

УДК 621.311:537.871.3

ВЛИЯНИЕ СТРЕЛЫ ПРОВЕСА ПРОВОДА ВОЗДУШНОЙ ЛИНИИ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧ НА ПАРАМЕТРЫ ЭМП

И.В. Белицын, А.В. Макаров

Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, г. Барнаул

E-mail: b_i_w@mail.ru

Показано влияние стрелы провеса проводов воздушных линий электропередач на значение напряженности электрического поля, приведена методика расчета напряженности, даны рекомендации по определению количеству пролетов, необходимых для обеспечения достаточной точности расчетов.

Эксплуатация воздушных линий электропередач (ВЛЭП) связана с появлением вокруг нее переменного электромагнитного поля (ЭМП) и влиянием этого поля на объекты, находящиеся в непосредственной близости к ВЛЭП. Объекты могут быть как техническими, тогда мы говорим об электромагнитной совместимости, а могут быть и биологическими, тогда речь идет о действии ЭМП на человека, животных, растения. Кроме этого потери электрической энергии, возникающие в ВЛЭП сверхвысокого и ультравысокого напряжения, зависят от потерь на корону. Одним из факторов, влияющим на возникновение коронного разряда, является значение напряженности электрического поля в непосредственной близости от поверхности провода. Для решения этих и ряда других задач необходимо как можно более точно определять параметры ЭМП, в частности, напряженности.

Одним из факторов, влияющих на точность расчетов, является наиболее точное математическое описание «геометрии» ВЛЭП. Поэтому необходимо учитывать, что провод, закрепленный в двух точках на опоре, не является горизонтальным проводником. Существующие способы учета провисания не имеют под собой научного обоснования. Наиболее распространенным является прием, применяемый как за рубежом [1], так и у нас [2], когда реальные провода и тросы заменяют бесконечно длинными горизонтальными прямыми, расположенные на высоте $H_{cp} = H - 2/3f$, где H – высота подвеса; f – стрела провеса. Непонятно, почему для расчета параметра ЭМП провод располагается на высоте центра тяжести провода.

Известно, что жесткость поперечных сечений проводов и тросов, используемых для передачи электроэнергии по ВЛЭП, намного меньше воздействий равномерно распределенной нагрузки, собственного веса, веса льда, давления ветра. Напряжение в любой точке обусловлено только растяжением и направлено по касательной к кривой в рассматриваемой точке [2, 3]. Поэтому при расчетах электромагнитного поля, создаваемого зарядами, распределенными по их поверхности, в качестве математической модели для анализа провисания проводов и тросов можно использовать уравнение идеально гибкой нити

$$y = y_{\max} \operatorname{ch} \left(\frac{x}{y_{\max}} \right), \quad (1)$$

где $y_{\max}$ – величина, характеризующая собой точку максимального провеса (рис. 1).

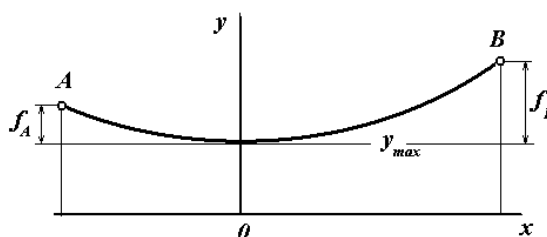


Рис. 1. Провисание идеально гибкой нити

Уравнение (1) можно разложить в функциональный ряд Маклорена

$$y = y_{\max} \operatorname{ch} \left(\frac{x}{y_{\max}} \right) = y_{\max} \left[1 + \frac{1}{2!} \left(\frac{x}{y_{\max}} \right)^2 + \frac{1}{4!} \left(\frac{x}{y_{\max}} \right)^4 + \dots + \frac{1}{(2n)!} \left(\frac{x}{y_{\max}} \right)^{2n} \right]. \quad (2)$$

Из свойств гибкой нити следует:

- для низшей точки провисания провода или троса; $\sigma_0 = y_{\max} \gamma$, (3)

где σ_0 – механическое напряжение в низшей точке провода или троса Н/мм²; γ – удельная нагрузка провода или троса Н/(м·мм²).

- в точках подвеса провода или троса A и B

$$\begin{aligned} \sigma_A &= (y_{\max} + f_A) \gamma = \sigma_0 + f_A \gamma; \\ \sigma_B &= (y_{\max} + f_B) \gamma = \sigma_0 + f_B \gamma, \end{aligned} \quad (4)$$

где f_A, f_B – стрела провеса относительно точек подвеса A и B соответственно. Если опоры установлены на идеально ровной местности, то $f_A = f_B = f$ и называется стрелой провеса, тогда (4) можно переписать как

$$\sigma_A = \sigma_B = (y_{\max} + f) \gamma = \sigma_0 + f \gamma.$$

Как видно из рис. 1, стрела провеса

$$f = H - y_{\max}, \quad (5)$$

где H – высота опоры, на которой крепиться провод или трос, или с учетом (1)

$$f = y_{\max} \operatorname{ch} \left(\frac{x_{A,B}}{y_{\max}} \right) - y_{\max}. \quad (6)$$

Поскольку при расстановке опор по горизонтальной плоскости, ур. (1–6), координаты точек

подвеса $x_{A,B}=l/2$, где l – расстояние между опорами, воспользовавшись (2) и (3), получим

$$f = \frac{\sigma_0}{\gamma} \left(\operatorname{ch} \left(\frac{l}{2\sigma_0} \gamma \right) - 1 \right) = \frac{\sigma_0}{\gamma} \left(1 + \frac{1}{2!} \left(\frac{l}{2\sigma_0} \gamma \right)^2 + \frac{1}{4!} \left(\frac{l}{2\sigma_0} \gamma \right)^4 + \dots + \frac{1}{(2n)!} \left(\frac{l}{2\sigma_0} \gamma \right)^{2n} - 1 \right);$$

$$f = \frac{1}{2!} \frac{l^2}{2^2 \sigma_0} \gamma + \frac{1}{4!} \frac{l^4}{2^4 \sigma_0^3} \gamma^3 + \dots + \frac{1}{(2n)!} \frac{l^{2n}}{2^{2n} \sigma_0^{2n-1}} \gamma^{2n-1}. \quad (7)$$

Итак, математической моделью для определения геометрического распределения заряда может служить выражение (1) или (2); для обеспечения достаточной точности допустимо ограничиться тремя членами ряда, а для пролетов менее 700 м достаточно первых двух членов

$$y \approx y_{\max} + \frac{1}{2} \frac{x^2}{y_{\max}}. \quad (8)$$

Координата точки максимального провеса $y_{\max}$ зависит от стрелы провеса f . Стрела провеса, в свою очередь, определяется физико-механическими свойствами самого провода, действующими на него механическими нагрузками и расстоянием между опорами. Для ее практического определения достаточно двух первых членов выражения (7), а для пролетов менее 700 м достаточно одного члена, ур. (9):

$$f \approx \frac{l^2}{8\sigma_0} \gamma. \quad (9)$$

Очевидно, что наиболее точные результаты расчета параметров ЭМП, создаваемых ВЛЭП, могут быть получены на этапе проектирования ВЛЭП, но такие расчеты на нем не производятся, поскольку связаны с большим объемом вычислений и отсутствием утвержденных методик. Далее предлагается методика расчета напряженности ЭП, учитывающая провисание проводов и тросов, без знания стрелы провеса, поэтому эту методику можно использовать, как для уже существующих ВЛЭП, так и проектируемых.

При проектном размещении опор по профилю трассы, при значительной длине линии используется графический метод [2–4]. При этом методе применяется специальный шаблон, представляющий собой кривые (параболы), соответствующие кривой максимального провисания провода и расположенные одна под другой с определенным сдвигом вдоль вертикальной оси (рис. 2) две таких же кривых. Интервалы сдвига определяются нормируемыми расстояниями от провода до поверхности земли [5] и активной высотой опор на данном участке ВЛЭП [4].

Построение кривой 1 шаблона выполняется по уравнению параболы:

$$y = kx^2, \quad (10)$$

где x – переменная величина $\in [-l_{\text{габ}}/2; l_{\text{габ}}/2]$; k – постоянная шаблона, зависящая от физико-механических характеристик провода и приведенной

нагрузки на провод. Выражение (10) представляет собой выражение, аналогичное (8).

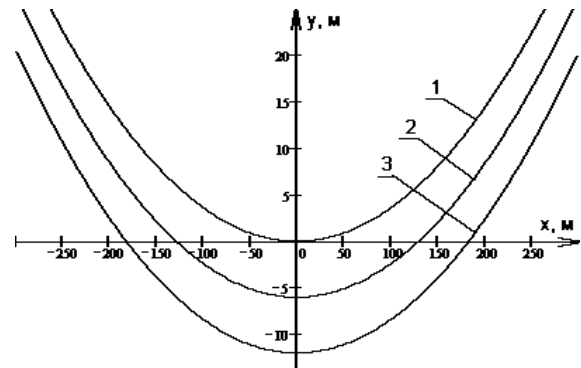


Рис. 2. Шаблон (общий вид) для размещения опор по профилю. Кривая: 1) провисания провода; 2) смещена по вертикали на величину габарита, «габаритная» кривая; 3) смещена относительно первой на активную высоту опоры, «земляная» кривая

В справочниках и каталогах опор указывается габаритный пролет – пролет, длина которого определяется нормированным габаритом до земли от нижней точки провода при установке опор на идеально ровной местности. Зная нормированный габарит h_z , активную высоту опоры H и длину габаритного пролета $l_{\text{габ}}$, можно определить постоянную шаблона

$$H - h_z = k \left(\frac{l_{\text{габ}}}{2} \right)^2 \Rightarrow k = 4 \frac{H - h_z}{l_{\text{габ}}^2}. \quad (11)$$

Постоянную шаблона в выражении (10) можно определить, анализируя выражение (8), приняв в нем $y_{\max} = h_z$, тогда

$$y = h_z + \frac{1}{2} \frac{x^2}{h_z}. \quad (12)$$

Сравнивая (10) и (12) находим

$$k = \frac{1}{2h_z}. \quad (13)$$

Для дальнейших расчетов можно использовать постоянную шаблона, рассчитанную как по (11), так и по (13).

Получим выражение для определения напряженности электрического поля, создаваемого единственным проводом одного пролета над землей. При этом сделаем ряд допущений: заряд распределен равномерно по всей длине проводника с известной линейной плотностью τ ; влияние всех тел, кроме земли, на ЭМП не учитываем, поверхность земли считаем идеально плоской.

Воспользуемся принципом суперпозиции и методом зеркальных изображений.

Грунт земли можно рассматривать как несовершенный диэлектрик с проводимостью γ , кроме этого, если рассматривать вязкостные процессы при поляризации, то в общем случае относительная диэлектрическая проницаемость земли является комплексной величиной [6]. Так как проводимость грунта велика, то мнимая часть диэлектриче-

ской проницаемости земли на несколько порядков превышает действительную часть, что дает основание использовать метод зеркальных отражений, считая землю идеальным проводником.

Напряженность от заряда с элементарного участка провода

$$d\vec{E}_+ = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}, \quad (14)$$

где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная; $dq = \tau dl$ – элементарный заряд; r – расстояние от точечного заряда до произвольной точки $M(X, Y, Z)$

(рис. 3) $r = \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + (Z-z)^2}$.

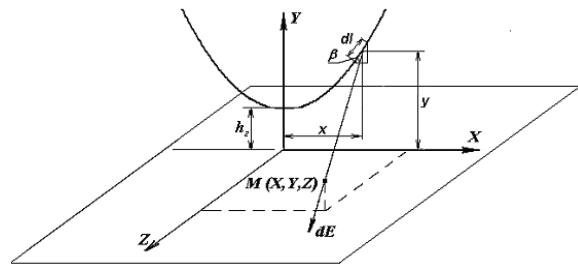


Рис. 3. К определению напряженности от одного пролета в пространстве

Напряженность от зеркального изображения элементарного заряда

$$d\vec{E}_- = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r'^3} \vec{r}'. \quad (15)$$

где r' – расстояние от изображения точечного заряда до произвольной точки M ,

$$r' = \sqrt{(X-x)^2 + (Y+y)^2 + (Z-z)^2}.$$

Элементарный отрезок провода определим через элементарное приращение и угол касательной к графику в этой точке β

$$dl = \frac{dx}{\cos \beta}. \quad (16)$$

Данное выражение действительно для любых точек провода, поскольку у параболы нет точек, касательная к которым составляла бы угол 90° , т. к. $\beta \in (-90^\circ; 90^\circ)$ то

$$\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \beta}}. \quad (17)$$

$$\text{Угловой коэффициент касательной } \tan \beta = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x},$$

т. е. с учетом (10), получим:

$$\tan \beta = 2kx. \quad (18)$$

Будем считать, что заряд равномерно распределен вдоль проводов ВЛЭП с линейной плотностью τ , тогда, учитывая выражения (14–18), получим

$$dq = \tau \sqrt{1 + (2kx)^2} dx. \quad (19)$$

Проекция напряженности от всего провода найдем интегрированием по всей длине провода:

на OX

$$E_x = \frac{\tau}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \times \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left(\frac{\sqrt{1 + (2kx)^2} (X-x)}{((X-x)^2 + (Y-kx^2 - h_z)^2 + (Z-z)^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{\sqrt{1 + (2kx)^2} (X-x)}{((X-x)^2 + (Y+kx^2 + h_z)^2 + (Z-z)^2)^{\frac{3}{2}}} \right) dx; \quad (20)$$

на OY

$$E_y = \frac{\tau}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \times \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left(\frac{\sqrt{1 + (2kx)^2} (Y-kx^2 - h_z)}{((X-x)^2 + (Y-kx^2 - h_z)^2 + (Z-z)^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{\sqrt{1 + (2kx)^2} (Y+kx^2 + h_z)}{((X-x)^2 + (Y+kx^2 + h_z)^2 + (Z-z)^2)^{\frac{3}{2}}} \right) dx; \quad (21)$$

на OZ

$$E_z = \frac{\tau}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \times \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left(\frac{\sqrt{1 + (2kx)^2} (Z-z)}{((X-x)^2 + (Y-kx^2 - h_z)^2 + (Z-z)^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{\sqrt{1 + (2kx)^2} (Z-z)}{((X-x)^2 + (Y+kx^2 + h_z)^2 + (Z-z)^2)^{\frac{3}{2}}} \right) dx. \quad (22)$$

Модуль напряженности в произвольной точке

$$E(M) = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}. \quad (23)$$

По полученным зависимостям (19–23) построим характерные зависимости напряженности электрического поля от координат точки наблюдения, при этом в качестве исходных данных примем длину пролета $l_{\text{пр}} = 300$ м, линейную плотность заряда на проводе $\tau = 3,72$ мкКл/м, провод подвешен на высоте $H = 25$ м, нормированный габарит $h_z = 8$ м.

На рис. 4 показаны зависимости напряженности электростатического поля $E(X, \text{const}, \text{const})$ от расстояния вдоль одного пролета X , на постоянной высоте $Y = 1,8$ м, в зависимости от расстояния до плоскости провеса провода Z , при условии, что стрела провеса вертикальна и ее координата $z = 0$.

На рис. 5 показаны зависимости напряженности электрического поля от расстояния до плоскости провода Z на постоянной высоте $1,8$ м, в зависимости от расстояния вдоль одного пролета X , при условии, что стрела провеса вертикальна и ее координата $z = 0$.

Из анализа графиков, приведенных на рисунках, можно сделать следующие выводы:

- напряженность поля максимальна непосредственно в плоскости нахождения провода;
- на расстоянии, приблизительно равным трети длины габаритного пролета от провода, максимальная напряженность уменьшается на порядок;

- минимальных значений напряженности при прочих равных условиях будет достигать вблизи поверхности земли.

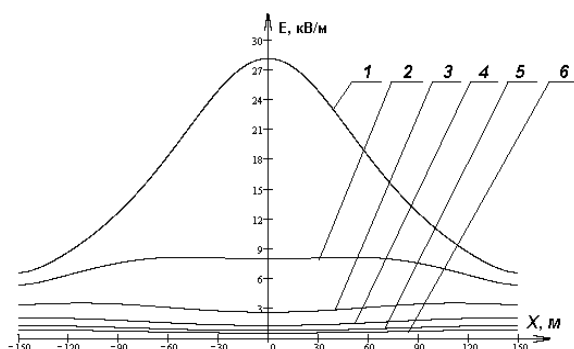


Рис. 4. Напряженность электрического поля вдоль одного пролета в зависимости от расстояния до плоскости провода на высоте 1,8 м. 1) $Z=0$ м; 2) $Z=10$ м; 3) $Z=20$ м; 4) $Z=30$ м; 5) $Z=40$ м; 6) $Z=50$ м

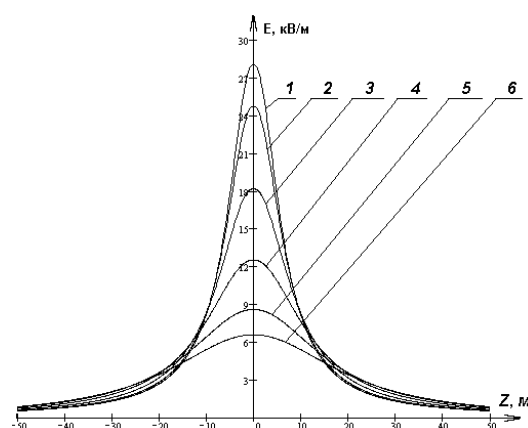


Рис. 5. Напряженность электрического поля от расстояния до плоскости провода, в зависимости от расстояния вдоль одного пролета на высоте 1,8 м. 1) $X=0$ м; 2) $X=30$ м; 3) $X=60$ м; 4) $X=90$ м; 5) $X=120$ м; 6) $X=150$ м

До сих пор мы рассматривали поле, создаваемое проводом на протяжении только одного пролета. В действительности электрическое поле создается электрическими зарядами, расположенными на проводе всех пролетов ВЛЭП. Возникает проблема — сколько пролетов необходимо учитывать при расчете напряженности электрического поля?

Определим высоту над поверхностью земли, на которой будем проводить сравнение напряженностей от разного количества пролетов ВЛЭП. Очевидно, что чем меньше значение напряженности от одного пролета, тем большее влияние будут оказывать другие пролеты. Поэтому расчетной высотой выбираем поверхность земли ($Y=0$).

Напряженность, создаваемая всем проводом (24), будет иметь только нормальную составляющую

$$E_n = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{H + kx^2}{((H + kx^2)^2 + (X - x)^2)^{3/2}} \times \sqrt{1 + 4k^2x^2} dx. \quad (24)$$

Для построения зависимостей напряженности электрического поля на поверхности земли будем использовать те же исходные данные, соответствующие ВЛЭП напряжением 500 кВ, а именно: линейная плотность заряда на проводе $\tau=3,72$ мкКл/м, габаритный пролет 300 м, $k=7,56 \cdot 10^{-4}$ м⁻¹. Поскольку каждый пролет создает электрическое поле, то результирующая напряженность определяется согласно принципу суперпозиции

$$E(X) = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \times \sum_{i=-N}^N \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{H + kx^2}{((H + kx^2)^2 + (X + i \cdot l_{заб} - x)^2)^{3/2}} \times \sqrt{1 + 4k^2x^2} dx. \quad (25)$$

На рис. 6 показано несколько кривых распределения напряженности электрического поля под пролетом ВЛЭП в случае учета электрического поля нескольких смежных пролетов.

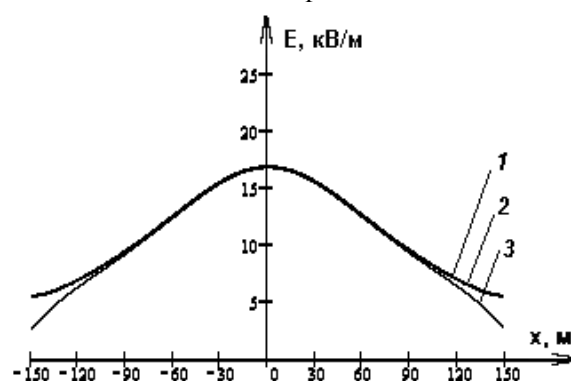


Рис. 6. Продольная эпюра распределения напряженности от ВЛ 500 кВ при учете пролетов: 1) пяти; 2) трех; 3) одного

Как видно из графика, учет более трех пролетов (двух смежных) практически не влияет на точность расчетов. В качестве эталонных значений напряженности электрического поля $E_{эм}$ примем значения, полученные при учете влияния двадцати одного пролета (десяти смежных). Относительную погрешность рассчитаем как

$$\epsilon = \frac{E_{эм} - E}{E_{эм}} 100\%, \quad (26)$$

где E — напряженность, вычисленная по (25) для $N < 10$ пролетов.

На рис. 7 показана относительная погрешность определения напряженности поля (26) в зависимости от расстояния от оси симметрии при варьировании количества смежных пролетов.

Анализируя рис. 7, можно сделать выводы:

- учитывая влияние одного пролета, минимальная погрешность 0,28 % при расчете поля наблюдается возле оси симметрии; максимальная погрешность достигает 50 %, наблюдается возле координаты точки подвеса провода;
- для инженерных расчетов при точности ≈ 5 % можно учитывать один пролет на 75 % его длины;

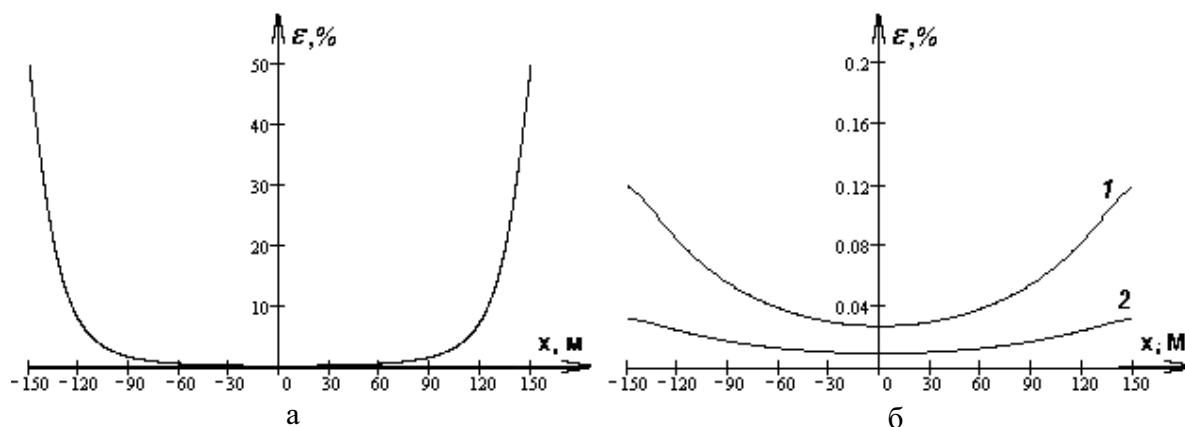


Рис. 7. Относительная погрешность при учете пролетов: а) одного; б) трех (крив. 1), пяти (крив. 2)

- при учете влияния двух смежных пролетов погрешность становится пренебрежимо малой $\approx 0,12\%$, поэтому во всех расчетах, связанных с определением напряженности электрического поля и его моделированием, без потери точности можно учитывать только три пролета, которые в дальнейшем будем называть расчетными.

Зависимость напряженности электрического поля от координаты (25) — это некоторая периодическая четная функция с периодом, равным длине габаритного пролета. Любую периодическую функцию $f(x)=E(X)$ в интервале $(-l, l)$, где $l=l_{\text{габ}}/2$, можно разложить в ряд Фурье [7]:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi x}{l}, \quad (27)$$

применяя численные методы вычисления интегралов, определяем для данного случая $a_0=22,412$, $a_1=5,431$, $a_2=0,139$, $a_3=0,194$, $a_4=-0,056$.

Выражение для распределения напряженности электрического поля вдоль ВЛЭП примет вид

$$E(X) = 11,206 + 5,431 \cos \frac{\pi X}{150} + 0,139 \cos \frac{2\pi X}{150} + 0,194 \cos \frac{3\pi X}{150} - 0,056 \cos \frac{4\pi X}{150} + \dots \quad (28)$$

Поскольку напряженность изменяется в зависимости от координаты X и известно среднее значение на всем протяжении под пролетом, равное постоянному члену $E_{cp}=a_0/2$ в выражении (27), то можно определить среднюю или эффективную высоту под-

веса провода H_{cp} , если заменить реальную линию на горизонтальный провод, находящийся на высоте H_{cp} над поверхностью земли, располагаясь на которой провод также создавал бы E_{cp} . Напряженность от такого провода и его зеркального изображения непосредственно под ним на поверхности земли равна

$$E = 2 \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 H_{cp}}. \quad (29)$$

Среднюю высоту подвеса провода определим, приравняв (29) к постоянной составляющей $a_0/2$:

$$H_{cp} = 2 \frac{\tau}{\pi\epsilon_0 a_0}.$$

В приведенном численном примере $H_{cp} \approx 12$ м, это на 12,5 % меньше средней высоты подвеса проводов, рассчитанной по формуле $H_{cp}=H-2/3f=13,7$ м. Очевидно, что средняя высота подвеса провода будет различна при определении E на различных высотах от поверхности земли, т. к. с увеличением высоты (координата Y), напряженность поля увеличивается, при прочих равных условиях.

Таким образом, на поверхности земли непосредственно под стрелой провеса зависимость напряженности электрического поля от расстояния до оси симметрии можно считать периодической синусоидальной функцией с периодом, равным габаритному пролету, описываемому выражением, аналогичным (28). При этом средняя высота подвеса провода на 12,5 % меньше средней высоты подвеса проводов, рассчитанной по существующей методике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kumari M.N., Kumar O.R., Nambu-diri P.V.V., Srinivasan K.N. Computation of Electrical Environmental Effects of Transmission Lines // In: Proc. 11th Int. Symp. on High Voltage Eng. — London, 1999.
2. Справочник по проектированию линий электропередачи / Под ред. М.А. Реута, С.С. Рокотяна. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Энергия, 1980. — 295 с.
3. Проектирование линий электропередачи сверхвысокого напряжения / Под ред. Г.Н. Александрова, Л.Л. Петерсона. — Л.: Энергоатомиздат, 1983. — 368 с.
4. Справочник по электрическим сетям 0,4–35 кВ и 110–1150 кВ. Т. 2 / Под ред. И.Т. Горюнова, А.А. Любимова. — М.: Папирус ПРО, 2003. — 622 с.
5. Правила устройства электроустановок. Раздел 2. Передача электроэнергии. Главы 2.4, 2.5. — М.: Изд-во НЦ ЭНАС, 2003. — 160 с.
6. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: учебник. — М.: Гардарики, 2003. — 317 с.
7. Бермант А.Ф. Краткий курс математического анализа / А.Ф. Бермант, И.Г. Араманович. — М.: Лань, 2006. — 720 с.

Поступила 24.11.2006 г.