СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Китаева А.В., Кошкин Г.М. Полурекуррентные ядерные оценки базовых функционалов по независимым наблюдениям // Известия Томского политехнического университета. – 2008. – Т. 312. – № 2. – С. 8–12.
2. Chen G., Choi Y.K., Zhou Y. Nonparametric estimation of structural change points in volatility models for time series // Journal of Econometrics. – 2005. – V. 126. – P. 79–114.
3. Bosq D., Cheze-Payaud N. Optimal Asymptotic Quadratic Error of Nonparametric Regression Function Estimates for a Continuous-Time Process from Sampled-Data // Statistics. – 1999. – V. 32. – P. 229–247.
4. Bosq D. Non-parametric statistics for stochastic processes. (Lecture Notes in Statistics. V. 110). – N.Y.: Springer-Verlag, 1996. – 184 p.
5. Huang J.Z., Yang L. Identification of non-linear additive autoregressive models // J. R. Statist. Soc. – 2004. – V. 66. – Part 2. – P. 463–477.
6. Wang L., Yang L. Spline-backfitted kernel smoothing of nonlinear additive autoregression model // Ann. Statist. – 2007. – V. 35. – № 6. – P. 2474–2503.
7. Давыдов Ю.А. О сходимости распределений, порожденных стационарными случайными процессами // Теория вероятностей и ее применения. – 1968. – Т. 13. – Вып. 4. – С. 730–737.
8. Masry E. Probability density estimation from sampled data // IEEE Trans. Inf. Theory. – 1983. – V. IT-29. – № 5. – P. 696–709.
9. Билингсли П. Сходимость вероятностных мер. – М.: Наука, 1977. – 352 с.

Поступила 16.01.2009 г.

УДК 621.01

К ВОПРОСУ О КЛАССИФИКАЦИИ МЕХАНИЗМОВ

Л.Т. Дворников, А.В. Степанов

ГОУ ВПО «Сибирский государственный индустриальный университет», г. Новокузнецк
E-mail: stepanov@sibsiu.ru

Описан вариант развития структурной классификации кинематических цепей, предложенной академиком И.И. Артоболевским. Рассмотрен механизм разбиения пяти семейств механизмов на подсемейства, основанный на применении в качестве отличительного признака подсемейств совокупности используемых кинематических пар.

Ключевые слова:
Структурная классификация, семейства механизмов, кинематические цепи, кинематические пары,

Введение

Известно [1], что механизмом называют кинематическую цепь, в которой при заданном движении одного или нескольких звеньев все остальные звенья совершают однозначно определяемые движения.

В общем случае степень подвижности механизма W определяет число его степеней свободы и может быть найдена по формуле, предложенной профессором Томского технологического института А.П. Малышевым. Впервые эта формула была опубликована в 1923 г. в его статье «Анализ и синтез механизмов с точки зрения их структуры» [2]. В современных обозначениях формула Малышева имеет вид

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \qquad (1)$$

где n – число подвижных звеньев механизма; p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 – число кинематических пар первого, второго, третьего, четвертого и пятого классов.

Применение этой формулы возможно лишь в том случае, если на движение звеньев механизма не наложено никаких общих ограничений. При наложении ограничений на движения звеньев, образующих механизм, используется универсальная формула подвижности кинематической цепи, предложенная профессором В.В. Добровольским [3]. Эта формула имеет следующий вид

$$W = (6-m)n - \sum_{5}^{m+1}(k-m)p_k. \qquad (2)$$

В формуле (2) параметр m определяет число общих связей, наложенных на движение всех звеньев кинематической цепи, m может принимать значения m=0,1,2,3 и 4; k – класс кинематических пар, определяемый числом связей, накладываемых на относительное движение соединяемых звеньев. Как следует из (1), класс пар может принимать значения k=5,4,3,2,1.

Семейства механизмов

В зависимости от числа общих связей m, накладываемых на кинематическую цепь, академиком И.И. Артоболевским было предложено относить все цепи к одному из пяти семейств: нулевому, первому, второму, третьему и четвертому. Если на кинематическую цепь не накладывается никаких общих связей, то она относится к нулевому семейству. Формула подвижности для цепей нулевого семейства записывается в виде (1) при подстановке в формулу (2) значения m равного нулю.

Первое семейство описывается формулой, в которой коэффициенты всех членов (1) уменьшаются на единицу

$$W_1 = 5n - 4p_5 - 3p_4 - 2p_3 - p_2. \qquad (3)$$

Для второго семейства коэффициенты членов формулы (1) уменьшаются на два

$$W_2 = 4n - 3p_5 - 2p_4 - p_3. \qquad (4)$$

Для третьего семейства – на три

$$W_3 = 3n - 2p_5 - p_4. \qquad (5)$$

Для цепей четвертого семейства формула подвижности принимает вид

$$W_4 = 2n - p_5.$$

Таким образом, название семейства (по Артоболевскому) определяется значением параметра m или числом ограничений, наложенных на движения всего набора звеньев механизма. Если ограничений нет, то это – нулевое семейство, если ограничение одно, то – первое и т. д.

Подсемейства

Еще академик И.И. Артоболевский в [1] высказал мысль о том, что структурная классификация кинематических цепей не заканчивается делением их на семейства и «представляет собой первый этап структурной классификации современных механизмов» [1. С. 92]. Внутри каждого семейства цепей могут существовать такие, которые будут отличаться совокупностью классов применяемых кинематических пар. В связи с этим любое из семейств может представляться как некоторое множество, состоящее из подмножеств – подсемейств.

Впервые о возможном делении механизмов на подсемейства было высказано одним из авторов настоящей статьи в работе [4].

Число подсемейств для каждого семейства можно найти, используя формулы комбинаторики [5]. Оно может быть определено как сумма числа сочетаний из числа всех (для данного семейства) классов кинематических пар по одному, двум и т. д. классам.

Поясним это на примере нулевого семейства. В этом семействе могут применяться пять классов кинематических пар (k=1,2,3,4,5). Число подсемейств для нулевого семейства будет равно

$$R_0 = C_5^5 + C_5^4 + C_5^3 + C_5^2 + C_5^1, \qquad (6)$$

где R_0 – число подсемейств нулевого семейства; C_5^5, C_5^4, C_5^3, C_5^2, C_5^1 – число сочетаний из пяти классов кинематических пар по пять, по четыре, три, две и одной паре.

Число R_0 может быть легко вычислено. Для нулевого подсемейства оно равно

$$R_0 = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5} + \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2}{1\cdot2\cdot3\cdot4} + \frac{5\cdot4\cdot3}{1\cdot2\cdot3} + \frac{5\cdot4}{1\cdot2} + \frac{5}{1} =$$
$$= 1 + 5 + 10 + 10 + 5 = 31.$$

Иными словами, нулевое семейство механизмов распадается на тридцать одно подсемейство, каждое из которых имеет вполне конкретное сочетание классов применяемых кинематических пар.

Формула для первого семейства (3) содержит четыре класса кинематических пар. Число подсемейств в нем

$$R_1 = \frac{4\cdot3\cdot2\cdot1}{1\cdot2\cdot3\cdot4} + \frac{4\cdot3\cdot2}{1\cdot2\cdot3} + \frac{4\cdot3}{1\cdot2} + \frac{4}{1} = 1 + 4 + 6 + 4 = 15.$$

В формуле второго семейства (4) три класса кинематических пар и число подсемейств в нем равно семи

$$R_2 = \frac{3\cdot2\cdot1}{1\cdot2\cdot3} + \frac{3\cdot2}{1\cdot2} + \frac{3}{1} = 1 + 3 + 3 = 7.$$

В формуле третьего семейства (5) два класса кинематических пар. Число подсемейств в нем всего три

$$R_3 = \frac{2\cdot1}{1\cdot2} + \frac{2}{1} = 1 + 2 = 3.$$

Так как четвертое подсемейство механизмов может иметь только один класс кинематических пар, а именно пары p_5, то внутри этого семейства не может быть подсемейств. Применение формулы (6) дает

$$R_4 = \frac{1}{1} = 1.$$

Число подсемейств в каждом из семейств, кроме того, может быть получено по формуле 2^{5-m}–1. Тогда число различных подсемейств внутри всех пяти семейств будет составлять

$(2^5–1)+(2^4–1)+(2^3–1)+(2^2–1)+(2^1–1)$ или 57;

из них: 31 – в нулевом семействе, 15 – в первом, 7 – во втором, 3 – в третьем и одно в четвертом.

Нумерация подсемейств

Получив числа подсемейств в каждом семействе, определимся с их нумерацией и видом формул подвижности для каждого из подсемейств. Логику получения формул подвижности и нумерации подсемейств рассмотрим на примере нулевого семейства. Преобразуем формулу (1) к виду

$$W_0 = 6n - (5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1). \qquad (7)$$

На многочлен в скобках наложим маску, содержащую пять окон по количеству его одночленов. Каждое из окон маски может быть открытым или закрытым. Если открытое состояние окна принять за нулевое состояние, а закрытое – за единичное, то содержимое разрядов маски представляет собой пятиразрядное двоичное число. Это число может быть принято в качестве номера подсемейства. В исходном состоянии все окна маски открыты, что соответствует отсутствию ограничений на классы применяемых кинематических пар и в разрядах маски записан нуль. Представляется вполне логичным называть такое подсемейство – нулевым. В соответствии с этим формула (7) соответствует нулевому подсемейству нулевого семейства.

Закрывая одно или несколько окон маски можно получать различные варианты формулы (7), соответствующие разным подсемействам рассматриваемого семейства. Для их получения введем в формулу подвижности (7) двойной индекс вида $W_{i(j)}$, где i будет соответствовать номеру семейства по И.И. Артоболевскому, а j – номеру подсемейства в данном семействе. Закрывая крайнее правое окно маски, получаем пятиразрядное двоичное число 00001 или номер подсемейства равный единице, что соответствует формуле

$$W_{0(1)} = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2$$

первого подсемейства нулевого семейства.

Присваивая двоичной маске последовательные значения от нуля до тридцати можно получить совокупность формул подвижности для всех подсемейств нулевого семейства:

$$W_{0(0)} = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 -$$
$$W_{0(1)} = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2,$$
$$W_{0(2)} = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - p_1,$$
$$W_{0(3)} = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3,$$
$$W_{0(4)} = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 2p_2 - p_1,$$
$$W_{0(5)} = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 2p_2,$$
$$W_{0(6)} = 6n - 5p_5 - 4p_4 - p_1,$$
$$W_{0(7)} = 6n - 5p_5 - 4p_4,$$
$$W_{0(8)} = 6n - 5p_5 - 3p_3 - 2p_2 - p_1,$$
$$W_{0(9)} = 6n - 5p_5 - 3p_3 - 2p_2,$$
$$W_{0(10)} = 6n - 5p_5 - 3p_3 - p_1,$$
$$W_{0(11)} = 6n - 5p_5 - 3p_3,$$
$$W_{0(12)} = 6n - 5p_5 - 2p_2 - p_1,$$
$$W_{0(13)} = 6n - 5p_5 - 2p_2,$$
$$W_{0(14)} = 6n - 5p_5 - p_1,$$
$$W_{0(15)} = 6n - 5p_5,$$
$$W_{0(16)} = 6n - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1,$$
$$W_{0(17)} = 6n - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2,$$
$$W_{0(18)} = 6n - 4p_4 - 3p_3 - p_1,$$
$$W_{0(19)} = 6n - 4p_4 - 3p_3,$$
$$W_{0(20)} = 6n - 4p_4 - 2p_2 - p_1,$$
$$W_{0(21)} = 6n - 4p_4 - 2p_2,$$
$$W_{0(22)} = 6n - 4p_4 - p_1,$$
$$W_{0(23)} = 6n - 4p_4,$$
$$W_{0(24)} = 6n - 3p_3 - 2p_2 - p_1,$$
$$W_{0(25)} = 6n - 3p_3 - 2p_2,$$
$$W_{0(26)} = 6n - 3p_3 - p_1,$$
$$W_{0(27)} = 6n - 3p_3,$$
$$W_{0(28)} = 6n - 2p_2 - p_1,$$
$$W_{0(29)} = 6n - 2p_2,$$
$$W_{0(30)} = 6n - p_1.$$

Состояние маски, при котором во всех разрядах содержатся единицы (запрещено применение кинематических пар всех классов), теряет смысл, так как механизм вырождается.

Описанные выше действия по получению формул подвижности для различных подсемейств нулевого семейства могут быть отображены единой универсальной формулой. Для получения универсальной формулы, из которой можно получить структуру любого из подсемейств, привлечем операции булевой алгебры. Булева алгебра есть множество B, содержащее специальные элементы 1 и 0, на котором заданы бинарные поразрядные операции сложения и умножения и унарная операция дополнения [5. С. 85]. Тогда

$$W_{0(j)} = 6n - (5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1) \wedge_n \overline{j}_{(2)},$$

где, кроме описанных ранее обозначений, $\wedge_n$ – поразрядная операция логического умножения; $\overline{j}_{(2)}$ – обратный код двоичного номера подсемейства, полученный путем инвертирования разрядов прямого кода.

Отметим, что количество разрядов маски для каждого семейства равно значению $(5-m)$, что соответствует количеству одночленов, записанных в круглых скобках. Для первого семейства, описываемого формулой (3)

$$W_1 = 5n - (4p_5 + 3p_4 + 2p_3 + p_2),$$

маска должна содержать четыре разряда. В четырех разрядах маски может быть записано одно из пятнадцати двоичных чисел от 0000 до 1110, так как состояние разрядов 1111 является недопустимым, как это указывалось ранее. Применение четырехразрядной двоичной маски позволяет получить следующие зависимости для различных подсемейств первого семейства (от нулевого до четырнадцатого):

$$W_{1(0)} = 5n - 4p_5 - 3p_4 - 2p_3 - p_2,$$
$$W_{1(1)} = 5n - 4p_5 - 3p_4 - 2p_3,$$
$$W_{1(2)} = 5n - 4p_5 - 3p_4 - p_2,$$
$$W_{1(3)} = 5n - 4p_5 - 3p_4,$$
$$W_{1(4)} = 5n - 4p_5 - 2p_3 - p_2,$$
$$W_{1(5)} = 5n - 4p_5 - 2p_3,$$
$$W_{1(6)} = 5n - 4p_5 - p_2,$$
$$W_{1(7)} = 5n - 4p_5,$$
$$W_{1(8)} = 5n - 3p_4 - 2p_3 - p_2,$$
$$W_{1(9)} = 5n - 3p_4 - 2p_3,$$
$$W_{1(10)} = 5n - 3p_4 - p_2,$$
$$W_{1(11)} = 5n - 3p_4,$$
$$W_{1(12)} = 5n - 2p_3 - p_2,$$
$$W_{1(13)} = 5n - 2p_3,$$
$$W_{1(14)} = 5n - p_2.$$

Для второго семейства маска имеет три разряда. В ней могут быть записаны двоичные числа от 000 до 110, т. е. всего семь чисел, соответствующих семействам от нулевого до шестого. Формулы подвижности для этих подсемейств получают вид:

$$W_{2(0)} = 4n - 3p_5 - 2p_4 - p_3,$$
$$W_{2(1)} = 4n - 3p_5 - 2p_4,$$
$$W_{2(2)} = 4n - 3p_5 - p_3,$$
$$W_{2(3)} = 4n - 3p_5,$$
$$W_{2(4)} = 4n - 2p_4 - p_3,$$
$$W_{2(5)} = 4n - 2p_4,$$
$$W_{2(6)} = 4n - p_3.$$

Для формирования структуры механизмов третьего семейства предусматривается использование кинематических пар двух классов: четвертого и пятого. Отличающихся подсемейств в этом семействе будет три. Их структурные формулы можно записать в виде:

$$W_{3(0)} = 3n - 2p_5 - p_4,$$
$$W_{3(1)} = 3n - 2p_5,$$
$$W_{3(2)} = 3n - p_4.$$

Повторим, что для четвертого семейства формула подвижности единственная и в соответствии с принятой нумерацией может быть записана как

$$W_{4(0)} = 2n - p_5.$$

Заключение

Приведенные выше рассуждения могут быть обобщены следующим образом.

Структурная классификация кинематических цепей не должна заканчиваться делением их на семейства. Она может быть продолжена путем разбиения семейств на подсемейства. В качестве отличительного признака каждого подсемейства может быть принята совокупность классов применяемых кинематических пар.

По мнению авторов статьи, деление механизмов на подсемейства имеет важное практическое значение. Дело в том, что конечной целью задачи структурного синтеза механизмов является нахождение всего их многообразия с разработкой альбомов полного набора кинематических схем, пригодных для использования в технике. Решение таких задач во всем диапазоне принципиально отличающихся по строению и функциям кинематических пар в пределах единого семейства представляется в высшей степени сложным и даже бесперспективным. Введение в рассмотрение понятия подсемейств локализует задачи, определяет их прозрачность для исследователя, так как позволяет вводить четкие границы условий по числу звеньев, числу и классам кинематических пар. Опыт, полученный в этом направлении в последние годы в Сибирском государственном индустриальном университете, является достаточным основанием и утверждением о безусловной полезности разбиения всех механизмов различных семейств на подсемейства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов. – М.: Наука, 1965. – 776 с.
2. Малышев А.П. Анализ и синтез механизмов с точки зрения их структуры // Прикладная механика. Вып. 1. Структура и синтез механизмов. – Новониколаевск: Сибирское обл. изд-во, 1923. – 91 с.
3. Добровольский В.В. Основные принципы рациональной классификации механизмов // В.В. Добровольский, И.И. Артоболевский. Структура и классификация механизмов. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1939. – С. 5–48.
4. Дворников Л.Т. К развитию идей Добровольского В.В. и Артоболевского И.И. о делении полного многообразия механизмов на семейства // Матер. XVIII научно-практ. конф. по проблемам механики и машиностроения. – Новокузнецк, 2008. – С. 3–17.
5. Андерсон Дж.А. Дискретная математика и комбинаторика. Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 960 с.: ил.

Поступила 12.12.2008 г.