

нарными параметрами, изменяющимися в процессе работы в широком диапазоне. Данное корректирующее устройство можно добавлять в состав уже действующих на производстве систем регулирования,

реализованных на базе микропроцессорных контроллеров, без дополнительных затрат на аппаратную часть и тем самым повысить качество регулирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Солдатов В.В., Ухаров П.Е. Адаптивная настройка систем управления с ПИД-регуляторами в условиях информационной неопределенности // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. — 2004. — № 8. — С. 16–20.
2. Штейнберг Ш.Е., Залуцкий И.Е., Сережин Л.П., Варламов И.Г. Настройка и адаптация автоматических регуляторов. Инструментальный комплект программ // Промышленные АСУ и контроллеры. — 2003. — № 10. — С. 43–47.
3. Хлыпало Е.И. Расчет и проектирование нелинейных корректирующих устройств в автоматических системах. — Л.: Энергоиздат, 1982. — 272 с.
4. Зельченко В.Я., Шаров С.Н. Нелинейная коррекция автоматических систем. — Л.: Судостроение, 1981. — 167 с.
5. Методы автоматизированного проектирования нелинейных систем / Под ред. Ю.И. Топчиева. — М.: Машиностроение, 1993. — 576 с.
6. Скороспешкин М.В. Адаптивный линейный нечеткий корректор динамических свойств систем автоматического регулирования // Современные техника и технологии: Труды XII Междунар. научно-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. — 27–31 марта 2006 г. — Томск: Изд-во ТПУ, 2006. — Т. 2. — С. 162–165.
7. Скороспешкин М.В. Адаптивные псевдолинейные корректоры динамических характеристик систем автоматического регулирования // Известия Томского политехнического университета. — 2006. — Т. 309. — № 7. — С. 172–176.

Поступила 17.04.2008 г.

Ключевые слова:

Адаптивное псевдолинейное двухканальное корректирующее устройство, система автоматического регулирования, нестационарный объект управления.

УДК 681.5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЖЕЛАЕМОЙ ОБЛАСТИ РАСПОЛОЖЕНИЯ ДОМИНИРУЮЩИХ ПОЛЮСОВ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ С УЧЕТОМ ЕЁ НУЛЕЙ

С.В. Ефимов, С.В. Замятин, М.С. Суходоев, С.А. Гайворонский

Томский политехнический университет
E-mail: esv-85@mail.ru

Проведен анализ влияния расположения нулей и полюсов замкнутой системы автоматического управления на качество её переходных процессов. Показана возможность обеспечения в системах автоматического управления заданных прямых показателей качества при условии учёта нулей передаточной функции замкнутой системы. Разработана методика нахождения границы области расположения доминирующих полюсов системы с заданными показателями качества. Рассмотрен числовой пример.

Введение

Основными методами анализа систем автоматического управления являются алгебраический, частотный и корневой методы [1]. Хотя более широкое распространение получили два первых метода, корневой метод не менее эффективен. Он позволяет достаточно просто получать те же сведения, что и частотный метод, а также данные для непосредственного вычисления переходной и импульсной характеристик системы, что необходимо для её анализа и синтеза не только в частотной, но и во временной области.

Однако при оценке показателей качества систем автоматического управления по их характеристическим полиномам корневой метод, как правило, не учитывает влияние нулей передаточной функции замкнутой системы, что приводит к значительным ошибкам при нахождении прямых показателей качества. Наиболее остро данная проблема возникает при оценке перерегулирования си-

стемы на основании расположения её полюсов на комплексной плоскости.

Постановка задачи

Рассмотрим замкнутую систему автоматического управления с передаточной функцией $W(s) = A(s)/B(s)$, где $A(s)$ и $B(s)$ — полиномы по степеням s .

Известно, что динамические свойства системы определяются её двумя-тремя доминирующими полюсами, так как влияние остальных полюсов оказывается незначительным, либо из-за их удаленности от мнимой оси и доминирующих полюсов, либо благодаря наличию нуля (нулей), расположенного поблизости.

Поэтому ставится задача: найти прямые показатели качества системы на основании расположения доминирующих полюсов и нулей её передаточной функции. При этом представляет практический интерес определение областей расположения доминирующих полюсов системы на комплексной плоскости, соответствующих желаемым показателям качества.

Анализ точности определения прямых показателей качества системы корневым методом

Определение показателей качества системы на основе корневого подхода производится по корням характеристического полинома передаточной функции замкнутой системы. Но в этом случае не учитываются нули передаточной функции, что приводит к ошибочному определению прямых показателей качества системы. Проявление данного недостатка подтверждается следующим примером.

Пусть замкнутая система имеет передаточную функцию

$$W(s) = \frac{s^2 + 2,5 \cdot s + 1,8125}{s^2 + s + 2,5}. \quad (1)$$

Из передаточной функции следует, что система имеет нули $N_{1,2} = -1,25 \pm 0,5j$ и полюсы $s_{1,2} = -0,5 \pm 1,5j$.

Согласно [2], для определения перерегулирования и времени регулирования данной системы можно использовать выражения $\sigma = e^{-\lg(a)}$ и $t_p = 3/\operatorname{Re}(s_1)$, где $\lg(a) = \operatorname{Re}(s_1)/\operatorname{Im}(s_1)$, $\delta = \operatorname{Re}(s_1)$ показаны на рис. 1.

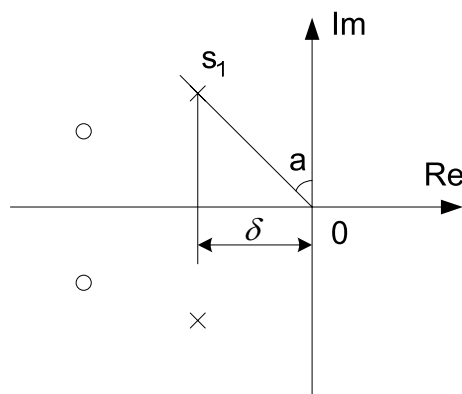


Рис. 1. Корневая плоскость

Тогда без учета нулей $W(s)$ для данной системы получим $\sigma = 35,09\%$ и $t_p = 6$ с.

Согласно графику переходного процесса системы, построенному на рис. 2, перерегулирование составило $\sigma = (1,49 - 0,725)/0,725 \cdot 100\% = 105\%$, а время регулирования – $t_p = 5,7$ с.

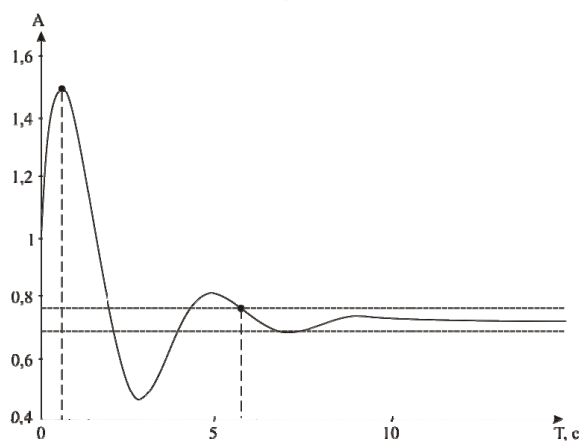


Рис. 2. Переходный процесс системы

Таким образом, определяемое только по полюсам расчетное время регулирования рассматриваемой системы практически совпадает с его действительным значением. Это подтверждает правильность известного из [2] приближенного соотношения между ближайшим к мнимой оси полюсом и величиной времени регулирования.

В тоже время числовой пример показал, что действительное перерегулирование системы в несколько раз больше перерегулирования, определенного на основании расположения только её полюсов. Поэтому можно заключить, что формула расчета перерегулирования системы только по ее полюсам не дает достоверного результата.

Таким образом, очевидно для анализа качества систем автоматического управления на основе корневого метода необходимо также учитывать нули.

Анализ связи нулей и полюсов системы с перерегулированием

Существует формула определения выброса колебательной системы [2]:

$$\xi \approx 2 \cdot A_1 \frac{\omega_1}{\omega_0} \exp \left[\frac{\delta_1}{\omega_1} \left(\pi + \sum_3^n \varphi_k - \sum_1^m \Phi_j \right) \right] + \sum_3^m B_k e^{s_k t_m}, \quad (2)$$

где $s_1 = \delta_1 + \omega_1 j$ – доминирующий полюс, φ_k – угол, образованный доминирующим полюсом и другим полюсом, Φ_j – угол, образованный доминирующим полюсом и нулем,

$$\omega_0 = \sqrt{\delta_1^2 + \omega_1^2}, \quad A_1 = |W(s_1)|,$$

$$t_m = \frac{1}{\omega_1} \left(\pi + \sum_3^n \varphi_k - \sum_1^m \Phi_j \right).$$

На рис. 3. показана величина ξ , определяющая выброс в системе. По значению выброса ξ можно найти перерегулирование системы:

$$\sigma = \frac{\xi}{A_{уст}} \cdot 100\%, \quad (3)$$

где $A_{уст}$ – установившееся значение.

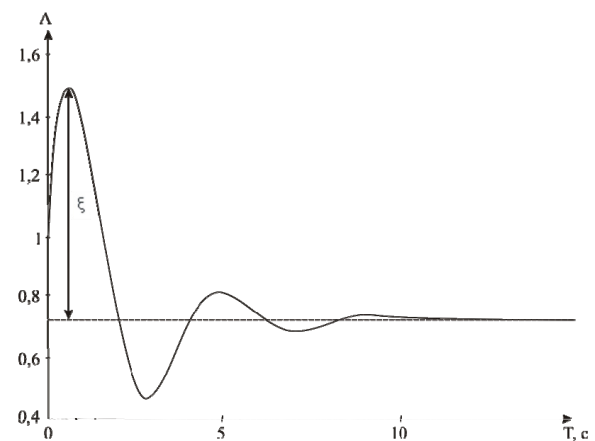


Рис. 3. Выброс колебательной системы на графике переходного процесса

Согласно [2], формула (3) позволит определить перерегулирование системы без построения графика переходного процесса с достаточной точностью.

На рис. 4 на корневой плоскости изображены углы Φ_i и φ_i необходимые для нахождения величины перерегулирования системы. В этом случае система имеет полюса s_1, s_2, s_3 и нули N_1, N_2 .

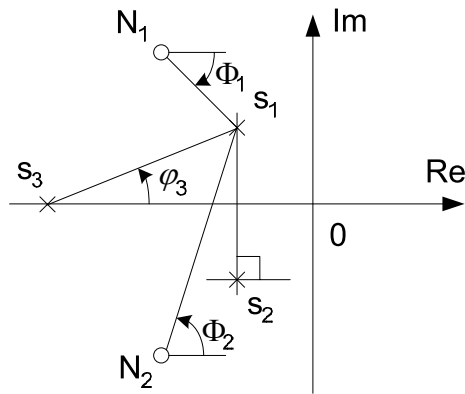


Рис. 4. Расположение углов, определяемых нулями и полюсами

Далее для системы с передаточной функцией (1) на основании (2), (3) определим величину перерегулирования. Вычислим компоненты (2) и (3):

$$A_1 = \left| \frac{A(s_1)}{s_1 \cdot B'(s_1)} \right| = 0,5629,$$

$$\omega_1 = 1,5,$$

$$\delta_1 = 0,5,$$

$$\omega_0 = 1,5811,$$

$$\Phi_1 = 0,9273,$$

$$\Phi_2 = 1,2112.$$

Тогда

$$\xi \approx 2 \cdot 0,5629 \cdot \frac{1,5}{1,5811} \times \exp \left[\frac{-0,5}{1,5} (\pi - (0,9273 + 1,2112)) \right] = 0,7649.$$

Следовательно, $\sigma = 105\%$.

Таким образом, полученное по формуле (3) перерегулирование практически совпадает с перерегулированием системы, найденным из графика переходного процесса. Это подтверждает обоснованность использования выражения (3) для определения σ .

Определение границы области расположения доминирующих полюсов с заданными параметрами переходного процесса

Пусть на основе принципа доминантности полюса передаточной функции замкнутой системы располагаются так, как показано на рис. 5 [3, 4].

В состав формулы (2) входят мнимая и действительная составляющие доминирующего полюса, а также углы, образованные нулями и полюсами системы (см. рис. 4). Определение последних требует

дополнительных построений, что доставляет неудобства при вычислении выброса ξ . Поэтому в формуле (2) предлагается перейти только к двум переменным: мнимой и действительной составляющей полюса, обеспечивающего заданное перерегулирование.

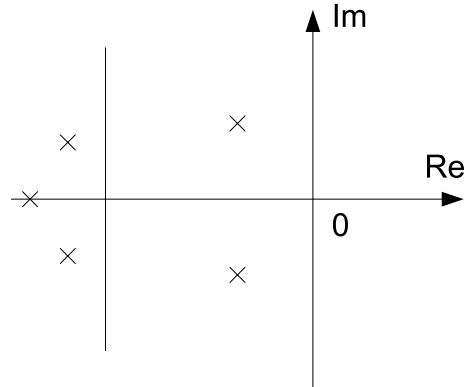


Рис. 5. Доминантное расположение полюсов

Согласно теореме косинусов, угол образованный доминирующим полюсом и нулями системы определяется по формуле:

$$\Phi_i = \text{sign}(\text{Re}(s_1) - \text{Re}(N_i)) \cdot \arccos \times \frac{d(s_1, N_i)^2 + d(N_i, (0 + \text{Im}(N_i)))^2 - d(s_1, (0 + \text{Im}(N_i)))^2}{2 \cdot d(s_1, N_i) \cdot d(N_i, (0 + \text{Im}(N_i)))}, \quad (4)$$

где d — это расстояние между точками.

Аналогично для углов, образованных доминирующим полюсом и другими полюсами системы:

$$\varphi_i = \text{sign}(\text{Re}(s_1) - \text{Re}(s_j)) \cdot \arccos \times \frac{d(s_1, s_j)^2 + d(N_i, (0 + \text{Im}(s_j)))^2 - d(s_1, (0 + \text{Im}(s_j)))^2}{2 \cdot d(s_1, s_j) \cdot d(s_j, (0 + \text{Im}(s_j)))}, \quad (5)$$

Подставив формулы (4) и (5) в (3), получим зависимость перерегулирования от двух переменных: мнимой и действительной частей доминирующего полюса

$$\sigma = f(\delta_1, \omega_1). \quad (6)$$

На основании зависимости $\sigma = f(\delta_1, \omega_1)$ и заданного перерегулирования системы, имеется возможность построения границы области размещения доминирующих полюсов с обеспечением заданных показателей качества. Данная граница образуется кривой $\sigma = f(\delta_1, \omega_1)$ и вертикальными прямыми, рис. 6.

Таким образом, проведенные исследования дают возможность построения границы области расположения доминирующих полюсов системы автоматического управления с заданными показателями качества переходного процесса. Очевидно, что при расположении доминирующих полюсов на границе или внутри этой области будет гарантировано обеспечение желаемых показателей качества.

Заметим, что расстояния δ_1 и δ_2 определяют максимальное и минимальное время регулирования системы автоматического управления соответ-

ственно. Расчеты для различных вариантов расположения доминирующих полюсов и нулей системы показали, что для исключения компенсации нулями доминирующих полюсов передаточной функции замкнутой системы необходимо обеспечить между ними некоторое расстояние Δ .

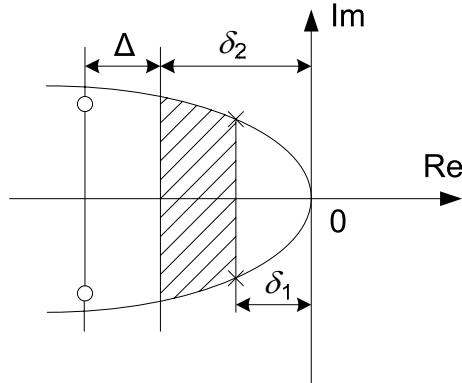


Рис. 6. Желаемая область расположения доминирующих полюсов

Таким образом, в результате проведенного анализа, получен способ определения области размещения доминирующих полюсов гарантирующий обеспечение прямых показателей качества с учетом нулей передаточной функции замкнутой системы.

Методика построения границы области расположения доминирующих полюсов

1. Обеспечение принципа доминантности расположения полюсов.
2. Задание желаемых показателей качества (перерегулирование и время регулирования).
3. Подстановка желаемого перерегулирования $\sigma_{\text{ж}}$ в выражение (6).
4. Построение кривой $\omega_1 = f(\sigma_{\text{ж}}, \delta_1)$.
5. Построение вертикальных прямых, проходящих через точки комплексной плоскости $(\delta_1, 0)$ и $(\delta_2, 0)$, согласно заданному интервалу времени регулирования, расположению нулей, и необходимости обеспечения некоторого расстояния Δ , для исключения компенсации доминирующих полюсов нулями.
6. Выбор и подстановка в исходную систему доминирующих полюсов из полученной области расположения полюсов.
7. Проверка показателей качества системы.

Пример

Рассмотрим систему автоматического управления, с передаточной функцией в замкнутом состоянии $W(s) = \frac{s^2 + 10s + 29}{s^2 + 5s + 15,25}$. Необходимо опре-

делить показатели качества системы (перерегулирование, время регулирования) и найти такую область размещения полюсов, чтобы перерегули-

рование ограничивалось неравенством $\sigma \leq 10\%$ и время регулирования лежало в диапазоне $t_p = 1 \dots 3$ с.

Для заданной системы имеющей полюса $s_{1,2} = -2,5 \pm 3j$ и нули $N_{1,2} = -5 \pm 2j$ можно найти:

$$\sigma = \frac{\xi}{A_{\text{ycm}}} \cdot 100 = 13,1 \%,$$

$$t_p = \frac{3}{\delta_1} = 1,2 \text{ с.}$$

Полученное значение превышает заданное. Для обеспечения $\sigma \leq 10\%$ необходимо, используя формулу (6), построить границу равного значения перерегулирования $\sigma = 10\%$. Согласно заданному интервалу времени регулирования и учитывая расположение нулей передаточной функции, строятся вертикальные прямые, проходящие через точки $(-3; 0)$ и $(-1, 0)$, рис. 7.

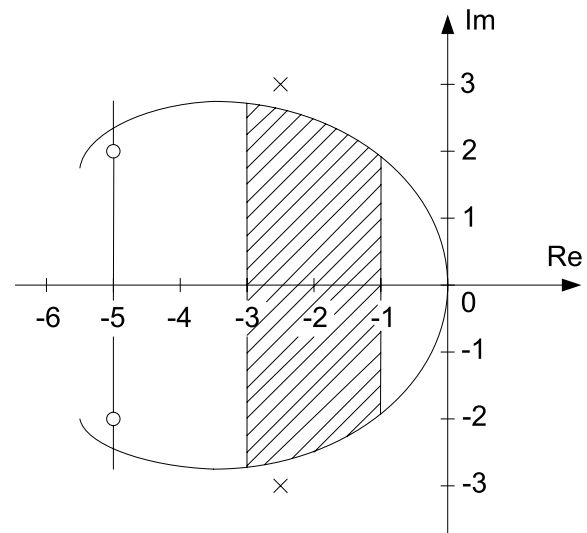


Рис. 7. Область расположения доминирующих полюсов системы, гарантирующая $\sigma \leq 10\%$ и $t_p = 1 \dots 3$ с

Для проверки полученных результатов, рассмотрим несколько случаев, когда доминирующие полюса расположены на границе, внутри и вне найденной области устойчивости, и оценим прямые и расчетные показатели качества системы. Результаты представлены в таблице.

Таким образом, найденная область расположения полюсов с заданными показателями качества удовлетворяет поставленным условиям задачи, а расчетные показатели качества системы автоматического управления совпадают с достаточной точностью с прямыми показателями.

Заключение

Проведен анализ влияния расположения нулей и доминирующих полюсов передаточной функции замкнутой системы на качество её переходного процесса. На основе корневого метода показана необходимость учета нулей системы для определения достоверных показателей качества. Предложен

Таблица. Анализ вариантов расположения доминирующих полюсов

Расположение доминирующих полюсов	Полюса относительно области устойчивости		
	Внутри $s_1 = -2+1j$ $s_2 = -2-1j$	На границе $s_1 = -2+2,39j$ $s_2 = -2-2,39j$	Вне $s_1 = -2+3j$ $s_2 = -2-3j$
Передаточная функция	$W(s) = \frac{s^2 + 10 \cdot s + 29}{s^2 + 4 \cdot s + 5}$	$W(s) = \frac{s^2 + 10 \cdot s + 29}{s^2 + 4 \cdot s + 9,71}$	$W(s) = \frac{s^2 + 10 \cdot s + 29}{s^2 + 4 \cdot s + 13}$
Прямые показатели качества	$\sigma = 2,18 \%$ $t_p = 1,4$ с	$\sigma = 10,05 \%$ $t_p = 1,4$ с	$\sigma = 19,26 \%$ $t_p = 1,4$ с
Расчетные показатели качества	$\sigma = 2,18 \%$ $t_p = 1,5$ с	$\sigma = 10,05 \%$ $t_p = 1,5$ с	$\sigma = 19,28 \%$ $t_p = 1,5$ с

способ нахождения области расположения доминирующих полюсов системы автоматического управления с заданными показателями качества

переходного процесса. Разработана методика построения границы области расположения доминирующих полюсов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Биссекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1996. – 992 с.
2. Удерман Э.Г. Метод корневого годографа в теории автоматических систем. – М.: Наука, 1972. – 448 с.
3. Скворцов Л.М. Интерполяционный метод решения задачи назначения доминирующих полюсов при синтезе одномерных регуляторов // Известия РАН. Теория и системы управления. – 1996. – № 4. – С. 10–13.
4. Вадутов О.С., Гайворонский С.А. Решение задачи размещения полюсов системы методом D-разбиения // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2004. – № 5. – С. 23–27.

Поступила 15.04.2008 г.

Ключевые слова:

Система автоматического управления, корневые оценки качества, нули и полюса системы, корневой метод.

УДК 681.5

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ РОБАСТНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ В СРЕДЕ MATLAB

М.С. Суходоев, С.А. Гайворонский, С.В. Замятин

Томский политехнический университет
E-mail: smike@aics.ru

Разработан комплекс программ для анализа и синтеза систем автоматического управления с гарантированными корневыми показателями качества. Алгоритмы основаны на робастном расширении метода корневого годографа с применением уравнений Теодорчика-Эванса. Приводятся числовые примеры.

Введение

В реальных системах автоматического управления (САУ) возможны случаи, когда некоторые их параметры не известны точно, либо меняются в процессе эксплуатации системы по заранее неизвестным законам, причем их значения в принципе не могут быть доступны измерению. Если при этом известны диапазоны возможных значений постоянных параметров или пределы изменения нестабильных параметров, то в таких случаях говорят о параметрической интервальной неопределенности. Системы, имеющие интервально-неопределенные параметры, получили название интервальных систем.

Наряду с проверкой робастной устойчивости, отвечающей на вопрос: устойчива интервальная система или нет, для проектировщика желательно также и робастное качество интервальной системы, соответствующее расположению её полюсов в некоторой заданной области комплексной плоскости.

В литературе данная проблема рассматривается как анализ робастной относительной устойчивости. Понятие относительной устойчивости связано с разнообразными вариантами расположения корней интервального характеристического полинома соответственно возможным сочетаниям варьируемых параметров в рамках фиксированных интервалов.

До настоящего времени исследования в этой области велись преимущественно алгебраическими и частотными методами в двух направлениях: формулирование необходимых и достаточных условий и вывод сравнительно неконсервативных достаточных условий относительной робастной устойчивости. При этом основная часть публикаций оперирует с результатами В.Л. Харитонова.

Для проектировщика важен инструмент, позволяющий производить анализ и синтез интервальных систем автоматического управления. В каждой конкретной области, как правило, существуют спе-