

Всего в первом приближении получается 1000 вариантов сочетаний параметров для каждой измерительной оси.

При переборе всех возможных вариантов оцениваются значения  $\Delta D_1$ ,  $\Delta D_2$ ,  $\Delta D_3$ , взятые по модулю, которые находятся как разность соответствующих эталонных калибров и значений, вычисленных программой при переборе, при этом ищется такое сочетание параметров, при котором все три значения  $\Delta D_1$ ,  $\Delta D_2$ ,  $\Delta D_3$  одновременно минимальны. Таким образом, после окончания перебора в первой итерации мы имеем значения геометрических параметров, определённых с точностью до одного мм, давшие наименьшую погрешность во всём диапазоне измеряемых диаметров. Однако при этих значениях погрешность определяется  $\Delta D_1$ ,  $\Delta D_2$ ,  $\Delta D_3$  не соответствует требуемой, поэтому производится

еще несколько (обычно 2–3) переборов по аналогичному алгоритму, но с последовательным сужением диапазона поиска в 10 раз и с таким же уменьшением шага изменения искомым величин.

#### Заключение

Предложен способ нахождения геометрических параметров измерителей диаметра кабельных изделий, базирующихся на теневом методе измерения в расходящемся лазерном пучке. Механизм поиска позволяет с точностью до 1 мкм определять геометрические параметры конкретного измерительного прибора. Использование полученных значений при вычислении диаметра позволяет достичь требуемой погрешности (10...15 мкм) для серийных измерительных приборов и обеспечить их высокие эксплуатационные и метрологические характеристики.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фролов Д.Н., Свендровский А.Р., Гольцеймер А.А., Гладышев Ю.Г. Опыт разработки устройства бесконтактного измерения диаметра кабельных изделий // Электротехника. – 1991. – № 3. – С. 26–28.
2. Свендровский А.Р. Расчёт диаметра в бесконтактных двухкоординатных измерителях // Научно-технические проблемы приборостроения и машиностроения: Тез. докл. I Всеросс. конф. – Томск, 2005. – С. 31–33.

3. Свендровский А.Р., Рябов Е.В., Фёдоров Е.М. Двухкоординатный лазерный измеритель диаметра «Цикада-2.72» // Научно-технические проблемы приборостроения и машиностроения: Тез. докл. I Всеросс. конф. – Томск, 2005. – С. 40–42.

Поступила 30.06.2008 г.

УДК 621.7

## НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРИ ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ВОЛОЧЕНИИ МЕДНОГО ПРУТКА

Д.П. Снигирев

Томский политехнический университет  
E-mail: zvm@tpu.ru

*Экспериментально-аналитическим способом исследовано напряженное состояние в пластической области при волочении медного прутка. Представленные результаты могут быть полезны специалистам, решающим как теоретические, так и практические задачи: количественные и качественные картины изменений напряжений способны послужить основой получения теоретических решений осесимметричных задач с учетом реальных явлений упрочнения материалов. Выявленные особенности изменения контактных напряжений в области «Заготовка-инструмент» пригодны при решении практических задач.*

#### Ключевые слова:

*Деформация, напряжение, твердость, интенсивность напряжений, гидростатическое давление, девиатор напряжений, волочение, фильера, осесимметричное пластическое деформирование, меридиональная поверхность.*

Многие технологические операции сопровождаются пластическим деформированием, в том числе, холодное выдавливание и волочение. Для решения теоретических и практических задач, связанных с этими процессами, нужно знать напряженное состояние обрабатываемого металла в пластически деформируемой области. Например, для оценки деформируемости, т. е. способности металла подвергаться деформированию без разрушений, определения контактных напряжений и деформирующих усилий. Контактные напряжения могут быть использованы при оценке прочности инструмента. Несмотря на

значительный интерес ученых к осесимметричным задачам [1–3], напряженное состояние при указанных технологических операциях исследовано недостаточно. Экспериментальные исследования трудоемки и обладают ограниченной разрешающей способностью, аналитические решения получены для идеально-пластического тела в предположении о «полной пластичности», выдвинутом А. Хааром и Т. Карманом. Относительно применимости гипотезы о «полной пластичности» Р. Хилл отмечает [4] «... гипотеза Хаара-Кармана для металлов физически нереальна, и она вводит ошибку неизвестной величины».

Напряженное состояние в установившейся стадии волочения медного прутка исследовалось экспериментально-аналитическим способом: путем сочетания метода измерения твердости с методом делительных сеток, предложенных в работе [2]. По этому методу напряжения в пластической области определяют по распределению твердости. По полученной твердости – HV определяют интенсивность напряжений –  $\sigma_i$  для чего предварительно строят тарировочный график  $HV=f(\sigma_i)$  по результатам испытания исследуемого материала в условиях линейного напряженного состояния.

В установившейся стадии волочения некоторое семейство линий в недеформированном металле ориентировано параллельно оси заготовки (рис. 1), а при прохождении через калибрующую часть фильеры эти линии, деформируясь, искривляются, повторяя геометрию инструмента. Модуль линейной скорости точки на криволинейном участке можно определить по предварительно нанесенным отметкам на меридиальной поверхности одной из половин испытуемого образца, а вектор линейной скорости этой точки направлен по касательной к ее траектории.

Если на линии, ориентированной вдоль оси волочения, нанести через равные промежутки  $a_0$  отметки, то в своем движении относительно фильеры точка 1 занимает положение точки 2, точка 2 – положение точки 3 и т. д. (рис. 1) за один и тот же промежуток времени  $\Delta t$ :

$$\Delta t = \frac{a_0}{V_0},$$

где  $V_0$  – линейная скорость волочения.

Относительная линейная скорость перемещения точки может быть представлена выражением:

$$V = \frac{a}{\Delta t} = V_0 \frac{a}{a_0},$$

здесь  $a$  – линейный размер между отметками после деформирования.

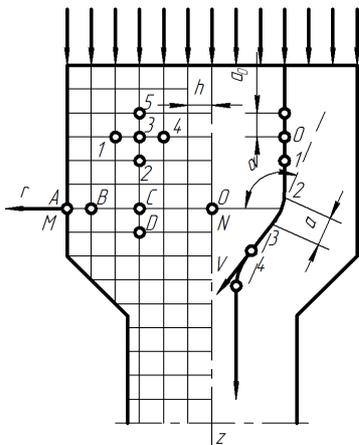


Рис. 1. Траектория движения точки на меридиальной поверхности заготовки при прохождении через калибрующую часть фильеры

Составляющие скорости в цилиндрической сетке координат:

$$V_r = V \cos \alpha; \quad V_z = V \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол наклона касательной к траектории точки, отсчитываемый от радиуса заготовки  $Or$  в положительном направлении – по часовой стрелке (рис. 1).

При осесимметричном деформировании компоненты тензора скорости деформации выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_r &= \frac{\partial V_r}{\partial r} = \frac{V_0}{a_0} \left( \frac{\partial a}{\partial r} \cos \alpha - a \cdot \sin \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial r} \right); \\ \dot{\epsilon}_z &= \frac{\partial V_z}{\partial z} = \frac{V_0}{a_0} \left( \frac{\partial a}{\partial z} \sin \alpha + a \cdot \cos \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial z} \right); \\ \dot{\epsilon}_\varphi &= \frac{V_0}{a_0} \cdot \frac{a}{r} \cos \alpha; \\ \dot{\gamma}_{rz} &= \frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} = \frac{V_0}{a_0} \left[ \cos \alpha \left( \frac{\partial a}{\partial z} + a \frac{\partial \alpha}{\partial r} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \sin \alpha \left( \frac{\partial a}{\partial r} - a \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial z} \right) \right]. \end{aligned} \quad (1)$$

Интенсивность скорости деформации в условиях осесимметричного деформирования выражается зависимостью:

$$\dot{\epsilon}_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\dot{\epsilon}_r - \dot{\epsilon}_\varphi)^2 + (\dot{\epsilon}_\varphi - \dot{\epsilon}_z)^2 + (\dot{\epsilon}_z - \dot{\epsilon}_r)^2 + \frac{3}{2} \dot{\gamma}_{rz}^2},$$

а компоненты девиатора напряжений вычисляются по соотношениям:

$$\begin{aligned} \sigma_r - \sigma &= \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\dot{\epsilon}_i} \dot{\epsilon}_r; \quad \sigma_z - \sigma = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\dot{\epsilon}_i} \dot{\epsilon}_z; \\ \sigma_\varphi - \sigma &= \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\dot{\epsilon}_i} \dot{\epsilon}_\varphi; \quad \tau_{rz} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\dot{\epsilon}_i} \dot{\gamma}_{rz}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $\sigma$  – гидростатическое давление:

$$\sigma = \frac{\sigma_r + \sigma_\varphi + \sigma_z}{3},$$

Интенсивность напряжений определяют по твердости HV из тарировочного графика, построенного по результатам испытания исследуемого материала на сжатие 15-и тарировочных образцов.

Из уравнений состояния (2) видно, что постоянный множитель  $V_0/a_0$  в соотношениях (1) можно не учитывать. В связи с этим целесообразно перейти к приращениям деформации:

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_r &= \frac{\partial a}{\partial r} \cos \alpha - a \cdot \sin \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial r}; \\ \Delta \epsilon_z &= \left( \frac{\partial a}{\partial z} \sin \alpha + a \cdot \cos \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial z} \right); \\ \Delta \epsilon_\varphi &= \frac{a}{r} \cos \alpha; \end{aligned}$$

$$\gamma_{rz} = \cos \alpha \left( \frac{\partial a}{\partial z} + a \frac{\partial \alpha}{\partial r} \right) + \sin \alpha \left( \frac{\partial a}{\partial r} - a \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial z} \right).$$

Производные определяют по приближенным соотношениям (рис. 1):

$$\left(\frac{\partial a}{\partial r}\right)_3 = \frac{a_1 - a_4}{2h}; \quad \left(\frac{\partial a}{\partial z}\right)_3 = \frac{a_5 - a_2}{2h};$$

$$\left(\frac{\partial \alpha}{\partial r}\right)_3 = \frac{\alpha_1 - \alpha_4}{2h}; \quad \left(\frac{\partial \alpha}{\partial z}\right)_3 = \frac{\alpha_5 - \alpha_2}{2h}$$

и т. д. Здесь  $h$  – база сетки, мм.

Компоненты девиатора напряжений вычисляются по соотношениям:

$$S_r = \sigma_r - \sigma = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\Delta \varepsilon_i} \Delta \varepsilon_r; \quad S_z = \sigma_z - \sigma = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\Delta \varepsilon_i} \Delta \varepsilon_z;$$

$$S_\varphi = \sigma_\varphi - \sigma = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\Delta \varepsilon_i} \Delta \varepsilon_\varphi; \quad \tau_{rz} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\Delta \varepsilon_i} \gamma_{rz}.$$

Для определения гидростатического давления интегрируют одно из дифференциальных уравнений равновесия (3).

Если объемные силы отсутствуют, а инерционные напряжения незначительны, то дифференциальные уравнения равновесия имеют вид:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0. \quad (3)$$

Согласно первому из этих уравнений (см. рис. 1):

$$(\sigma_r)_B = (\sigma_r)_A + \int_A^B \left( \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} \right) \partial r. \quad (4)$$

По второму уравнению:

$$(\sigma_z)_D = (\sigma_z)_C - \int_C^D \left( \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} \right) \partial z. \quad (5)$$

Интегрирование выполняют графически. Интеграл (4) определяется во всех точках радиуса, как площадь, заключенная под кривой:

$$f(r) = \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r}.$$

Интеграл (5) определяется во всех точках в направлении оси  $z$ , как площадь, заключенная под кривой:

$$f(z) = \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} - \frac{\tau_{rz}}{r}.$$

Постоянную интегрирования в уравнении (4) –  $(\sigma_r)_A$  определяют по усилию при волочении с учетом силы трения:

$$-(P - F) = 2\pi \int_0^R \sigma_z \cdot r \cdot \partial r =$$

$$2\pi R^2 (\sigma_r)_A + 2\pi \int_0^R (S_z - S_r + S) r \cdot \partial r, \quad (6)$$

где  $R$  – радиус фильеры;  $P$  – усилие волочения в установившейся стадии;  $F$  – сила трения при волочении;  $S$  – интеграл в выражении (4).

Из уравнения (6) находят напряжение в точке  $A$  (см. рис. 1):

$$(\sigma_r)_A = \frac{-(P - F) - 2\pi \int_0^R (S_z - S_r + S) r \cdot \partial r}{2\pi R^2}. \quad (7)$$

Для определения радиальных напряжений  $\sigma_r$  других точек радиуса используют ур. (4). Зная в какой-либо точке одно из нормальных напряжений и девиатор напряжений, определяют значение гидростатического давления  $\sigma$ :

$$\sigma = \sigma_r - S_r \text{ и т. д.}$$

Осевые напряжения  $\sigma_z$  вдоль линий, параллельных оси заготовки, определяют по ур. (5).

Таким образом определяется напряженное состояние во всей пластической области заготовки.

Нормальные контактные напряжения  $\sigma_n$  на поверхности фильеры с заготовкой определяют посредством обычного преобразования:

$$\sigma_n = \sigma_r \cos^2 \gamma + \sigma_z \sin^2 \gamma + \tau_{rz} \sin 2\gamma. \quad (8)$$

Здесь  $\gamma$  – половина угла раствора конической поверхности фильеры.

Волочение осуществляли на десятитонном гидравлическом прессе с постоянной скоростью. Непосредственно перед волочением заготовку и рабочую часть фильеры покрывали смазкой № 5 [5]. Рецептура смазки № 5 следующая: веретенное масло – 43 %; рыбий жир – 8 %; графит – 15 %; олеиновая кислота – 8 %; сера – 5 %; зеленое мыло – 6 %; вода – 15 %. Образцы для волочения изготавливали из симметричных половин, разделенных по меридиональной плоскости. Меридиональные поверхности этих образцов полировали. На полированной поверхности одной из половин составного образца наносили алмазным наконечником нормальную сетку с базой 2 мм.

Семейство линий, параллельных и перпендикулярных оси образца, наносили с использованием только ручных подач с целью исключения искажений наносимых линий от вибраций и, соответственно, повышения точности получаемой сетки. Расстояние между рисками нанесенной сетки контролировали на инструментальном микроскопе. Анализ контрольных измерений показал, что максимальное отклонение от принятой базы не превышало 0,05 мм.

При волочении составного прутка свободные концы, как правило, расходятся. Для устранения указанного явления свободные концы заготовки сводили специальной обоймой.

Через фильеру проволочили 150...170 мм исходной заготовки, получив образец № 1. Затем, не снимая с заготовки первую фильеру, осуществили волочение через вторую фильеру на длине 100...120 мм, получив образец № 2. Половина угла раствора у конических поверхностей обеих фильер одинакова:  $\gamma = 7^\circ 30'$ , а степень обжатия у первой фильеры  $\Psi = 10,97\%$ , у второй  $\Psi = 10,16\%$ . Степень обжатия определяли по выражению  $\Psi = (D^2 - d^2)/D^2 \cdot 100\%$ . Как в первом, так и во втором случаях усилие волочения стабилизировалось через 30...40 мм после

прохождения калибрующей части фильеры. Таким образом, в обоих случаях волочение прекращалось в установившейся стадии деформирования.

Меридиональную поверхность продеформированного образца использовали для измерения твердости по Виккерсу, с другой половины снимали увеличенную в 20 раз деформированную сетку.

Расчет приращений деформаций и напряжений выполняли с учетом изотропного деформационного упрочнения материала. Значения параметра  $a$  определяли непосредственным измерением увеличенной деформированной сетки, а углов  $\alpha$  – построением изолиний  $\alpha = \text{const}$  (рис. 2). Из этого рисунка видно, что зона деформирования продольных волокон при двукратном волочении охватывает большую область меридионального сечения, чем при однократном волочении. Результаты измерения твердости приведены в виде изолиний  $HV = \text{const}$  на рис. 3. Относительно исходной, твердость после однократного волочения возросла на 32 %, а после двукратного – на 40 %. Во втором слу-

чае наибольшие значения твердости принадлежат области, расположенной у периферии вблизи контакта заготовки с фильерой. По распределению твердости с помощью тарировочного графика определяли распределение интенсивности напряжений в пластической области заготовки.

Из условий равновесия (3) граничное напряжение определяли на свободной от напряжений точке. Эта точка расположена вблизи входа заготовки в коническую часть фильеры и лежит на радиусе, совпадающим с одной из горизонтальных линий расчетной сетки (на рис. 2–8 этот радиус обозначен под № 1). Усилие волочения в ур. (7) принимали равным нулю.

Полученные напряжения при волочении прутка из меди М1 представлены на рис. 4–8. Нормальные осевые напряжения на меридиональном сечении исследуемого образца распределены неравномерно: у поверхности кон такта заготовки с инструментом напряжения  $\sigma_z$  оказались сжимающими. Область максимальных растягивающих напряжений  $\sigma_z$  сосредоточена вблизи заготовки при входе в кали-

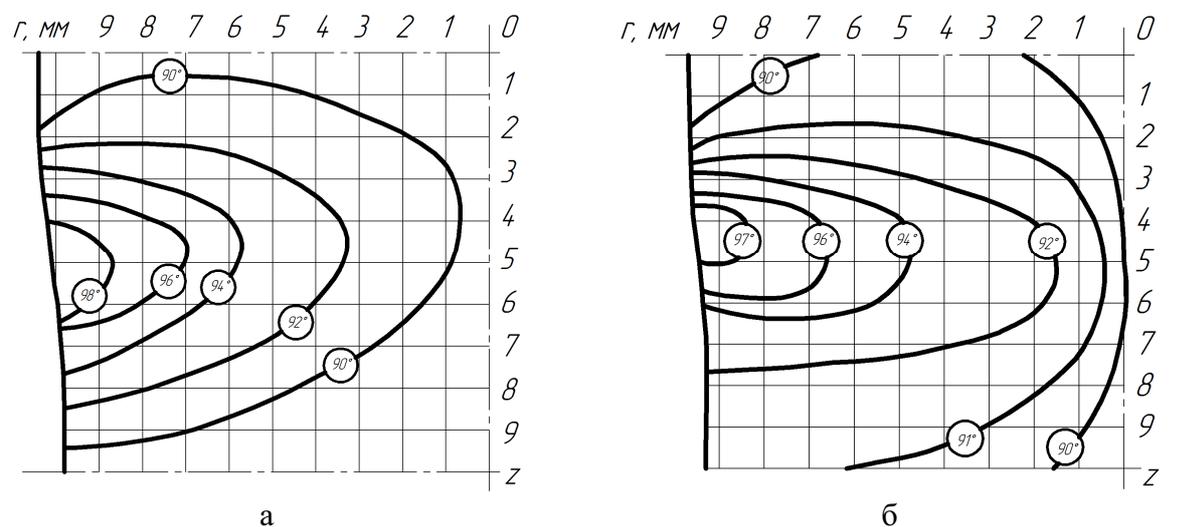


Рис. 2. Распределение изолиний  $\alpha = \text{const}$  при волочении: а) однократном; б) двукратном

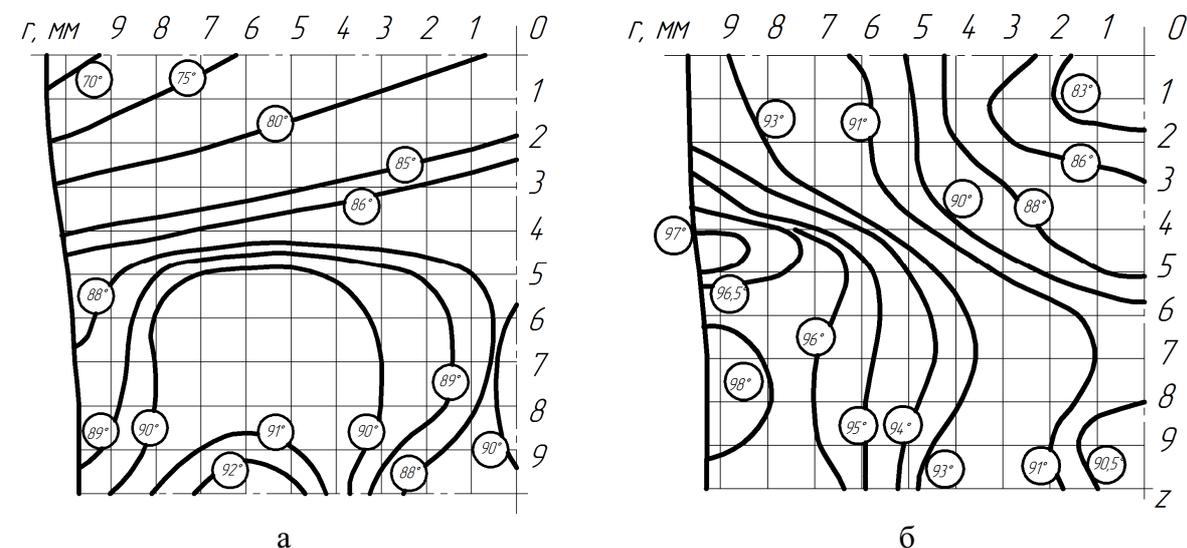


Рис. 3. Распределение изолиний твердости  $HV = \text{const}$  при волочении: а) однократном; б) двукратном

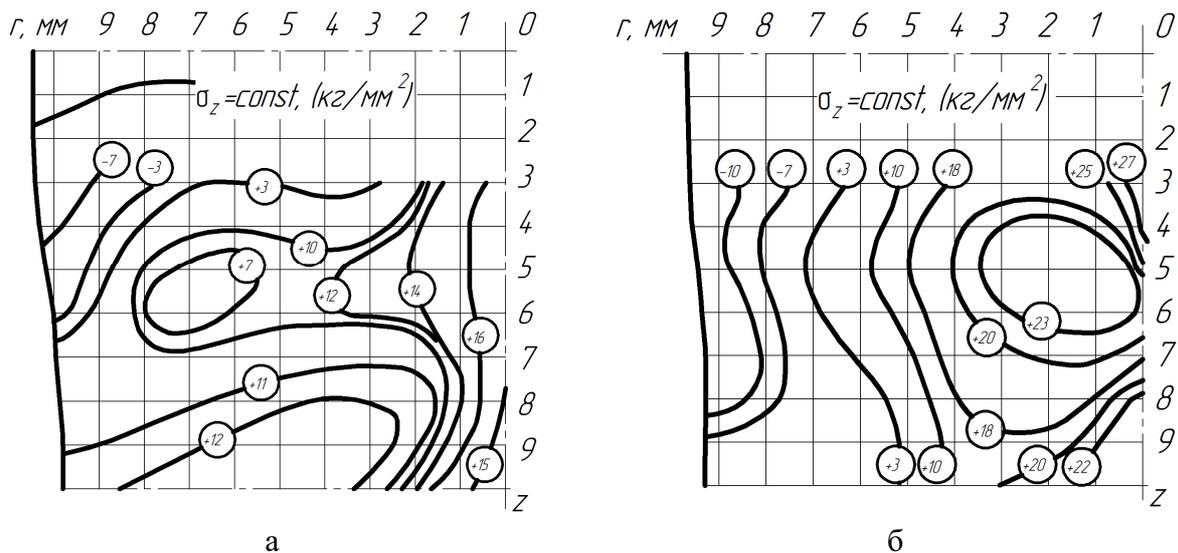


Рис. 4. Распределение изолиний осевых напряжений при волочении: а) однократном; б) двукратном

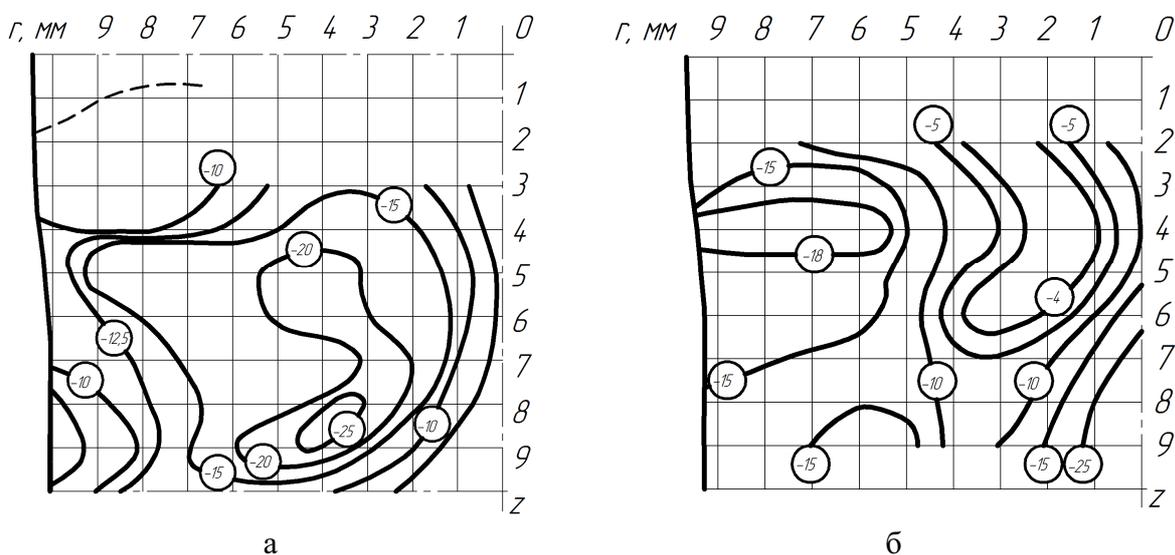


Рис. 5. Распределение изолиний радиальных напряжений при волочении: а) однократном; б) двукратном

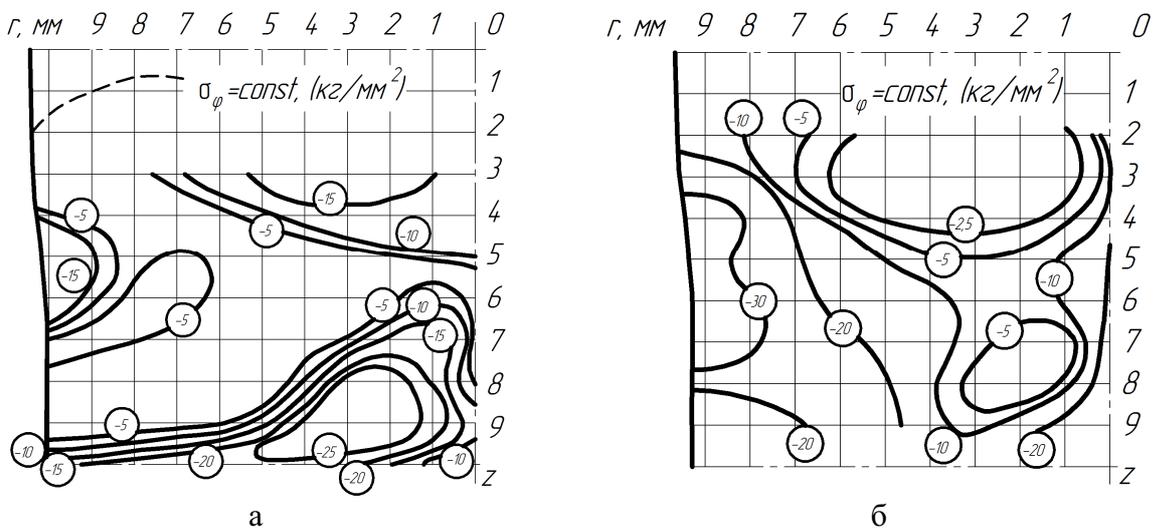


Рис. 6. Распределение изолиний окружных напряжений при волочении: а) однократном; б) двукратном

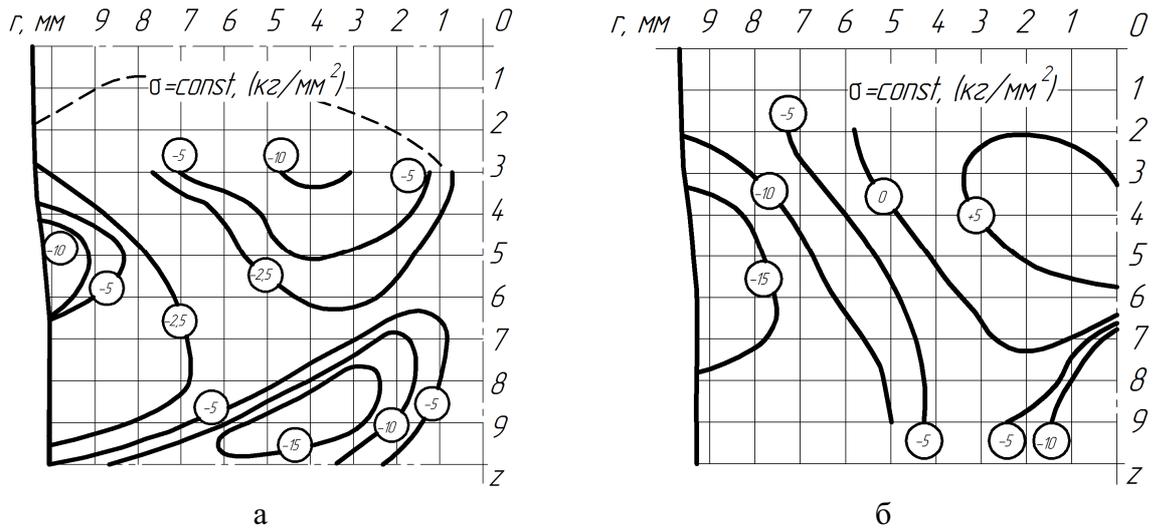


Рис. 7. Распределение изолиний гидростатического давления при волочении: а) однократном; б) двукратном

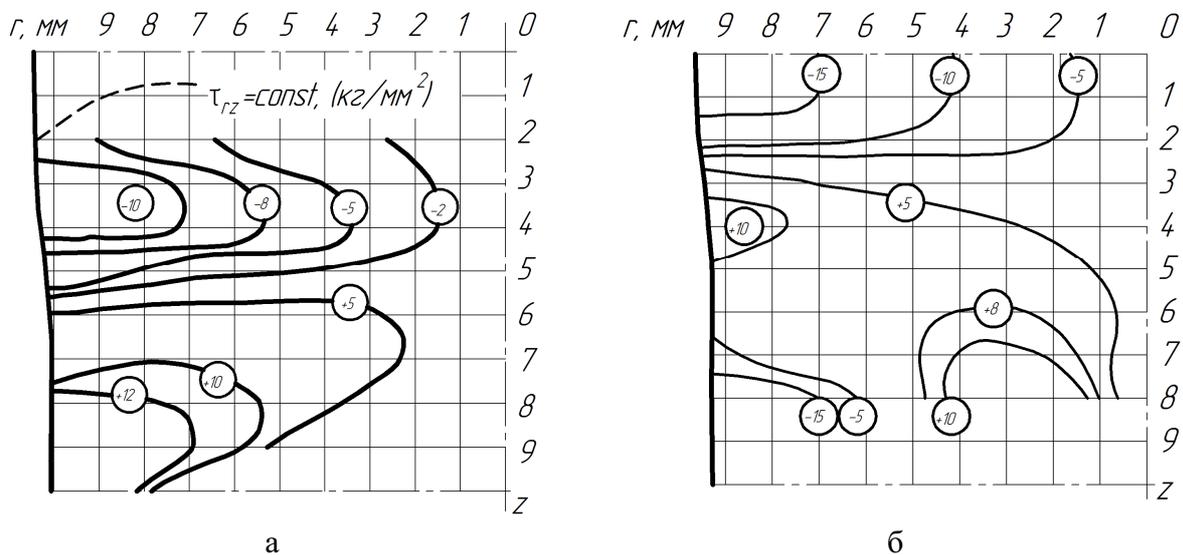


Рис. 8. Распределение изолиний касательных напряжений при волочении: а) однократном; б) двукратном

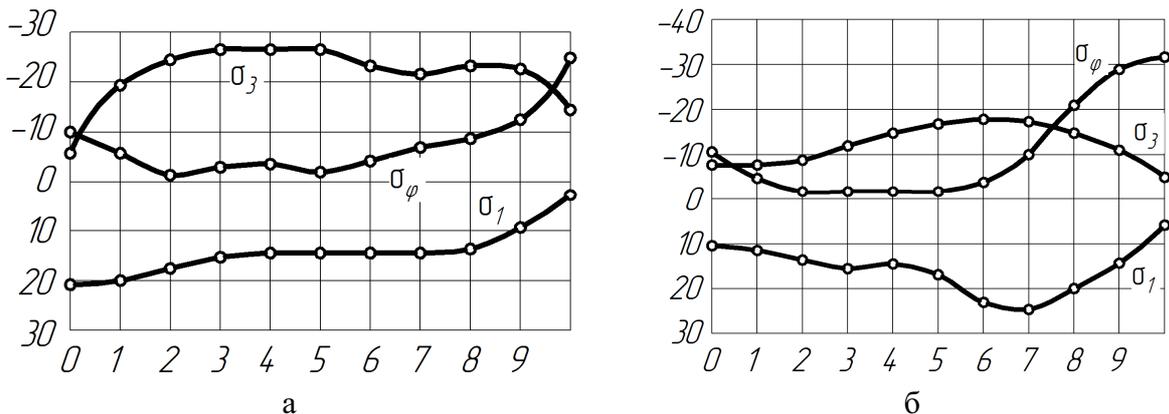


Рис. 9. Проверка предположения А. Хаара и Т. Кармана при волочении: а) образец № 1 (4 ряд); б) образец № 2 (4 ряд)

брующую часть фильеры. Причем в указанной области абсолютные значения осевых растягивающих напряжений значительно больше при двукратном волочении. На этом основании можно утвер-

ждать, что при многократном волочении тенденция роста абсолютных значений напряжений сохраняется от перехода к переходу, но всякое упрочнение при пластическом деформировании имеет предел.

Из рис. 5 и 6 видно, что в каждом исследуемом случае радиальные и окружные напряжения остаются сжимающими во всей пластической области. При двукратном волочении в приконтактной зоне заготовки с инструментом абсолютное значение сжимающих радиальных и окружных напряжений больше, чем при однократном. Однако, в срединной части половины меридионального сечения заготовки радиальные и окружные напряжения уменьшаются в несколько раз.

Распределение гидростатического давления приведено на рис. 7. При однократном волочении области максимальных отрицательных гидростатических давлений выявлены в трех местах: в срединной зоне половины меридионального сечения при входе в калибрующую часть, при выходе из калибрующей части инструмента и в приконтактной зоне. При двукратном волочении выявлены только две области максимальных отрицательных гидростатических давлений: в приконтактной зоне и при выходе из калибрующей части инструмента вблизи оси заготовки. Выявлена также в срединной зоне заготовки в пределах калибрующей части и при входе в нее достаточно обширная область положительных гидростатических давлений.

Распределение касательных напряжений представлено на рис. 8. Для достаточно определенного деления касательных напряжений на две области: положительную и отрицательную как при однократном, так и при двукратном волочении можно мысленно выделить нулевую линию, совпадающую с плоскостью, ориентированной перпендикулярно оси заготовки и проходящую через середину конической части фильеры.

С целью проверки предположения А. Хаара и Т. Кармана о «полной пластичности» при осесимметричном деформировании построили график распределения напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$  и  $\sigma_\varphi$  вдоль радиуса № 4 для однократного и двукратного волочений (рис. 9). Из полученной графической информации видно, что ни одно из главных напряжений ни в одном из исследуемых образцов не равны окружному напряжению. А это значит, что названное предположение о «полной пластичности» при осесимметричном деформировании не выполняется.

Нормальные напряжения в контакте заготовки с инструментом определяли по выражению (8) для 5-ти рядов: 2, 3, 4, 5 и 6. Полученные результаты приведены на рис. 10. Из этой графической информации видно, что с увеличением числа переходов при волочении нормальные напряжения в контакте возрастают по абсолютной величине.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бровман М.Я. О решении уравнений пластического течения при осесимметричной деформации // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2007. – № 2. – С. 137–146.
2. Дель Г.Д., Огородников В.А. Экспериментально-аналитическое исследование напряженного состояния при осесимметричном прессовании упрочняющегося металла // Известия вузов. Машиностроение. – 1969. – № 2. – С. 15–18.

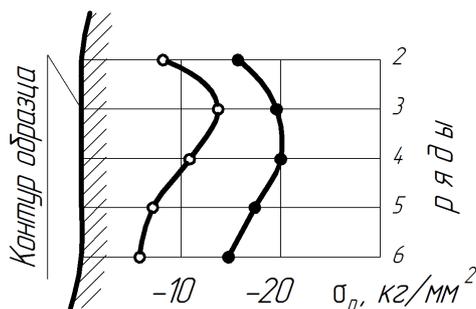


Рис. 10. Касательные напряжения при волочении: ○ – однократном; ● – двукратном

Распределяются эти напряжения неравномерно по длине контакта: при входе металла в коническую часть фильеры контактные напряжения резко возрастают до какого-то значения, затем плавно убывают к выходу из конической части фильеры. Полученные результаты по контактным напряжениям хорошо согласуются с реальными явлениями износа внутренних геометрических контуров фильер. Вероятно можно повысить износостойкость фильеры одним из известных способов, например, ионизацией не всей фильеры, а только калибрующей конической части.

#### Выводы

1. Экспериментально-аналитическим способом исследовано напряженное состояние в пластической области при осесимметричном волочении медного прутка.
2. Показано, что ни одно из главных напряжений в исследованных образцах не равно окружному напряжению. Отсюда следует, что предположение А. Хаара и Т. Кармана о «полной пластичности» при осесимметричном волочении не выполняется.
3. Нормальные напряжения в контакте заготовки с инструментом заметно возрастают до определенного значения при входе металла в коническую часть фильеры, затем к выходу из фильеры плавно убывают.
4. Полученные результаты о нормальных контактных напряжениях хорошо согласуются с практически наблюдаемым износом внутренних геометрических поверхностей фильер.
5. Качественные изменения полученного напряженного состояния на меди могут быть перенесены на волочение других материалов при сохранении геометрии фильер и соответствующем подборе смазки.

3. Унков Е.П., Джонсон У., Колмогоров В.Л. и др. Теория пластических деформаций металлов // Под ред. Е.П. Ункова, А.Г. Овчинникова. – М. Машиностроение, 1985. – 368 с.
4. Хилл Р. Математическая теория пластичности. – М.: Гостехиздат, 1956. – 407 с.
5. Вейлер С.Я., Лихтман В.И. Действие смазок при обработке металлов давлением. – М.: Изд-во АН СССР, 1960. – № 7. – 57 с.

Поступила 26.06.2008 г.