УДК 004

РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ СТОИМОСТИ ОПЦИОНА «CALL» НА ЯЗЫКЕ VBA

М.Э. Фатьянова
Научный руководитель: М.Е. Семенов, к.т.н., доцент каф. ВМиМФ ТПУ
Национальный исследовательский Томский политехнический университет
E-mail: mef1@tpu.ru

In present article, construction of a binomial tree for calculation of cost of an option «call» in Microsoft Excel is considered. Key ideas and assumptions of model are resulted a basic formula for calculation. Calculation of cost of an option «call» on rate USD/RUR is lead.

Key words: Binomial tree, model, option, cost, rate USD/RUR.
Ключевые слова: биномиальное дерево, модель, опцион, стоимость, курс USD/RUR.

Целью данной работы является построение биномиального дерева для вычисления стоимости опциона «call» в Microsoft Excel.

Биномиальная модель вычисления стоимости опционов

Аналитические формулы имеются лишь для очень ограниченного набора экзотических опционов: бинарных, простейших видов барьерных и азиатских, а также некоторых других. Поэтому в абсолютном большинстве приходится использовать численные методы оценки. Численные методы включают в себя биномиальный и Монте Карло.

Приведем общую формулу для многопериодной биномиальной модели (БМ):

$$c = \frac{1}{R^n} \cdot \left[\sum_{j=0}^{n} \left(\frac{n!}{j! \cdot (n-j)!} \right) \cdot p^j \cdot \left(1-p\right)^{n-j} \cdot \max\left(0; u^j \cdot d^{n-j} \cdot S - X\right) \right]. \tag{1}$$

Формула (1) говорит о том, что цена опциона равна дисконтированной стоимости суммы ожидаемых выплат по контракту к моменту его истечения. Весь срок обращения разбит на n периодов. Соответственно, в знаменателе R^n – это коэффициент дисконтирования, который учитывает ставку без риска и количество периодов. Числитель показывает ожидаемое значение суммы выплат по опциону с учетом вероятности каждого конкретного исхода. Поскольку мы рассматриваем биномиальный процесс, то в каждом периоде цена акции может пойти либо вверх с вероятностью p, либо вниз с вероятностью (1-p). Индекс j показывает количество периодов, когда цена акции возрастала из общего числа периодов n. Величина (n-j) соответственно, говорит о количестве периодов, в течение которых цена акции падала. Знак суммы в формуле показывает, что количество возможных вариантов роста цены акции имеет диапазон от $j=0$ до $j=n$. При $j=0$ оценивается вероятность падения цены акции в каждом периоде. При $j=n$ оценивается вероятность роста цены акции в каждом периоде. Оцениваются все возможные комбинации движений цены акции за n периодов. Выражение $n!/(j! \cdot (n-j)!)$ показывает количество различных комбинаций движения цены акции, которые дают одну и ту же цену к моменту истечения контракта. Выражение $p^j \cdot (1-p)^{n-j}$ говорит о вероятности события, когда курс акции вырастет j раз и упадет (n-j) раз. Комбинация [max (0; $u^j \cdot d^{n-j} \cdot S-X$)] дает выплату по опциону к моменту истечения контракта, если цена акции росла в j периодах на величину u и падала в (n-j) периодах на величину d. Все выражение без знака суммы формулы (1), которое стоит перед [max (0; $u^j \cdot d^{n-j} \cdot S-X$)] показывает вероятность того, что цена акции будет расти в j периодах из n периодов и падать в (n-j) периодах с учетом всех возможных комбинаций роста и падения цены акции [1].

Основное допущение БМ для цен опционов состоит в том, что рынок опционов является эффективным, т. е. спекулянты не могут получить чрезмерную прибыль от комбинации с базисным инструментом и опционом при их одновременной покупке и/или продаже [2]. Представление модели обычно строится для европейского опциона, который может быть исполнен в день погашения.

Построение биномиальной модели

Для демонстрации наглядного примера рассмотрим маржируемый опцион call (колл) на фьючерсный контракт на курс доллар США – российский рубль. Возьмем исторические данные за период: 01.10.13–20.01.14, так как для этого промежутка времени ранее проводилось конструирование СП. Пусть страйк $E = 32250$ руб.; текущая цена базового актива $P_s = 32237$ руб.; риск базового актива $\sigma = 14.99$ %; срок $T = 0.27$ года (3 мес.); безрисковая ставка $r = 6.5$ %.

Так как страйк E по отношению к P_s не является «дальним», то для построения достаточно взять $n = 50$ периодов. Отметим, что при увеличении n, точность вычисления будет расти. Таким образом, построим n = 50 – периодную биномиальную модель, добавив к имеющимся новые входные параметры: $u = 1.01$; $d = 0.99$; $p = 0.51$; $q = 0.49$.

Используя формулу (1) работы [3] рассчитаем сначала цену фьючерса на курс доллар/рубль, а затем найдем цену опциона на фьючерс. В результате у нас получится 2 «треугольника чисел» протяженностью по вертикали и горизонтали в $n = 50$ периодов (рис. 1).

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9										3847,48
8									3495,762	3127,559
7								3157,315	2802,857	2462,633
6							2833,811	2494,872	2172,045	1867,324
5						2526,86	2205,148	1901,361	1617,424	1355,189
4					2237,921	1934,985	1651,623	1389,584	1150,439	935,4582
3				1968,22	1685,368	1423,481	1184,04	968,2466	776,9106	610,3591
2			1718,686	1456,911	1217,162	1000,576	807,9234	639,5227	495,1749	374,1263
1		1489,904	1249,836	1032,477	838,5606	668,398	521,8181	398,1322	296,1351	214,1451
0	**1282,091**	1063,977	868,8445	696,9991	548,2937	422,0973	317,2946	232,3196	165,2249	113,7817

Рис. 1. Первые 9 периодов n = 50-периодной биномиальной модели

Таким образом, мы получим стоимость опциона по биномиальной модели: $V_{c2} = 1282.09$ руб. Ранее было получено, что стоимость опциона по формуле Блэка-Шоулза $V_{c1} = 1286.45$ руб. Наглядно видно, что расхождение между этими значениями составляет 0.34 %.

Биномиальная модель ценообразования тоже имеет следующие ограничения: траектории цен, описываемые с помощью модели, более плавны и потому менее реалистичны, чем наблюдаемое на практике поведение цен. В реальной жизни бывают дни как с очень высокой, так и с очень низкой волатильностью. Модель же не предусматривает сильного роста или падения цен за первый временной шаг. В качестве следствия можно отметить, что метод является удобным для проверки результатов оценки другими методами, однако для «глубоких» страйков метод не рекомендуется к применению ввиду равномерности сетки и отсутствия детализации «на концах». Тем не менее биномиальная модель – хороший компромисс между точностью метода «Монте-Карло» и скоростью расчетов по модели Блэка-Шоулза.

Список литературы

1. Буренин А.Н. Форварды, фьючерсы, опционы, экзотические производные. – М.: НТО – 2008. – 512 с.
2. Мицель А.А., Евремов В.А. Финансовый инжиниринг на рынке опционов // Известия Томского политехнического университета. – 2009. – № 6. – С. 47–49.
3. Крицкий О.Л. Случайные процессы. Алгоритмы. Методы. Решения. – Saarbrucken: Palmarium Academic Publishing, 2013. – 144 с.