

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ МЕТОДОМ ИЗОБРАЖАЮЩИХ ВЕКТОРОВ

А.В. Пономарева, Ю.Н. Шалаев

Национальный исследовательский Томский политехнический университет

634050, г. Томск, проспект Ленина, дом 30

apon1993@gmail.com

Введение

Оценка параметров динамической системы производится по виду переходного процесса. Для этого по графику переходного процесса находится весовая функция:

$$w(t) = \frac{dh(t)}{dt}.$$

Для того чтобы найти количество подынтервалов, на которых находятся корни весовой функции, вводится параметр c . По результатам многочисленных исследований принимают $c = 2$.

По виду передаточной функции производится оценка конструктивных параметров m и n .

Данное исследование производится по методу изображающих векторов [1].

Оценка параметров динамической системы

С помощью метода изображающих векторов произведем оценку параметров динамической системы [2].

Для достижения данной цели поставим следующие задачи:

- необходимо найти формальную структуру рассматриваемой модели,
- найти конструктивные параметры объекта управления,
- найти параметры модели системы управления.

Опишем формальную структуру системы управления:

$$\sum_{i=0}^n a_i \frac{d^{n-i}}{dt^{n-i}} y(t) = \sum_{j=0}^m b_j \frac{d^{m-j}}{dt^{m-j}} u(t),$$

где $y(t)$ – выходной сигнал системы, $u(t)$ – входной сигнал системы.

Оператор идентификации объекта управления имеет вид передаточной функции и записывается с помощью следующего выражения:

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)}.$$

Для нахождения параметров передаточной функции поставим следующую задачу: произведем оценку конструктивных параметров системы с помощью метода изображающих векторов, а именно n – порядка характеристического уравнения, m – порядка числителя передаточной функции, а также a_i ($i = \overline{0, n-1}$) и b_j ($j = \overline{0, m}$).

Переходному процессу $h(t)$, проходящему в системе, поставим в соответствие вектор $H = \{h_1, h_2, \dots, h_p\}$, где p – порядок полинома Чебышева.

Пользуясь методом изображающих векторов, запишем аналитическую зависимость переходного процесса в виде полинома порядка p :

$$h(t) = (H, T(t)).$$

Из данной аналитической зависимости можно найти время переходного процесса.

Найдем весовую функцию системы при помощи следующего соотношения:

$$w(t) = \frac{d}{dt} h(t).$$

С помощью метода изображающих векторов данное выражение запишется следующим образом:

$$w(t) = (w, T(t)).$$

Оценим величину m – порядок числителя передаточной функции – количество подынтервалов, на которых находятся корни весовой функции $w(t)$. Для этого вводится константа $c > 1$ и используется соотношение:

$$w(t) \cdot w(t-c) < 0.$$

С помощью интеграла Лапласа, находится вид оператора системы управления $W(g)$:

$$W(g) = \frac{b_m g^m + b_{m-1} g^{m-1} + \dots + b_1 g + b_0}{g^n + a_{n-1} g^{n-1} + \dots + a_1 g + a_0},$$

где g – вещественная переменная.

Оценим конструктивные параметры m и n , используя интеграл Лапласа [3] и предельное соотношение:

$$\lim_{g \rightarrow \infty} \frac{W(g)}{W(c \cdot g)} = c^{n-m}$$

Пренебрегая слагаемыми меньшего порядка малости по сравнению со слагаемыми, имеющими больший порядок знаменателя и числителя, находится оценка конструктивных параметров:

$$n-m = \frac{\ln c^{n-m}}{\ln c}.$$

Мантиссу полученного числа округляем до единицы и прибавляем к целой части.

Таким образом решается задача оценки параметров n и m .

Для нахождения a_i и b_j необходимо решить следующую систему алгебраических уравнений:

$$g_k^n W(g_k) + W(g_k) \sum_{i=0}^{n-1} a_i g_k^i - \sum_{j=0}^m b_j g_k^j = 0,$$

где $k = \overline{0, n+m+1}$.

После того, как найдены параметры n , m , a_i , b_j , можно записать передаточную функцию системы.

Отметим, что переходный процесс $h(t)$ может быть на выходе нестационарной и нелинейной динамических систем. Но данный метод оценки параметров динамических систем может быть использован для аппроксимирования этой системы передаточными функциями линейных динамических систем.

Сдвиг функции во временной области

Рассмотрим функцию $f(t)$. Для сдвига данной функции во временной области [4] введем оператор сдвига B_k , причем

$$B_k(t) = f(t+k),$$

где k – величина, на которую сдвигается функция во временной области.

Используя известное соотношение [5] $L\{f(t+k)\} = e^{sk}F(s)$, можно найти вид величины B_k :

$$B_k = e^{Dk},$$

где D – это матрица дифференцирования [1].

Представив матричную экспоненту в виде матричного ряда, получим следующее выражение:

$$e^{Dk} = E + \sum_{i=1}^n \frac{k^i D^i}{i!}.$$

Изменив знак k , можно получить оператор сдвига функции в другом направлении.

Использование метода на примере

Рассмотрим процесс, заданный следующей функцией:

$$W(p) = \frac{1}{0,07p^3 + 0,09p^2 + 0,06p + 0,00001}.$$

В данном случае время переходного процесса $t_p = 3$ секунды.

Используя значения функции в нулях полинома Чебышева, умноженные на время переходного процесса, составляем изображающий вектор:

$$h = \begin{pmatrix} 0,211 \\ 1,330 \\ 5,282 \\ 10,352 \\ 13,310 \\ 14,366 \end{pmatrix}.$$

При помощи следующей формулы находим точечный изображающий вектор:

$$H = \frac{2}{p} Q^T \cdot h,$$

где Q – интерполяционная матрица [1].

Найдем весовую функцию, для этого необходимо продифференцировать $h(t)$. Воспользуемся следующей формулой:

$$\omega = D \cdot H,$$

где D – матрица дифференцирования [1].

$$\omega = \begin{pmatrix} -8,369 \\ 0,020 \\ 3,792 \\ 1,240 \\ -0,300 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Найдем вид весовой функции при помощи скалярного произведения данного вектора на вектор полиномов Чебышева. Получим следующий результат:

$$\omega(t) = -1,167 - 43,096t + 41,856t^2 + 37,12t^3 - 38,4t^4.$$

При $g = 1$ и $c = 2$, используя интеграл Лапласа [6], произведем оценку $n-m$:

$$\frac{\int_0^t \omega(t) \cdot e^{-g \cdot t} dt}{\int_0^t \omega(t) \cdot e^{-c \cdot g \cdot t} dt} \approx \frac{\ln 0}{\ln 2} \approx 2,964$$

В результате было получено число 2,964. Так как расчеты оценочные, то округляем до 3. Действительно, мы получили верный результат, так как степень числителя равна 0, а знаменателя – 3, то есть получили $3 - 0 = 3$, что является верным тождеством. Таким образом, данный алгоритм дает решение поставленной задачи: проводится оценка конструктивных параметров динамической системы по виду переходного процесса.

Вывод

С помощью оператора сдвига можно оценить количество нулей передаточной функции исследуемой динамической системы. По полученным данным (конструктивным параметрам и коэффициентам) можно записать передаточную функцию исходной системы. Данный метод был проверен на практике и дает верные результаты, из чего можно заключить, что метод является эффективным.

Литература

1. Шалаев Ю.Н. Моделирование нестационарных динамических систем методом изображающих векторов//Известия Томского политехнического университета. – 2006. – Т. 309. - №7. – с. 44-47.
2. Березняк О.В., Шалаев Ю.Н. Оценка конструктивных параметров объекта управления//Современные техника и технологии: Сборник трудов XVI Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – т. 2 – Томск, 12-16 апреля 2019. – Томск: ТПУ, 2010. – с. 293-295.
3. Научная библиотека избранных естественно-научных изданий [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://edu.alnam.ru/book_z_math2.php?id=158, свободный.
4. Шалаев Ю.Н. Моделирование сдвига функций во временной области методом изображающих векторов//Известия Томского политехнического университета. – 2013. – Т. 323. - №5. – с. 33-36.
5. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1972. – 768 с.
6. Высшая математика [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.mathprofi.ru/>, свободный.