ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОПУСТИМЫХ ПРЕДЕЛОВ ИЗМЕНЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОЛИНОМА, ГАРАНТИРУЮЩИХ ЗАДАННУЮ СТЕПЕНЬ РОБАСТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

Езангина Т.А.
Научный руководитель: Гайворонский С.А., к.т.н., доцент
Томский политехнический университет, 634050, Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30
E-mail:eza-tanya@yandex.ru

Введение

В условиях действия на систему автоматического управления (САУ) параметрических возмущений она должна сохранять работоспособность и обладать свойствами, удерживающими регулируемые параметры в допустимых пределах. В частности, задача управления САУ может заключаться в решении вопроса об устойчивости САУ при изменении параметров объекта управления.

Известно, что САУ сохраняет устойчивость, если возвращается в состояние равновесия, из которого она выводится возмущающими или управляющими воздействиями [1].

В процессе эксплуатации САУ параметры ее объекта управления могут изменяться по заранее неизвестным законам в определенных интервалах. Это изменение может привести к потере системой устойчивости. Если система способна сохранить свою устойчивость, то она является робастно устойчивой.

Анализ робастной устойчивости САУ удобно проводить на основе коэффициентов ее характеристического полинома. В связи с этим представляет интерес задача о нахождении допустимых пределов изменения коэффициентов характеристического полинома при заданном значении степени робастной устойчивости. Для решения поставленной задачи предлагается применить робастное расширение коэффициентного метода [2].

Постановка задачи

Пусть САУ задана характеристическим полиномом

$$D(s)=\sum_{i=0}^{4} d_i s^i\,, \qquad (1)$$

где $\underline{d_i} \le d_i \le \overline{d_i}$ ($\underline{d_i}$ - нижний предел, $\overline{d_i}$ - верхний предел). Заметим, что интервальные коэффициенты характеристического полинома (1) образуют параметрический многогранник V, вершины которого определяются крайними значениями коэффициентов.

Необходимо определить вершины многогранника V (допустимые пределы изменения коэффициентов характеристического полинома). Образы этих вершин должны лежать левее заданной степени робастной устойчивости.

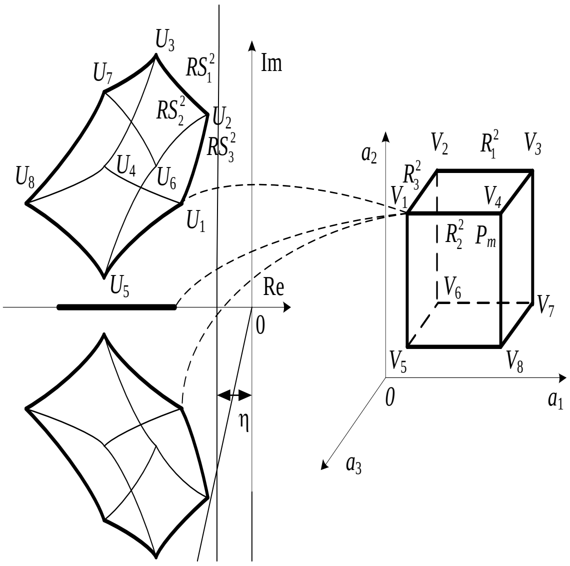

Рис. 1. Отображение параметрического многогранника

Теоретические сведения

Согласно [2], для анализа степени робастной устойчивости полинома достаточно (n–2) раз решить систему

$$\begin{cases} \lambda_i = \lambda^*, i=\overline{1,n-2}; \\ \lambda_j < \lambda^*, j=\overline{1,n-2},\ j \ne i; \\ f_m > 0, m=\overline{1,n-1}; \\ g>0. \end{cases} \qquad (2)$$

В системе (2) введены следующие обозначения:

$$\lambda_i = \frac{[d_{i-1}]\,[d_{i+2})]}{\big([d_i]-[d_{i+1}](n-i-1)\eta\big)\big([d_{i+1}]-[d_{i+2}](n-i-2)\eta\big)}$$

$$f_m = [d_m]-[d_{m+1}]n-m-1)\eta$$

$$g=[d_0]-[d_1]\eta+2[d_2]\frac{\eta^2}{3}\ .$$

Из выражения $\lambda_i(\vec{k})=\lambda^*$ системы (2) можно выразить неизвестный интервальный коэффициент характеристического полинома через заданные коэффициенты и степень устойчивости:

$$[d_{i+2}] = \frac{\lambda^*\big[[d_i]-[d_{i+1}](n-i-1)\eta\big]\big[[d_{i+1}]\big]}{[d_{i-1}]\lambda^*\big[[d_i]-[d_{i+1}](n-i-1)\eta\big](n-i-2)\eta}, i\in\overline{1,2}$$

Из условия $\lambda_j(\vec{k}) < \lambda^*$ системы (2) можно выразить другой неизвестный интервальный коэффициент характеристического полинома.

$$[d_{j+2}] < \frac{\lambda^*\left[[d_j]-[d_{j+1}](n-i-1)\eta\right]\left[[d_{j+1}]\right],}{[d_{j-1}]\lambda^*\left[[d_j]-[d_{j+1}](n-i-1)\eta\right](n-i-2)\eta}\ j \in \overline{1,2}$$

Подставив в систему (2) выражение $[d_{j+2}]$, получим следующую систему условий:

$$\begin{cases} [d_{i+2}] = \dfrac{\lambda^*\left[[d_i]-[d_{i+1}](n-i-1)\eta\right]\left[[d_{i+1}]\right]}{[d_{i-1}]\lambda^*\left[[d_i]-[d_{i+1}](n-i-1)\eta\right](n-i-2)\eta}, i \in \overline{1,2}; \quad (3) \\ [d_{j+2}] < \dfrac{\lambda^*\left[[d_j]-[d_{j+1}](n-i-1)\eta\right]\left[[d_{j+1}]\right],}{[d_{j-1}]\lambda^*\left[[d_j]-[d_{j+1}](n-i-1)\eta\right](n-i-2)\eta}\ j \in \overline{1,2}, j \neq i; \\ f_m > 0, m = \overline{1,n\text{-}1}; \\ g > 0. \end{cases}$$

Решив систему (3), найдем неизвестные допустимые пределы изменения коэффициентов характеристического полинома.

Алгоритм

На основании теоретических исследований для решения поставленной задачи необходимо:

1.Задать постоянные коэффициенты полинома, допустимое значение степени устойчивости.

2.Из условия $\lambda_i(\vec{k}) = \lambda^*$ выразить неизвестный коэффициент через заданные коэффициенты и степень робастной устойчивости.

3.Решить уравнение и определить интервалы коэффициента при максимальном значении $\lambda_i = \lambda^*$

4.Из условия $\lambda_j < \lambda^*$ выразить другие неизвестные коэффициент через заданные коэффициенты, степень робастной устойчивости и найденный коэффициент на шаге 3.

5. Решить полученную систему неравенств и определить допустимые значения интервалов коэффициентов полинома.

Пример

В качестве примера рассмотрим САУ, характеристический полином которой имеет вид:

$$[d_4]s^4 + [d_3]s^3 + [d_2]s^2 + d_1 s^1 + d_0 = 0$$

Пусть постоянные коэффициенты заданы и имеют следующие значения: $d_1 = 4.19,\ d_0 = 1.83$ При этом степень робастной устойчивости имеет значение $\eta = 0.5$.

Составим систему (2) для рассматриваемой САУ:

$$\begin{cases} 1.83[d_3] = 0.465(4.19-[d_2])([d_2]-0.5[d_3]); \\ 4.19[d_4] < 0.465([d_2]-0.5[d_3]); \\ 4.19-[d_2] \geq 0; \\ [d_2]-0.5[d_3] \geq 0; \\ 1.83-2.095+0.167[d_2] \geq 0. \end{cases}$$

Очевидно, что решив систему неравенств

$$\begin{cases} 4.19-[d_2] \geq 0; \\ d_0 - d_1\eta + 2d_2\dfrac{\eta^2}{3} \geq 0 \end{cases}.$$

можно определить допустимый интервал изменения коэффициента $[d_2] \in [0.16; 4.19]$

Приняв интервал коэффициента $[d_2] \in [2; 4]$, определим пределы изменения коэффициента Выразим неизвестные интервальные коэффициенты через заданные:

$$\begin{cases} [d_3([d_2],\eta)] = \dfrac{0.465(4.19-[d_2])([d_2])}{-2.8+1.94(4.19-[d_2])}; \\ [d_4([d_2],\eta)] < \dfrac{0.465([d_2]-0.5[[d_3([d_2],\eta)]])}{4.19}; \\ [d_2]-0.5[[d_3([d_2],\eta)]] \geq 0; \end{cases}$$

Решив данную систему, находим $[d_3] \in [0.076; 2.17]; [d_4] < 0.0076.$

Заключение

Методы анализа САУ объектами с переменными параметрами будут эффективны только в том случае, если без большой вычислительной и графической работы можно определять диапазоны изменения параметров САУ. Для этой цели наилучшим образом подходит робастное расширение коэффициентного метода, когда диапазон изменения параметров определяется по показателям качества САУ без построения переходных процессов. В работе получены условия определения допустимых пределов изменения коэффициентов характеристического полинома при заданном значении степени робастной устойчивости.

Литература

1. Петров Б.Н., Соколов Н.И., Липатов А.В. и др. Системы автоматического управления объектами с переменными параметрами: Инженерные методы анализа и синтеза. – М.: Машиностроение, 1986. – 256с.

2. Гайворонский С.А. Методика выбора параметров регулятора для интервальной системы автоматического управления / Гайворонский С.А., Езангина Т.А. / / Вестник науки Сибири. 2012-№ 3(4).-с.143-147.