{\sqrt{\operatorname{Ra}}} + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{d \xi}{dX} \frac{\partial K}{\partial \xi} \right] + \\ + \frac{d \eta}{dY} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\left(\frac{\operatorname{Pr}}{\sqrt{\operatorname{Ra}}} + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{d \eta}{dY} \frac{\partial K}{\partial \eta} \right] + \bar{P}_k + \bar{G}_k - E, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \tau} + U \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial E}{\partial \xi} + V \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial E}{\partial \eta} = \\ = \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(\sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial E}{\partial \xi} \right] + \\ + \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\left(\sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial E}{\partial \eta} \right] + \\ + \left[c_{1\varepsilon} (\bar{P}_k + c_{3\varepsilon} \bar{G}_k) - c_{2\varepsilon} E \right] \frac{E}{K}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\bar{P}_k = v_t \left[2 \left(\frac{d\xi}{dX} \frac{\partial U}{\partial \xi} \right)^2 + 2 \left(\frac{d\eta}{dY} \frac{\partial V}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dY} \frac{\partial U}{\partial \eta} + \frac{d\xi}{dX} \frac{\partial V}{\partial \xi} \right)^2 \right]$ и
 $\bar{G}_k = -\frac{v_t}{\text{Pr}_t} \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta}$; $v_t = c_\mu K^2 / E$.

Параметры стандартной k - ε модели турбулентности: $\tilde{\mu} = 0.09$, $\tilde{\eta}_\varepsilon = 1.44$, $\tilde{\eta}_{2\varepsilon} = 1.92$, $\tilde{\eta}_{3\varepsilon} = 0.8$, $\text{Pr}_t = 1.0$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$.

Начальные и граничные условия для сформулированной задачи (1)–(5) имеют вид:
Начальные условия:

$$\Psi(\xi, \eta, 0) = \Omega(\xi, \eta, 0) = \Theta(\xi, \eta, 0) = 0$$

$$K(\xi, \eta, 0) = E(\xi, \eta, 0) = 0$$

Граничные условия:

- на границе $\eta = 0$:

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} = 0, \quad \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = N_m Q_{\text{rad}};$$

- на границе $\eta = 1$:

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} = 0, \quad \frac{d\eta}{dY} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = -N_m Q_{\text{rad}};$$

- на границах $\xi = 0$ и $\xi = 1$:

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} = 0, \quad \Theta_c = -0.5;$$

для турбулентных характеристик K и E на стенках выполняются условия вида: $K = 0$, $\frac{\partial E}{\partial \eta} = 0$.

Здесь $N_m = \sigma T_h^4 L / [\lambda (T_h - T_n)]$ – радиационно-кондуктивный параметр; σ – постоянная Стефана–Больцмана; λ – коэффициент теплопроводности воздуха.

Дифференциальные уравнения (1)–(5) с соответствующими начальными и граничными условиями решены методом конечных разностей [2, 3] на равномерной сетке (ξ, η) 150×150 . Для аппроксимации конвективных слагаемых в уравнениях применялась монотонная схема А.А. Самарского второго порядка, для диффузионных слагаемых – центральные разности.

Уравнения (2)–(5) решались с использованием локально-одномерной схемы А.А. Самарского. Полученная таким образом СЛАУ решалась методом прогонки. Для дискретизации уравнения Пуассона (1) применялся пятиточечный шаблон “крест” на основе формул симметричной аппроксимации вторых и первых производных. Получен-

ная СЛАУ решалась методом последовательной верхней релаксации. Для определения безразмерной плотности радиационного потока Q_{rad} применялся метод решения с использованием плотности потока эффективного излучения [3].

Численный анализ проведен при следующих значениях безразмерных комплексов, характеризующих режимы конвективно-радиационного теплопереноса:

$$\text{Ra} = 10^8 - 10^{10}; \quad \text{Sk} = 779.11 - 3615.08; \quad \zeta = 0.9665; \quad \text{Pr} = 0.7, \quad \varepsilon_k = 0.3.$$

Где ε_k – степень черноты k -ой поверхности, Sk – число Старка, ζ – температурный параметр.

В результате проведенных исследований установлены распределения изолиний функции тока, температуры, кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации.

На рис. 2 представлены зависимости среднего конвективного и радиационного чисел Нуссельта на левой вертикальной стенке от числа Рэлея, которые отражают интенсификацию процесса теплопереноса с ростом величины выталкивающей силы.

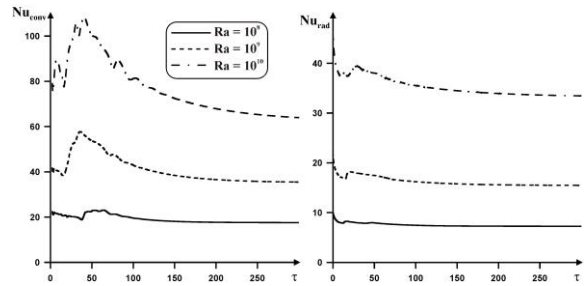


Рис. 2. Зависимости конвективного и радиационного чисел Нуссельта на левой вертикальной стенке от времени и числа Рэлея

■ Работа выполнена в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России (задание № 13.1919.2014/К).

Литература

1. Дульнев Г. Н. Тепло- и массообмен в радио-электронной аппаратуре. – М.: Высшая школа, 1984. – 247 с.
2. Шеремет М.А. Математическое моделирование турбулентных режимов сопряженной термогравитационной конвекции в замкнутой области с локальным источником тепла // Теплофизика и аэромеханика. – 2011. – Т. 18, №1. – С. 117–131.
3. Мартюшев С.Г., Мирошниченко И.В., Шеремет М.А. Численный анализ пространственных нестационарных режимов сопряженного конвективно-радиационного теплопереноса в замкнутом объеме с источником энергии // Инженерно-физический журнал. – 2014. – Т. 87, № 1. – С. 119–128.