8. Бункин Ф.В., Держиев В.И., Латуш Е.Л., Муравьев И.И., Сэм М.Ф., Чеботарев Г.Д., Яковленко С.И., Янчарина А.М. Инверсия и генерация на переходе NeI λ=585,3 нм в разрядах с жесткой составляющей // Квантовая электроника. – 1986. – Т. 13. – № 12. – С. 2531–2533.
9. Латуш Е.Л., Сэм М.Ф., Чеботарев Г.Д. Механизмы генерации газоразрядного неон-водородного лазера на λ=585,3 нм // Квантовая электроника. – 1990. – Т. 17. – № 11. – С. 1418–1423.
10. Maitland A. Theory of segmented metal discharge tubes for argon lasers // J. Phys. D: Appl. Phys. – 1971. – V. 4. – P. 907–915.
11. Clark G.L., Maitland A. A copper vapour laser with the discharge confined by long metal tubes // J. Modern Optics. – 1988. – V. 35. – P. 615–621.
12. Smith A.L.S., Brooks M. Gas laser discharges in continuous metal tubes // J. Phys. D: Appl. Phys. – 1974. – V. 7. – P. 2455–2463.
13. Москалев Б.И. Разряд с полым катодом. – М.: Энергия, 1969. – 184 с.
14. McIntosh A.I., Dunn M.H., Belal I.K. Helium singlet and triplet metastable number densities in hollow-cathode/metal vapour lasers // J. Phys. D: Appl. Phys. – 1978. – V. 11. – P. 301–311.
15. Grace J.R., McIntosh A.I. Design and performance of an improved hollow cathode He-Cd$^+$ laser // J. Phys. D: Appl. Phys. – 1979. – V. 12. – P. 2043–2051.
16. Кириченко В.И., Ткаченко В.М., Тютюнник В.Б. Влияние геометрических размеров, материала катода и рода газа на область оптимальных давлений тлеющего разряда с цилиндрическим полым катодом // Журнал технической физики. – 1976. – Т. 46. – № 9. – С. 1857–1867.
17. Острицкий И.В., Ткаченко В.М. Исследование глубины проникновения плазмы в катодную полость тлеющего разряда с цилиндрическим полым катодом // Известия вузов. Радиофизика. – 1990. – № 2. – С. 258–260.
18. Энгель А., Штеенбек М. Физика и техника электрического разряда в газах. Т. 2. – М., Л.: ОНТИ, 1936. – 382 с.
19. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. – М.: Наука, 1987. – 592 с.

Поступила 03.10.2008 г.

УДК 519.624.2

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ДЛЯ УПРАВЛЯЮЩЕГО ПАРАМЕТРА КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДИФФУЗИИ ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЫ

В.П. Зимин

Томский политехнический университет
E-mail: zimin@ido.tpu.ru

Исследован алгоритм поиска решений нелинейной краевой задачи диффузии плотности плазмы в термоэмиссионном преобразователе энергии. Используя представление области возможных решений задачи на фазовой плоскости (плотность плазмы – ионный ток) показано, что область сходимости к физически адекватному решению существенным образом зависит от структуры функции для управляющего параметра краевой задачи. Даны практические рекомендации выбора этой функции и предложен алгоритм численного решения задачи. Проанализированы численные решения краевой задачи для характерных параметров преобразователя.

Ключевые слова:
Краевая задача, метод пристрелки, управляющий параметр, уравнение диффузии, низкотемпературная плазма, термоэмиссионный преобразователь энергии (ТЭП).

Введение

При анализе стационарных плазменных процессов в межэлектродном зазоре (МЭЗ) термоэмиссионного преобразователя энергии (ТЭП) необходимо решать краевую задачу, граничные условия которой задаются у электродов в виде уравнений баланса потоков частиц и энергии [1, 2]. Нахождение численного решения краевой задачи затруднено и объясняется наличием особых точек и особого поведения решений уравнения диффузии плотности плазмы в МЭЗ [3]. В [3] было предложено анализировать возможные решения стационарного уравнения диффузии на фазовой плоскости плотность плазмы – ионный ток. Для линейного случая, когда коэффициент ионизации функции генерации заряженных частиц в объеме плазмы не зависит от плотности плазмы, распределение плотности плазмы в МЭЗ слабо зависит от температуры электронов, которая находится из трансцендентного уравнения [2, 3]. При сравнительно малой плотности плазмы на ионизацию оказывает существенное влияние излучение возбужденных атомов, которое ухудшает условия ионообразования. Функция генерации становится нелинейной относительно плотности плазмы [4]. В работе [5] приближенное решение нелинейной краевой задачи сводилось к решению модифицированного трансцендентного уравнения.

Точное решение данной краевой задачи может быть получено с помощью численных методов. В этом случае краевая задача редуцируется к множеству задач Коши и применяется достаточно эффективный метод пристрелки. Суть данного метода заключается во введении одной или нескольких управляющих переменных (параметров) и в последующем нахождении их из системы уравнений. Так как в данной статье рассматривается система двух дифференциальных уравнений, то достаточно задание одного управляющего параметра. При большом числе параметров решающее значение для успешного решения краевой задачи имеет их выбор. В нашем случае на процесс поиска решения, распределений плотности плазмы и ионного тока в МЭЗ, существенно влияет вид функции для управляющего параметра, минимизация которой позволяет численно найти решение краевой задачи.

В данной статье для конкретных параметров ТЭП на основании представления решений уравнения диффузии на плоскости плотность плазмы – ионный ток исследовано влияние структуры функции для управляющего параметра краевой задачи на область сходимости её численных решений.

Математическая модель и методика её исследования

Задаются параметры ТЭП: температура эмиттера T_E, температура коллектора T_C, давление паров цезия p_{Cs}, величина МЭЗ d, работа выхода эмиттера F_E, работа выхода коллектора F_C и плотность тока преобразователя J. Основные физические упрощения математической модели о диффузии плазмы состоят в следующем. Предполагается, что плотность ионов низкотемпературной плазмы равна плотности электронов, плазма слабоионизована, температуры ионов и электронов постоянны по зазору. При этих предположениях изменения нормированных плотности плазмы $\bar{n}$ и ионного тока $\bar{J}_i$ в МЭЗ описываются системой обыкновенных дифференциальных уравнений (нормированные величины обозначены с чертой сверху) [3]:

$$\begin{cases} \dfrac{d\bar{n}}{d\xi} = -k_1 - k_2 \bar{J}_i, \\ \dfrac{d\bar{J}}{d\xi} = k_3 \bar{n}, \end{cases} \qquad (1)$$

$$k_1 = \frac{d\bar{J}e\bar{v}_e(T_E)}{4k(\bar{T}_e + \bar{T}_i)T_E \mu_{ea}}, \quad k_2 = \frac{d(\mu_{ea} + \mu_{ia})e\bar{v}_i(T_E)}{4k(\bar{T}_e + \bar{T}_i)T_E \mu_{ea}\mu_{ia}},$$

$$k_3 = \frac{4d}{\bar{v}_i(T_E)} n_a S(n, T_e), \quad \bar{v}_e(T_E) = \left(\frac{8kT_E}{\pi m}\right)^{1/2},$$

$$\bar{v}_i(T_E) = \left(\frac{8kT_E}{\pi M}\right)^{1/2}, \quad n_a = \frac{p_{Cs}}{kT_i},$$

$$S(n, T_e) = 10^{-5} S_0(n, T_e) \exp\left(-\frac{E_b(n, T_e)}{kT_e}\right). \qquad (2)$$

$$\bar{n} = \frac{n}{n_E}, \quad \bar{J}_i = \frac{4J_i}{en_E \bar{v}_i(T_E)}, \quad n_E = \frac{4J_{Ee}}{e\bar{v}_e(T_E)}, \quad \bar{J} = \frac{J}{J_{Ee}},$$

$$\bar{J}_e = \frac{J_e}{J_{Ee}}, \quad \bar{T}_e = \frac{T_e}{T_E}, \quad \bar{T}_i = \frac{T_i}{T_E}, \quad \xi = \frac{x}{d},$$

$$J_{Ee} = AT_E^2 \exp\left(-\frac{F_E}{kT_E}\right), \qquad (3)$$

где e, m – заряд и масса электрона; M – масса иона цезия; k – постоянная Больцмана; $\bar{v}_i(T_E)$, $\bar{v}_y(T_E)$ – хаотические (тепловые) скорости ионов и электронов в плазме с температурой частиц равной температуре эмиттера; n_a – плотность атомов цезия в зазоре; x, ξ – размерная и безразмерная координаты, определяющие расстояние в МЭЗ от эмиттера; J_{Ee} – плотность тока Ричардсона – Дэшмана с эмиттера; A=120 А/(К^{2}см^2) – теоретическая эмиссионная постоянная; T_e, T_i – температуры электронов и ионов. Параметры коэффициента ионизации $S_0(n,T_e)$ и $S_b(n,T_e)$ даны в [4]. Электронная $\bar{J}_e$, ионная $\bar{J}_i$ и полная $\bar{J}$ плотности тока в МЭЗ связаны соотношением:

$$\bar{J}(\xi) = \bar{J}_e(\xi) - \bar{J}_i(\xi)\frac{\bar{v}_i(T_E)}{\bar{v}_e(T_E)} \equiv \text{const}.$$

Подвижности частиц μ плазмы связаны с коэффициентами диффузии D соотношением Эйнштейна:

$$D_{\beta a} = \frac{1}{3}\bar{v}_\beta(T_\beta) l_{\beta a}, \quad \mu_{\beta a} = \frac{eD_{\beta a}}{kT_\beta}, \quad l_{\beta a} = \frac{1}{n_a \sigma_{\beta a}}, \quad (4)$$

где $l_{\beta a}$ – длина свободного пробега частиц $\beta=e,i$ (электронов и ионов) в атомах цезия; $\sigma_{\beta a}$ – сечение столкновение частиц $\beta=e,i$ с атомами цезия.

Коэффициенты k_1, k_2 системы уравнений (1) постоянные и положительные, т. к. рассматриваются токи $\bar{J}>0$; k_3 – положительная величина, в общем случае зависящая от плотности плазмы.

Для тяжелой компоненты плазмы граничные температуры с хорошей степенью точности совпадают с температурами электродов [1]: $T_{i0}=T_E$, $T_{id}=T_C$. В МЭЗ температура ионов обычно равна полусумме температур электродов $T_i=(T_E+T_C)/2$. В некоторых случаях принимают $T_i=T_E$ [2, 3].

Краевые условия для плотности плазмы и ионного тока в общем случае имеют сложный вид и зависят от полярности приэлектродных барьеров [1–3]. В дуговом режиме ТЭП, когда приэлектродные барьеры задерживают электроны плазмы и можно пренебречь ионными эмиссионными токами с электродов, ионные токи на эмиттер J_{i0} и коллектор J_{id} равны (по абсолютной величине) удвоенным хаотическим ионным токам из плазмы:

$$J_{i0} = -\frac{en_0\bar{v}_i(T_{i0})}{2}, \quad J_{id} = \frac{en_d\bar{v}_i(T_{id})}{2}, \qquad (5)$$

где n_0, n_d – плотности плазмы у эмиттера и коллектора. Для нормированных переменных краевые условия принимают вид

$$\bar{J}_{i0} = -m_1\bar{n}_0, \quad \bar{J}_{i1} = m_1\bar{n}_1, \qquad (6)$$

$$m_1 = 2\frac{\bar{v}_i(T_{i0})}{\bar{v}_i(T_E)}, \quad m_2 = 2\frac{\bar{v}_i(T_{id})}{\bar{v}_i(T_E)}.$$

Методика исследования данной краевой задачи включает этап анализа её возможных решений на фазовой плоскости плотность плазмы – ионный

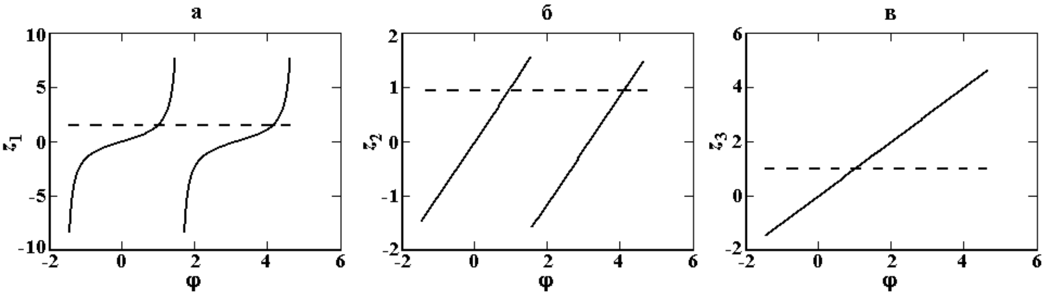

Рис. 1. *Поведение функций при m_2=0 (сплошные кривые): а) z_1; б) z_2; в) z_3. Значения ординат пунктирных прямых: а) m_2=1,453; б, в)* arctgm_2*=0,967*

ток $(\overline{n},\overline{J}_i)$ [3]. Краевые условия третьего рода (6) представляются в виде полупрямых, проведенных в четвертом (ξ=0) и первом (ξ=0) квадрантах плоскости $(\overline{n},\overline{J}_i)$. Для линейной краевой задачи $k_3=k_3(T_e)$ решения $\overline{n}=\overline{n}(\xi)$ существуют только при определенных температурах электронов T_e[2]. Используя представление решения краевой задачи на плоскости $(\overline{n},\overline{J}_i)$ в [3] получено трансцендентное уравнение, позволяющее определить T_e

$$\sqrt{k_2k_3}-\left[\begin{array}{l}\mathrm{arctg}\left(-\dfrac{\overline{J}_{i0}+\dfrac{k_1}{k_2}}{\overline{n}_0}\sqrt{\dfrac{k_2}{k_3}}\right)+\\[2ex] +\mathrm{arctg}\left(\dfrac{\overline{J}_{i1}+\dfrac{k_1}{k_2}}{\overline{n}_1}\sqrt{\dfrac{k_2}{k_3}}\right)\end{array}\right]=0. \qquad (7)$$

Решение нелинейной краевой задачи с $k_3=k_3(n,T_e)$ находится численными методами, при этом используется алгоритм, основанный на методе пристрелки, позволяющий редуцировать исходную задачу к множеству задач Коши. Фиксируется точка на фазовой плоскости $(\overline{n}_{i0K},\overline{J}_{i0K})$, удовлетворяющая краевому условию у эмиттера (6) и являющаяся начальными условия для задачи Коши. Численно интегрируется задача Коши, например, методом Рунге–Кутта четвертого порядка, и на правом конце интервала $\xi\in[0,1]$ фиксируется точка на фазовой плоскости у коллектора с координатами $(\overline{n}_{i1K},\ \overline{J}_{i1K})$. Затем варьируется температура электронов T_e (управляющий параметр) до тех пор, пока координаты данной точки не будут удовлетворять соответствующему граничному условию (6) при ξ=1. Для организации итерационного процесса для параметра T_e необходимо определить соответствующую функцию (критерий). Естественный вид данной функции (критерий I) получается из (6)

$$z_1(T_e)\equiv m_{2K}-m_2=0, \qquad (8)$$

где $m_{2K}=\overline{J}_{iK}/\overline{n}_K$, наклон прямой на фазовой плоскости, определяемый точкой $(\overline{n}_{i0K},\ \overline{J}_{i0K})$. Второй вид функции (критерий II) можно записать на основании (8) с учетом (7)

$$z_2(T_e)\equiv \mathrm{arctg}(m_{2K})-\mathrm{arctg}(m_2)=0. \qquad (9)$$

Результаты математического моделирования

Особенности поведения критериев (8) и (9) можно исследовать, не решая задач Коши. Возможные значения m_{2K} определяются положением радиус-вектора на фазовой плоскости, т. е. они зависят от угла φ, отсчитываемого против часовой стрелки от положительного направления оси $o\overline{n}$. В этом случае $\overline{n}=R_0\cos(\varphi)$ и $\overline{J}_i=R_0\sin(\varphi)$, R_0 – длина радиус-вектора. При исследовании функций можно не учитывать значение m_2 и принять m_2=0, т. к. константа не влияет на особенности их поведения.

На рис. 1, *а*, *б*, представлено поведение функций (8) и (9) при изменении угла радиус-вектора в диапазона $\varphi\in[-\pi/2,3\pi/2]$. Причем для (9) взяты значения главной ветви арктангенса.

Видно, что исследуемые функции в точках $\pi/2$ и $-\pi/2$ терпят разрыв. Причем для (8) это разрывы второго рода (функции равны $\pm\infty$), а для (9) – первого рода (функции равны $\pi/2$). Эти разрывы существенно влияют на процесс нахождения корней функций, и, следовательно, на весь процесс поиска решения краевой задачи. На самом деле, из рис. 1, *а*, *б*, видно, что функции (8) и (9) будут иметь бесконечное множество корней (точки пересечения сплошных и пунктирных кривых). Но физически адекватное решение краевой задачи ($\overline{n}>0$) находится только в диапазоне для $\varphi\in[-\pi/2,\ \pi/2]$. Поэтому необходимо построить однозначную функцию для управляющего параметра, в частности, устранить разрывы функции. Это можно сделать только во втором случае, т. к. в первом случае разрывы является неустранимыми.

Разрывы во втором случае устраняются, когда в качестве первого слагаемого для функции (9) берутся значения Arctg(m_{2K})=arctg(m_{2K})$\pm\pi i$, где i=0,1,2... – число пересечений радиус-вектором оси $o\overline{J}_i$; плюс берется при вращении радиуса-вектора против часовой стрелки, минус – по часовой. Тогда критерий III запишется следующим образом

$$z_3(T_e)\equiv \mathrm{Arctg}(m_{2K})-\mathrm{arctg}(m_2)=0. \qquad (10)$$

На рис. 1, *в*, изображена функция (10), в формуле для Arctg(m_{2K}) брался плюс. Видно, что имеется единственный корень данной функции.

Исследовались функции z_1, z_2, z_3 и решения нелинейной краевой задачи для следующих параметров

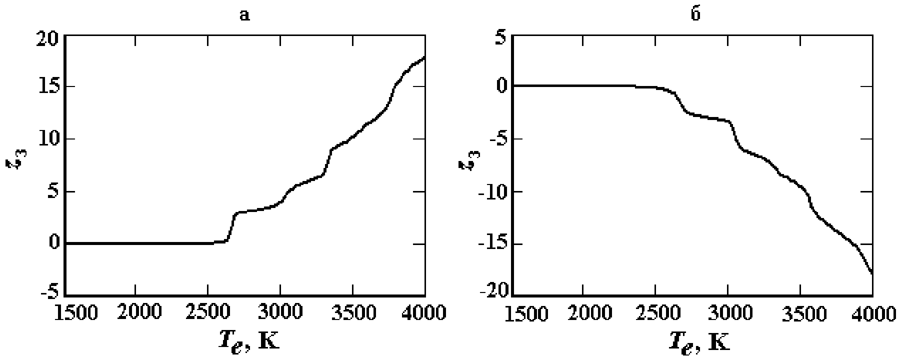

Рис. 2. *Зависимость функции z_3 от температуры электронов при интегрировании: а) от эмиттера к коллектору; б) от коллектора к эмиттеру. J=0,1*

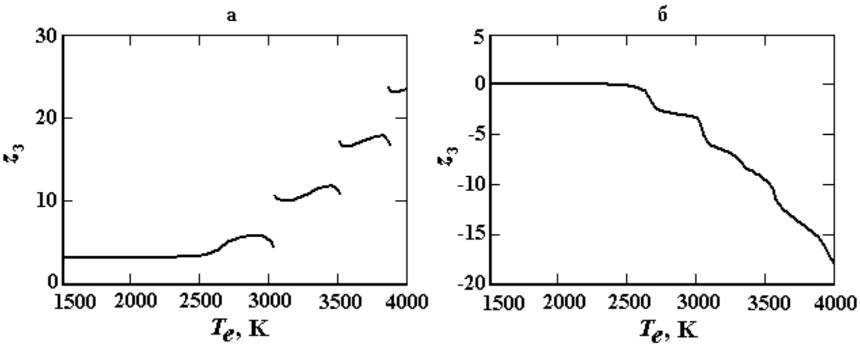

Рис. 3. *Зависимость функции z_3 от температуры электронов при интегрировании: а) от эмиттера к коллектору; б) от коллектора к эмиттеру. J=0,5*

ТЭП: T_E=1800 K, T_C=950 K, p_{Cs}=533,3 Па (4 мм рт.ст.), d=0,025 см, F_E=2,550 эВ, F_C=1,655 эВ. Эмиссионная плотность тока с эмиттера J_{Ee}=28,3 А/см^2, нормировочная плотность плазмы n_E=2,68·10^{13} см$^{-3}$, параметры краевых условий m_1=2,0, m_2=1,453. Сечения элементарных процессов (столкновения частиц) принимались равными σ_{ia}=1,0·10^{-13} см^2, σ_{ea}=3,5·10^{-14} см^2 [1, 2]. Плотность тока в расчетах варьировалась.

Табулировались функции управляющего параметра для температуры электронов в интервале 1500...4000 K и двух значений плотности тока $\overline{J}$=0,1; 0,5. Предполагалось, что область определения граничных условий (6) полуплоскость $\overline{n}$>0. Система (1) интегрировалась с шагом h=0,01 как от эмиттера к коллектору с начальными условиями ($\overline{n}_{i0K}$, $\overline{J}_{i0K}$)=(0,675; –0,1351), так и от коллектора к эмиттеру – ($\overline{n}_{i1K}$, $\overline{J}_{i1K}$)=(0,0262; 0,0381). В последнем случае величины m_{2K} в функциях заменялись на m_{1K}. Значения тока $\overline{J}$ выбраны для исследования поведения функций управляющего параметра в двух характерных ситуациях: когда при интегрировании от эмиттера к коллектору область определения коллекторных условий достижима, и когда её достижение невозможно.

На рис. 2, *а*, *б*, представлено поведение функции z_3=z_3(T_e) при $\overline{J}$=0,1, соответственно, когда m_2=m_1=0. Функции непрерывные, но в местах разрыва функций z_1 и z_2 они имеют существенный градиент. Сравнение функций z_3, полученных при разных направлениях интегрирования, показывает, что при интегрировании от коллектора к эмиттеру (рис. 2, *б*) функция в точках пересечения оси $o\overline{J}_i$ изменяется более плавно. Это обстоятельство позволяет применять для нахождения корня уравнения (10) градиентные методы.

Характер поведения функции z_3 существенно меняется, если не достигается область существования граничных условий на противоположном конце интегрирования. Для моделирования такой ситуации бралось значение тока $\overline{J}$=0,5 (рис. 3). Поведение функции z_3, полученной при интегрировании от эмиттера к коллектору (рис. 3, *а*), становится немонотонным и появляются разрывы.

Картина поведения функции z_3 при интегрировании от коллектора к эмиттеру при увеличении тока $\overline{J}$ существенно не меняется (рис. 3, *б*). Функция z_3 монотонна, разрывы отсутствуют, но в областях разрыва функций z_1 и z_2 её производная возрастает по сравнению со случаем $\overline{J}$=0,1. Такое поведение функции управляющего параметра объясняется тем, что область определения эмиттерных условий для $\overline{J}$=0,5 достигается при интегрировании от коллектора к эмиттеру.

Перейдем к изложению результатов, связанных с исследованием решений нелинейной краевой задачи (1)–(6). На рис. 4 представлены зависимости температуры электронов T_e от максимального значения распределения плотности плазмы в зазоре $\overline{n}_{max}$ при изменении некоторых параметров модели. Зависимости получены для трех значений плотности тока ТЭП, которые выбирались из следующих соображений. Теоретическая оценка тока квазинасыщения в диффузионном режиме, без учета объемной ионизации [1], дает значений $\bar J_{dif}$=0,03. Поэтому минимальное значение тока бралось $\bar J$=0,05. Остальные два значения соответствуют токам слаборазвитого $\bar J$=0,25 и развитого $\bar J$=0,5 дугового режима. Две группы кривых соответствуют двум приближениям температуры ионов в МЭЗ: среднему значению $T_i=(T_E+T_C)/2$=1375 K и максимальному – $T_i=T_E$=1800 K.

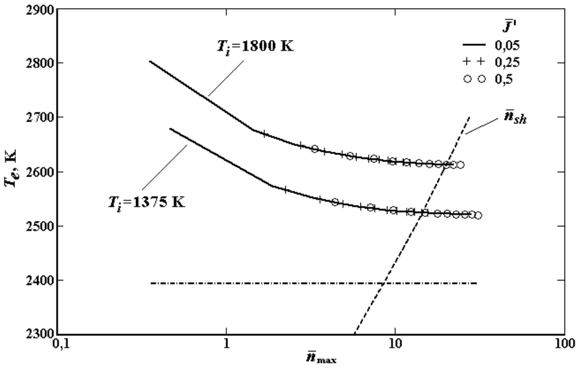

Рис. 4. *Зависимость температуры электронов T_e от максимального значения плотности плазмы в зазоре $\bar n_{max}$*

Данные зависимости построены следующим образом. В соответствии с алгоритмом решения краевой задачи, изложенным выше, фиксировалось точка на фазовой плоскости точка ($\bar n_{i1K}$, $\bar J_{i1K}$), удовлетворяющая краевому условию у коллектора (6). Решалась краевая задача, находились распределения плотности плазмы и ионного тока в МЭЗ при соответствующей температуре электронов T_e. Затем определялось максимальное значение плотности плазмы в зазоре $\bar n_{max}$, и получалась точка зависимости $T_e=T_e(\bar n_{max})$. Нижняя граница области определения краевого условия для неэмиттирующего коллектора (6) рассчитывалась по формулам [3]

$$\bar n^0_{1K} = \bar J \Big/ \left[2\left(\sqrt{\bar T_e} - \sqrt{\bar T_{i1}}\,\frac{\bar v_i(T_E)}{\bar v_e(T_E)} \right) \right], \quad \bar J^0_{i1K} = m_2 \bar n^0_{1K}. \quad (11)$$

Верхний нулевой индекс означает, что приэлектродный потенциальный барьер у коллектора равен нулю. Верхняя граница области определения краевого условия (6), в принципе, равна бесконечности, но на практике – конечным значениям, выбираемым из физических соображений. Заметим, что при параметрах компенсации у эмиттера β_E<<1 (в нашем случае β_E=0,018) краевое условие (6) у данного электрода хорошо описывает случай и для противоположной полярности оболочки, когда электроны плазмы ускоряются. Поэтому ограничения на область определения краевой задачи в целом накладываются только равенствами (11).

На рис. 5 представлены зависимости плотности плазмы у коллектора $\bar n_{1K}$ от максимального значения распределения плотности плазмы в зазоре $\bar n_{max}$ для тех же температур ионов в зазоре.

На рис. 6 показаны распределения плотности плазмы и ионного тока в МЭЗ на фазовой плоскости ($\bar n$, $\bar J_i$) для трех значений плотности тока ТЭП $\bar J$, T_i=1375 K и одинаковой $\bar n_{max}$=4,6.

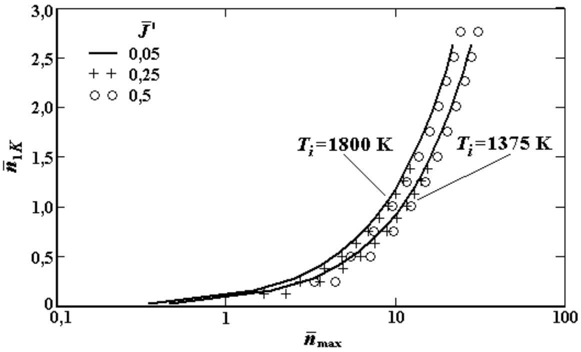

Рис. 5. *Зависимость плотности плазмы у коллектора $\bar n_{1K}$ от максимального значения плотности плазмы в зазоре $\bar n_{max}$*

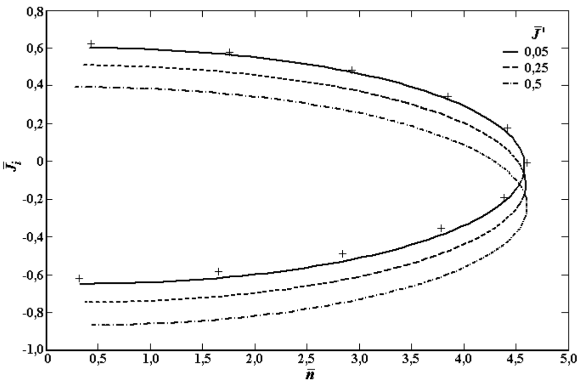

Рис. 6. *Распределения параметров плазмы в межэлектродном зазоре. Представление на фазовой плоскости ($\bar n$, $\bar J_i$)*

В данной статье рассматривается функция генерации без учета объемной рекомбинации. В такой модели рост максимального значения плотности плазмы в зазоре $\bar n_{max}$ неограничен и, в принципе, не зависит от T_e при больших значениях $\bar n_{max}$. При учете объемной рекомбинации $\bar n_{max}$ ограничивается плотностью Саха [1, 2]

$$\bar n_{sh} = \frac{1}{n_E}\left(\frac{g_e g_i}{g_a}\right)^{1/2}\left(\frac{2mkT_e}{h^2}\right)^{3/4} n_a^{1/2}\exp\left(\frac{-eV_i}{2kT_e}\right),$$

где g_e, g_i, g_a – статистические веса электрона, иона и атома цезия; h – постоянная Планка; V_i – потенциал ионизации цезия. На рис. 4 штриховой линией изображена зависимость $T_e=T_e(\bar n_{sh})$ для значения температуры атомов цезия в зазоре T_i=1375 K. При увеличении T_i плотность атомов цезия в зазоре n_a уменьшается и, согласно (12), данная кривая смещается влево.

Штрихпунктирной линией на рис. 4 показана зависимость $T_e=T_e(\bar n_{sh})$ для функции генерации без учета излучения возбужденных атомов [1], полученная с помощью (7). Значения функции практически равны константе, и изменяются на несколько градусов, при изменениях $\bar J$ в широком диапазоне и $\bar n_{max}$ на порядок. На рис. 6 крестиками изображено решение на фазовой плоскости для функции генерации [1] при $\bar J$=0, T_i=1375 K и $\bar n_{max}$=4,6.

Обсуждение результатов

Полученные результаты показывают, что выбор функции для управляющего параметра (температуры электронов T_e) краевой задачи существенно влияет на процесс поиска физически адекватного решения. Некоторые функции, в нашем случае z_1 и z_2, имеют разрывы второго и первого рода, и процесс поиска для некоторых начальных приближениях параметра сходится к решению с $\overline{n}<0$. Для управляющего параметра построена функция z_3, имеющая один экстремум, не имеющая разрывов и позволяющая находить физически адекватные решения $\overline{n}>0$.

При выборе в качестве алгоритма решения краевой задачи метода пристрелки, существенным оказывается выбор направления интегрирования в межэлектродном зазоре. Анализ области возможных решений краевой задачи на фазовой плоскости показал [3], что при учете в (1) проходящего тока $\overline{J}$ через преобразователь с помощью коэффициента k_1, фазовый портрет системы смещается по оси $o\overline{J}_i$ на величину $-k_1/k_2$. В случае $\overline{J}>0$ имеются начальные условия ($\overline{n}_{i0K}$, $\overline{J}_{i0K}$) задачи Коши, при которых области определения граничных условий у коллектора недостижимы и на функции z_3 появляются разрывы (рис. 3, *а*). Процесс поиска решения краевой задачи становится неустойчивым. Исследования показали, что для создания адекватного критерия (функции z_3) необходимо при $\overline{J}>0$ интегрировать систему (1) от коллектора к эмиттеру, а при $\overline{J}<0$ – от эмиттера к коллектору.

При варьировании параметров ТЭП меняются только параметры вложенных эллипсов, которые представляют фазовые траектории системы (1). Поэтому предложенный алгоритм решения краевой задачи применим и для других параметров ТЭП.

Таким образом, учет сдвига фазового портрета системы (1) для линейных граничных условий (6) значительно влияет на поведение функции управляющего параметра. Процесс построения неразрывной функции управляющего параметра краевой задачи существенно усложняется при учете нелинейных граничных условий, когда учитываются различные полярности приэлектродных оболочек [1–3].

Перейдем к анализу результатов, связанных с решением краевой задачи (1)–(6). Зависимости $T_e=T_e(\overline{n}_{\max})$, изображенные на рис. 4, для разных значений тока $\overline{J}$ и фиксированном T_i=1375 К хорошо ложатся на одну кривую, которая при больших значениях $\overline{n}_{\max}>10$ стремится к константе. Учет объемной рекомбинации ионов цезия в МЭЗ приведёт к тому, что область слабой зависимости T_e от $\overline{n}_{\max}$ значительно сократится, т. к. асимптотой будет зависимость $T_e=T_e(\overline{n}_{sh})$ [2, 3]. С уменьшением тока $\overline{J}$ область возможных решений существенно смещается в область малых значений плотностей плазмы, достигая величины $\overline{n}_{\max}$=0,46. При этом на 151 К (6 %) возрастает T_e. Аналогичное увеличение температуры электронов отмечалось в [5]. Это прямое влияние на функцию генерации процессов излучения возбужденных атомов цезия, которые заметно ухудшают ионообразование в плазме. Без учета этих процессов температура электронов понижается на 134 К (5,3 %) (рис. 4, штрихпунктирная линия). При увеличении T_i до 1800 К общая картина поведения зависимостей $T_e=T_e(\overline{n}_{\max})$ сохраняется, но T_e увеличивается на 90 К (3,5 %). Это происходит в основном за счет уменьшения плотности атомов цезия в МЭЗ и как следствие – ухудшение ионообразования.

Представленные на рис. 5 зависимости $\overline{n}_{1K}=\overline{n}_{1K}(\overline{n}_{\max})$ имеют небольшое расслоение при вариации тока $\overline{J}$ и фиксированном T_i. При уменьшении проходящего тока эти зависимости фактически совпадают для разных температур ионов в зазоре. Это подтверждается выражениями (11), в которых $\overline{n}^0_{1K}$ зависит линейно от $\overline{J}$ и обратно пропорционально, с небольшим коэффициентом, от $\sqrt{T_i}$.

Конфигурации параметров плазмы практически совпадают по форме для разных значений тока $\overline{J}$ (рис. 6). Смещение зависимостей параметров плазмы по оси $o\overline{J}_i$ с хорошей точностью равны соответствующим значениям величины $-k_1/k_2$. Особо отметим, что конфигурация параметров плазмы, полученная для функции генерации без учета потерь на излучение [1] (рис. 6, крестики), практически совпадает с распределением при $\overline{J}$=0,05, полученным с учетом потерь на излучение. Это указывает на устойчивость конфигураций параметров плазмы к значительным изменениям функции генерации.

Выводы

1. Показано, что функции для управляющего параметра (температуры электронов) краевой задачи о диффузии плазмы, построенные традиционным способом, имеют разрывы первого и второго рода. Предложена целевая функция, не имеющая разрывов. На основании анализа нелинейной краевой задачи на фазовой плоскости плотность плазмы – ионный ток предложен алгоритм поиска физически адекватных численных решений.
2. Исследованные решения краевой задачи имеют характерные особенности, как и решения, полученные другими авторами. При уменьшении плотности плазмы растут потери ионов за счет излучения возбужденных атомов. Эти потери можно восстановить только за счет увеличения на несколько процентов температуры электронов. Показано, что для различных функций генерации ионов в зазоре термоэмиссионного преобразователя получаются практически одинаковые конфигурации параметров плазмы, но при различных значениях температуры электронов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Термоэмиссионные преобразователи и низкотемпературная плазма / Ф.Г. Бакшт, Г.А. Дюжев, А.М. Марциновский и др.; Под ред. Б.Я. Мойжеса и Г.Е. Пикуса. – М.: Наука, 1973. – 480 с.
2. Физические основы термоэмиссионного преобразования энергии / И.П. Стаханов, В.П. Пащенко, А.С. Степанов, Ю.К. Гуськов; Под ред. И.П. Стаханова. – М.: Атомиздат, 1973. – 374 с.
3. Зимин В.П. Алгоритм расчета вольт-амперных характеристик термоэмиссионного преобразователя с постоянной температурой электронов / Ред. журн. «Известия вузов. Физика». – Томск, 1984. – № 7. – 36 с. – Деп. в ВИНИТИ 21.03.1984, № 1571-84.
4. Norcross D.W., Stone P.M. Recombination, radiate energy loss and level populations in nonequilibrium cesium discharges // J. Quantitative Spectroscopy & Radiate Transfer. – 1968. – V. 8. – № 2. – P. 655–684.
5. Lawless J.L., Lam S.H. An analytical model of thermionic discharges // J. Appl. Phys. – 1986. – V. 59. – № 6. – P. 1875–1889.

Поступила 14.10.2008 г.

УДК 621.39: 621.311.6.0012

ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ СИСТЕМЫ ПРИ ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

С.С. Абрамов, А.М. Сажнев, Д.Н. Левин, В.Б. Малинкин, Л.Г. Рогулина

Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, г. Новосибирск
E-mail: abramov@neic.nsk.su

Разработана имитационная модель нелинейной системы в среде Simulink с учетом внешних воздействий со стороны нагрузки, включающей несимметричную линейную и динамическую нагрузки. Это позволяет оценить степень искажения питающего напряжения и рассчитать сечение нулевого провода с учетом уравнительного тока, а также проверить на соответствие нормам динамических характеристик системы при работе от промышленной сети.

Ключевые слова:
Имитационная модель, нелинейная система, динамические режимы, несимметричная линейная и динамическая нагрузки, степень искажения питающего напряжения, нормы динамических характеристик системы.

Одной из проблем, возникающей при функционировании сложной нелинейной систем, включающей электропитающее оборудование, является искажение формы напряжения, вызванные гармоническими составляющими тока, потребляемого несимметричной и динамической нагрузками. Несимметрия нагрузки трехфазной сети обусловлена применением однофазных нагрузок, подключаемых к разным фазам. Большая часть компьютерного оборудования, предназначенного для мониторинга промышленного и офисного оборудования, представляет собой динамические нагрузки, что создает помеху в электросеть. Суммарный эффект этих нагрузок выражается в искажении напряжения, которое воздействует на другое оборудование, подключенное к этому же источнику. Это может вызывать сбои в других устройствах, повреждения аппаратуры и другие нежелательные эффекты.

Степень искажения напряжения определяется коэффициентом искажения синусоидальности K_{U_1}, коэффициентами несимметрии напряжения по обратной $K_{2U_{1i}}$ и нулевой последовательности K_{0U_1} [1]. Эффекты, вызываемые высшими гармониками напряжения и тока, делятся на эффекты мгновенного и длительного воздействия. К эффектам мгновенного воздействия относят искажения формы питающего напряжения; падение напряжения в распределительной сети; эффект гармоник, кратных трем (в трехфазных сетях); резонансные явления на частотах высших гармоник; наводки в оборудовании иных систем и управляющих сетях; повышенный акустический шум в электромагнитном оборудовании; вибрация в электромашинных системах. Проблемы длительного воздействия – это нагрев и дополнительные потери в трансформаторах и электрических машинах; нагрев конденсаторов и нагрев кабелей распределительной сети.

Высшие гармоники тока, кратные трем (т. е. 3, 9, 15, 21 и т. д.), определяющие высокое значение коэффициента амплитуды и генерируемые однофазными нагрузками, имеют специфическое результирующее воздействие в трехфазных системах. В сбалансированной (симметричной) трехфазной системе гармонические токи во всех трех фазах сдвинуты на 120°, а сумма токов в нейтральном проводнике равна нулю. Следовательно, не возникает и напряжения смещения нейтрали. Это утверждение остается справедливым для большинства гармоник. Однако некоторые из них имеют направление вращения вектора тока в ту же сторону, что и основная гармоника (первая, 50 Гц), т. е. имеют прямую последовательность. Другие же вращаются в обратном направлении и, таким образом, имеют обратную последовательность. Это не относится к гармоникам, кратным третьей:

$$n=3(2k+1), \text{ где } k=0, 1, 2, \ldots$$

В трехфазных цепях они сдвинуты на 360°, совпадают по фазе и образуют нулевую последовательность. Нечетные гармоники, кратные трем, сумми-