Таким образом математические методы в геологии – использование математических методов в геологических исследованиях обеспечивает воспроизводимость результатов, позволяет максимально унифицировать форму представления материала и производить его обработку сообразно системе строгих, логически непротиворечивых правил.

Литература.

1. Дементьев Л.Ф. Математические методы и ЭВМ в нефтегазовой геологии. Учебное пособие для вузов. М., Недра, 1983. – 189 с.
2. Геологический словарь. Т.2. – М.: Недра, 1978. – 456с.
3. Каждан А.Б. Поиски и разведка месторождений полезных ископаемых. Научные основы поисков и разведки: учебник. – М.: Недра, 1984. – 285с.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ ТЕОРИИ КАТАСТРОФ

А.А. Садыков, студент гр.10741, М.С. Нигматов, студент гр. 10751,
научный руководитель: Гиль Л.Б.,
Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского
Томского политехнического университета
652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26
E-mail:m.nigmatov09@gmail.com

Математические основания подхода, получившего название «теория катастроф» к качественному описанию разнообразных физических и социальных явлений, были разработаны учёными-математиками в последние десятилетия.

Цель нашей работы работы: дать обзор математических идей, стоящих за подходом «теория катастроф», рассказать о некоторых работах, в которых были сделаны первые шаги на пути практического применения этого подхода в различных областях деятельности человека.

В процессе самоорганизации технико-экономических систем возникают диссипативные структуры. Моделями диссипативных структур в фазовом пространстве служат аттракторы. В процессе самоорганизации возможен случай, когда система *перескакивает* от одного аттрактора к другому (эти резкие переходы иногда называют сменами фаз). Этим свойством обладают так называемые *градиентные динамические системы*.

Математическое описание скачкообразных изменений поведения системы в фазовой плоскости и дает элементарная теория катастроф.

Математическую схему, в которую укладываются применения теории катастроф, можно представить следующим образом. Рассматривается динамическая система, то есть система обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, разрешенная относительно производных, правые части которой зависят от параметров:

$$x_1' = f_1(x_1,....x_n;\ u_1,....u_k)\ .$$

Фазовый портрет системы (то есть картина расположения интегральных кривых в пространстве O_{x1}, …., x_n, называемом фазовой плоскостью) меняется при изменении параметров u_j. При этом возможен более простой случай, когда область изменения параметров в пространстве O_{u1}, …., $_{uk}$, можно разбить гиперповерхностями на ряд областей в конечном числе, так что в пределах каждой области картина качественно остается одной и той же, а при переходах через разделяющие гиперповерхности меняется скачками.

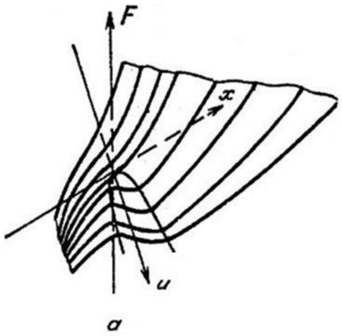
Будем предполагать, что движение в фазовой плоскости совершается по градиентным линиям некоторой функции против градиента, то есть к минимуму. В векторной форме это можно записать так $\vec{x}' = -grad_x F(\vec{x},\vec{y})$.

Будем также считать, что это движение быстрое (точка достигает минимума или седловой точки быстрее по сравнению с изменениями параметров и останавливается там) . Тогда для каждого значения параметра нам важно отметить в фазовой плоскости точки минимума функции $F(\vec{x},\vec{y})$. Отметим все стационарные точки (минимумы, максимумы, седла и выраженные особые точки) и заметим, что в типичном случае их конечное число. Главное для нас состоит в том, чтобы проследить за характером их изменения при изменении параметров. Вообще говоря, они изменяются непрерывно, но в отданные моменты могут исчезать или появляться, причем, как правило, парами. Отметим соответствующие значения параметров, и вычертим в области $\overrightarrow{Ou}$ бифуркационую диаграмму. Слово «вообще говоря» и «как правило» расшифровываются математически так: точки, вблизи которых стационарные точки функции F меняются не прерывно число их не меняется, образуют в пространстве параметров ряд областей-«фаз»; поверхность разделяющая две такие области, составлена из точек, где при переходе через нее из одной области в другую исчезает или появляется одна пара точек, которые при этом сливаются над самой поверхностью. Наконец, точки, где происходит слияние большего количества стационарных точек, образуют множество меньшей размерности, по которому сливаются разделяющие гиперповерхности.

Важно заметить, что над каждой ячейкой бифуркационной диаграммы лежит определенное число стационарных точек, которые при непрерывном изменении параметра описывают соответствующее число листов поверхности, пара из которых склеивается над каждой граничной поверхностью ячейки, а остальные переходят через нее в лист такой же поверхности над соседней ячейкой (или, наоборот, все листы переходят через границу и появляются два новых).

Простейший случай показан на рисунке 1, где качестве функции F взята функция $x^3 + ux$; пространство $\overrightarrow{Ou}$ и $\overrightarrow{Ou}$ одномерны; ниже показана упомянутая поверхность (это парабола $3x^2 = -u$), состоящая из двух листов для отрицательных значений u и исчезающая для положительных. Таким образом, имеются две ячейки, разделённые нулем.

В типичном случае разложение Тейлора функции F по переменным x в стационарных точках начинается с невырожденной квадратичной формы (положительно определенной в интересующих нас случаях минимума). В точках, лежащих над пограничными точками, разложение начинается либо с вырожденной квадратичной формы, либо со степеней, больших двух. В приведенном нами простейшем случае только в нуле разложение начинается (и кончается) членом x^3. В остальных точках разложение в критических точках $x_{1,2} = \pm\sqrt{-\frac{u}{3}}$ начинается с квадратного члена $\pm\sqrt[3]{-\frac{u}{3}}x^2$.



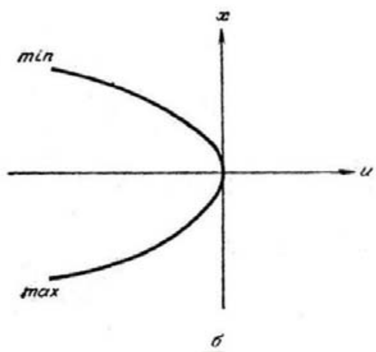


Рис. 1. Простейшая бифуркационая диаграмма

Рассмотрим модель Т. Портоса, демонстрирующую реальность этой картины. Пусть на невесомом диске укреплен груз G на расстоянии r от центра. Сам диск катится вертикально по наклонной плоскости (рис. 2).

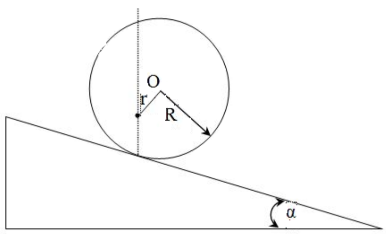


Рис. 2. Модель Т. Портоса

Имеется два положения равновесия (над точкой касания), одно из которых устойчиво, а другое нет. Функция F в данном случае есть потенциальная энергия земного притяжения к Земле, роль параметра u они играет $r - R\sin\alpha$, где R − радиус диска, а α − угол наклонной плоскости к горизонту.

При $r = R\sin\alpha$ оба положения равновесия совпадают, и при дальнейшем уменьшении u они исчезают и диск катится вниз.

Впервые термин «теория катастроф» был введен французским топологом Р. Томом для математического описания явлений, связанных с резкими скачками и качественными изменениями картины изучаемого процесса. Значение исследований Р. Тома состоит в том, что он соединил с теорией бифуркаций идеи Уитни об особенностях гладких отображений. Это открыло возможности системного применения развитой теории катастроф к широчайшему кругу прикладных исследований в физике, экономике, экологии и т. д.

Долгое время считалось, что теория катастроф способна лишь качественно отражать явления. Но часто и количественные методы дают ответ на вопросы чисто качественного характера, например, обрушится ли мост или упадет ли на Землю вращающийся вокруг нее спутник. И лишь выход в свет книги Т. Постона и М. Стюарта «Теория катастроф и ее приложения» развеял мнение о чисто качественном характере теории катастроф.

Практическая ценность такого исследования состоит в возможности своевременного предвидения возникающего несоответствия в структуре системы, определение момента попадания в критическую область, что служит сигналом для разработки и внедрения мероприятий, позволяющих воздействовать на объект, не допуская падения роста его эффективности.

Литература.

1. Арнольд В.И. «Теория катастроф» М.: Наука. – 1990.
2. Алексеев Ю.К. «Введение в теорию катастроф» М.: МГУ, – 2000.
3. А.П. Кузнецов Колебания, катастрофы, бифуркации, хаос. – Издательство ГосУНЦ «Колледж». – Саратов. – 2000.

АВТОМОБИЛЬНЫЙ РЫНОК, С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ МАТЕМАТИКИ

А.С. Сидоренко, студент группы 10А51,
научный руководитель: Березовская О.Б.
Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского
Томского политехнического университета
652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26
E-mail: sidalen@mail.ru

В развитии практически любой области человеческой деятельности математика оказывала и оказывает существенное влияние. Роль математики складывалась исторически и зависела от двух факторов: степени развития математических понятий и математического аппарата, а также глубины знания об изучаемом объекте.

Математические понятия в процессе своего возникновения как бы впитывают в себя существенные свойства предметов и явлений, их отношений в виде существующих математических законов и структур. Идеализированные свойства исследуемых объектов либо формулируются в виде аксиом, либо перечисляются в определении соответствующих математических объектов. Затем по строгим правилам логического вывода из этих свойств выводятся другие истинные свойства (теоремы). Эта теория в совокупности образует математическую модель исследуемого объекта. Таким образом первоначально, исходя из пространственных и количественных соотношений, математика получает более абстрактные соотношения, изучение которых также является предметом современной математики.

В данной статье мы сравнили автомобили производства трёх стран (Японии, Германии и России) и с помощью математических вычислений вывели процент более востребованных и оптимальных автомобилей для России.

В наше время практически в каждой семье есть автомобиль, а то и два. Но какие из марок и производителей самые востребованные мы узнаем из наших исследований.

Так кто же из производителей по настоящему справляется со своей задачей и полностью удовлетворяет желание потребителей, российский немецкий или же японский автопром?

Прошедший год оказался для всех автопроизводителей менее удачным, чем 2014-й.

В 2014 году количество проданных российских автомобилей значительно превысило количество автомобилей проданных в 2015 году.