

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРИРОВАННЫХ ФИНАНСОВЫХ ПРОДУКТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ БАРЬЕРНЫХ ОПЦИОНОВ

Фатьянова М.Э., Семенов М.Е.  
Томский политехнический университет  
mef1@tpu.ru

### Введение

Производные финансовые инструменты (фьючерсы, опционы) являются механизмами для управления рыночными рисками, в связи с этим оценивание стоимости этих инструментов является актуальной экономическо-математической задачей. Покупка опциона для инвестора это возможность переложить риск на продавца опциона. Для более эффективного управления рисками инвестор может использовать стратегии, основанные на сочетании безрисковых активов и производных финансовых инструментов (фьючерсы, опционы). Такую комбинацию финансовых инструментов с разным уровнем риска будем называть структурированным продуктом (СП), потенциальная доходность по которому выше банковского депозита [1].

### Теоретическая часть

Для европейских опционов на продажу или покупку («put» и «call») можно использовать модель Блэка-Шоулза, которая является аналитической формулой. Для нахождения стоимости опционных стратегий необходимо использовать уже численные процедуры.

Цель данной работы – моделирование структурированного финансового продукта со встроенными барьерными опционами класса «knock-in» и «knock-out». Для оценки стоимости опционной составляющей СП использован экономико-математический метод Монте-Карло. Под *опционом* будем понимать договор, по которому потенциальный покупатель или продавец актива (товара, ценной бумаги) получает право, но не обязательство, совершить покупку или продажу данного актива по заранее оговорённой цене в определённый договором момент в будущем.

*Барьерными* называются опционы, доход по которым зависит от того, превысит ли цена базового актива за определенный период времени заранее установленный уровень (барьер). Для класса опционов «knock-in» существует барьер, при достижении которого опцион «включается» и как следствие выполняются условия по СП. Соответственно, для опционов класса «knock-out» существует барьер, при достижении которого опцион перестает существовать («выключается»), т. е. его владелец теряет все связанные с ним права и, как следствие, выполняются условия по СП [2]. В соответствии с методом Монте-Карло стоимость опциона – это дисконтированное значение математического ожидания выплаты по опциону, рассчитанное при ожидаемой доходности базового актива, равной безрисковой ставке [3]. Это достаточно универсальный подход, который позволяет

оценивать стоимость стандартных и экзотических опционов. Следует отметить, что экономико-математический метод Монте-Карло не подходит для оценки американских опционов с возможностью досрочного истечения.

Приведем основные формулы для моделирования СП.

Величина, равная отношению доходности СП к доходности базового актива называется коэффициентом участия и рассчитывается по формуле:

$$PR = E \cdot Q/S \quad (1)$$

где  $E$  – цена начала участия опциона,  $Q$  – количество встроенных опционов,  $S$  – сумма инвестиций. Количество опционов, встраиваемых в продукт, определяется по формуле:

$$Q = (S \cdot (1 - K) - D)/V_B \quad (2)$$

$$\text{Сумма, размещаемая на депозит} \\ D = S \cdot G \cdot \{\exp(-R \cdot T)\} \quad (3)$$

где  $K$  – это комиссия,  $G$  – степень гарантии возврата капитала,  $V_B$  – оценка стоимости опциона методом Монте-Карло. Сумма, направленная на покупку опционов:

$$S_{opt} = S - D \quad (4)$$

$$\text{Формула доходности по депозиту} \\ Dd = T \cdot rd \cdot 100\% \quad (5)$$

где  $rd$  – депозитная ставка. Формула выплат доходности по СП:

$$Dsp = \max\{r\%, r + PR \cdot (P_1 - P_s)/P_s\} \quad (6)$$

где  $P_1$  – значение базового актива в момент истечения срока СП;  $P_s$  – текущая цена базисного актива;  $r$  – минимально гарантированная доходность СП, которая заранее фиксируется в договоре.

### Иллюстративный расчетный пример №1

Предположим, что инвестор прогнозирует рост цены базового актива и готов принять дополнительные риски для увеличения доходности в случае реализации прогноза.

Для реализации этой идеи инвестор может построить СП со встроенными барьерными опционами call «knock-out». Пусть  $P_s = E = 125$  руб.;  $G = 100\%$ ;  $D = 1$  млн. руб., риск базового актива  $\sigma = 30\%$ ;  $T = 1$  год.

Инвестор, приобретая СП, через год получит доход, только в случае, если за этот период цена базисного актива не достигнет барьерной цены  $B$ . В противном случае инвестор вернет только сумму первоначально инвестированных средств.

Установим барьер на уровне  $B = 115$  руб. Используя метод Монте-Карло получим стоимость опциона  $V_B = 14,45$  руб. [4]. Согласно формуле (3) инвестор размещает на депозит сумму 932 393,82

руб. Тогда для покупки опционов по формуле (4) остается 67 606,18 руб. и инвестор может купить 4 679 барьерных опционов call «knock-out». По формуле (1) получаем, что  $PR = 58,48\%$ .

Стоимость обычного опциона «call», рассчитанная по формуле Блэка-Шоулза, составляет 19,01 руб. Коэффициент участия по СП с таким опционом составил 44,45%. Легко заметить, что за счет меньшей стоимости барьерных опционов для них  $PR$  больше в 1,32 раза.

Таким образом, инвестор приобрел СП со встроенными «knock-out» опционами, через год он получит доходность, аналогичную доходности простейшего СП (депозит + европейские опционы «call»), только в случае, если цена базового актива за срок продукта не достигнет заранее установленной в договоре барьерной цены  $B$ .

Если цена акции в дату погашения СП составит  $P_T = 130$  рублей и при этом ни разу не пробьет барьер  $B = 115$  руб., инвестор получит по СП:

$$Dsp = 58,48\% \cdot (130 - 125) / 125 = 2,34\%$$

В случае инвестирования в простейший продукт, инвестор получит согласно формуле (6) только:

$$Dsp = 44,45\% \cdot (130 - 125) / 125 = 1,78\%$$

Если базовый актив пробьет установленный барьер  $B$ , то на момент погашения продукта инвестор получит назад только первоначально инвестированную сумму. Несложно заметить, что если  $P_T$  составит менее 125 рублей, то неважно, была ли достигнута барьерная цена или нет, инвестор в любом случае получит нулевую доходность, аналогично инвестированию в простейший продукт.

#### **Иллюстративный расчетный пример №2**

Предположим, что клиент также ожидает роста цены базового актива и готов принять на себя дополнительные риски для увеличения доходности в случае реализации своего прогноза. Как один из вариантов мы можем предложить данному клиенту продукт со встроенными барьерными опционами «call knock-in».

Зададим снова параметры расчетов. Пусть  $E = 125$  руб.;  $G = 100\%$ ;  $P_s = 125$  руб.; риск базового актива  $\sigma = 30\%$ ;  $T = 1$  год.

Инвестор, приобретая СП, через год получит доходность, только в случае, если цена базового актива за срок продукта  $T$  достигнет заранее установленной в договоре барьерной цены  $BI$  (барьера). В противном случае инвестор получит назад всю сумму первоначально инвестированных средств.

Установим барьер на уровне  $BI = 135$  руб. При этом наблюдать за ценой базового актива с целью определения пробития барьера будем непрерывно в течение периода действия продукта. Используя оценку опционов «call knock-in» методом Монте-Карло получим стоимость барьерного опциона  $V_{BI} = 18,9$  руб. Согласно формуле (3) инвестор размещает на депозит сумму 932 393,82 руб. Тогда для покупки опционов по формуле (4) остается

67 606,18 руб. При этом инвестор может купить 3 577 барьерных опционов call «knock-in». По формуле (1) получаем значение  $PR = 44,72\%$ .

Стоимость обычного опциона «call», рассчитанная по классической формуле Блэка-Шоулза, составляет 19,01 руб. Коэффициент участия по СП с таким опционом составил 44,45%. При этом разница в значении коэффициента участия  $PR$ , вычисленной по методу Монте-Карло и формуле Блэка-Шоулза составляет всего 0,27%.

Таким образом, инвестор приобрел СП со встроенными «knock-in» опционами, через год он получит доходность, аналогичную доходности простейшего СП, только в случае, если цена базового актива за срок продукта достигнет заранее установленной в договоре барьерной цены  $BI$ .

Если на момент погашения  $P_T = 130$  руб. и базовый актив не пробил барьер  $BI = 135$  руб., то инвестор вернет только инвестированную сумму. В то время как в случае инвестирования в простейший продукт, инвестор получит согласно формуле (6):  $Dsp = 44,45\% \cdot (130 - 125) / 125 = 1,78\%$ . Если за период действия продукта базовый актив достигнет цены 135 руб., но на момент погашения цена оказалась равной 130 руб., то по формуле (6) инвестор получит доходность, равную:

$$Dsp = 44,72\% \cdot (130 - 125) / 125 = 1,79\%$$

что ненамного больше, чем по стандартному продукту.

Отметим, что если цена базового актива  $P_T$  составит 135 рублей и выше, барьер в любом случае будет пробит, и разница в доходностях по сравниваемым продуктам уже будет существеннее, что немаловажно для инвестора.

#### **Заключение**

Основное достоинство барьерных опционов в том, что они всегда дешевле обычных. Такие характеристики делают их более выгодными по сравнению со стандартными опционами, что приводит к снижению стоимости барьерных опционов, а, следовательно, повышается коэффициент участия по структурированному продукту. В данной работе для оценки опционов методом Монте-Карло использована программа Exotic Options Calculator [4].

#### **Литература**

1. Сундукова О.А. Понятие и сущность структурированных финансовых продуктов // Теория и практика общественного развития. – 2012. – № 11. – с. 328-330.
2. Вайн С. Опционы: Полный курс для профессионалов. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2008. – 466 с.
3. Расчет цен опционов методом Монте-Карло [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://window.edu.ru/resource/997/77997/files/sbornik\\_BT\\_3.pdf](http://window.edu.ru/resource/997/77997/files/sbornik_BT_3.pdf), свободный.
4. Exotic Options Calculator [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.mgsoft.ru](http://www.mgsoft.ru), свободный.