

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В МАССИВНОМ МАГНИТОПРОВОДЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПРИВОДА ФРИКЦИОННЫХ МЕХАНИЗМОВ

Ж.Т. Галбаев

Кыргызский государственный технический университет, г. Бишкек

E-mail: galbaev@ktu.aknet.kg

Приводятся результаты экспериментальных и теоретических исследований процесса проникновения электромагнитной волны в сплошной сердечник управляющего электромагнита фрикционных муфт и тормозов. Получены аналитические выражения, позволяющие вычислять величину вихревого тока, наводимого в сердечнике в переходных режимах работы

Ключевые слова:

Сплошной ферромагнитный сердечник, управляющий электромагнит, вихревой ток, переходные режимы работы, глубина проникновения электромагнитной волны, магнитная индукция.

Введение

В основу традиционных методов проектирования фрикционных механизмов (ФМ) типа муфт или тормозов [1] с электромагнитным приводом в виде управляющего электромагнита (УЭ) положены требования выполнения заданных статических характеристик и параметров быстродействия при размыкании и замыкании их фрикционного узла. При этом учет нестационарных электромагнитных процессов, протекающих в массивных нешито-ванных сердечниках УЭ, в инженерных методиках обычно не делают. Такой подход оправдан для ФМ, используемых в устройствах, условия эксплуатации которых не предъявляют повышенных требований к точности расчета параметров их быстродействия, например, для подъемно-транспортных механизмов. Однако для автоматизированных быстродействующих электроприводов, в работе которых определяющими являются динамические режимы работы, учет этих явлений должен проводиться обязательно. Известно, что вихревые токи, которые наводятся в массивных сердечниках в переходных режимах работы, замедляют нарастание магнитного потока, что приводит к снижению быстродействия ФМ. Расчет увеличения времени их срабатывания за счет влияния вихревых токов чрезвычайно сложен. Известны немногочисленные работы, в которых в той или иной мере рассматривается указанная задача и содержатся различные подходы к ее решению.

Математическая модель переходных режимов электромагнитных устройств, имеющих массивный сплошной магнитопровод, обычно формируется в виде краевой задачи теории электромагнитного поля. Магнитные цепи с распределенными параметрами в рассматриваемых системах описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, для решения которых разработаны графические, графоаналитические и численные методы (см., например, [2, 3]). Однако все разработанные алгоритмы решения достаточно сложны и трудоемки, поэтому указанная задача решается при целом ряде допущений, упрощающих расчет. На-

пример, на практике часто используют эквивалентные схемы замещения массивного магнитопровода. Для получения параметров этих схем экспериментальным или расчетным путем определяют зависимость изменения тока в обмотке при ее включении или отключении от сети, раскладывают её в экспоненциальный ряд и вычисляют величины активных и индуктивных сопротивлений схемы замещения.

При расчетном определении параметров необходимо или находить численным методом корни трансцендентных уравнений, или применять итерационный способ, с помощью которого вычисляют режимы магнитной системы [4, 5]. Несмотря на сложность и громоздкость данного метода, высокой точности он не дает. Вопросам повременных расчетов динамических характеристик электромагнитов постоянного тока с массивным магнитопроводом посвящен ряд работ. Так, в [6] предложен метод, заключающийся в том, что действие вихревых токов, наводимых в массивном магнитопроводе, заменяется введением эквивалентной дополнительной короткозамкнутой обмотки, которая индуктивно связана с обмоткой электромагнита. Расчет выходных показателей производится по известной методике расчета электромагнита, имеющего две магнитосвязанные обмотки. Метод, предложенный в [7], основан на совместном решении уравнений поля внутри отдельного массивного участка и уравнений для схемы замещения магнитной цепи электромагнита. Однако такие методы также малоприменимы для практических инженерных расчетов.

В данной статье приводится вывод аналитических выражений, позволяющих вычислять величину вихревого тока, наводимого в сердечнике в переходных режимах работы. В основу положены результаты экспериментальных и теоретических исследований процесса проникновения электромагнитной волны в сплошной сердечник УЭ ФМ.

Цели и методы. Несмотря на относительно несложное конструктивное исполнение магнитных систем УЭ ФМ [1], их расчет, а тем более оптималь-

ное проектирование встречают ряд затруднений, обусловленных сложностью составления и совместного решения системы нелинейных уравнений, которыми описываются процессы в электрических и магнитных цепях. В общем случае уравнение, описывающее процесс проникновения электромагнитной волны в массивный сердечник электромагнита, может быть получено из уравнений Максвелла в следующем виде:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\gamma \cdot \mu_0} \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial r^2}, \quad (1)$$

где H – напряженность магнитного поля в сердечнике; γ и μ_0 – удельная электрическая проводимость и дифференциальная магнитная проницаемость материала сердечника; r – пространственная координата; t – время.

Уравнение (1) может быть решено только численными методами [8], что неудобно при выполнении практических инженерных расчетах. Поэтому чтобы оценить величину вихревых токов и получить аналитические зависимости, позволяющие учесть их влияние на быстродействие ФМ без применения ЭВМ, необходимо упростить реальную физическую картину.

Результаты исследования. Рассмотрим основные особенности электромагнитного процесса в сплошном ферромагнитном сердечнике 2 при возбуждении обмотки 3 электромагнита постоянным током (рис. 1).

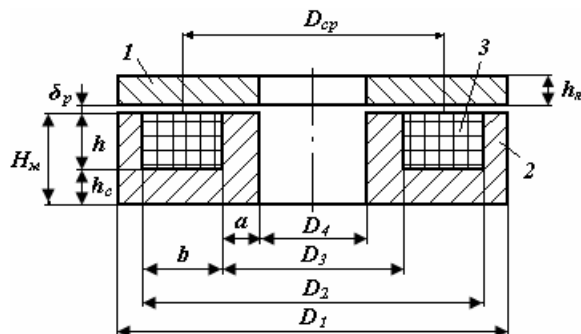


Рис. 1. Эскиз магнитной системы управляющего электромагнита ФМ: 1) якорь; 2) магнитопровод; 3) обмотка

В момент включения электромагнитное поле с большой скоростью проникает только в тонкий поверхностный слой сердечника, возбуждая в круговом контуре радиусом $D_3/2$ (рис. 2) и толщиной Δ вихревой ток, который препятствует дальнейшему движению электромагнитной волны внутрь сердечника. Линии потока как бы «вязнут» в поверхностном слое, что приводит к большим значениям магнитной индукции и плотности вихревого тока. По этой причине в момент включения поле во всем объеме сердечника за исключением поверхностного слоя равно нулю. С течением времени плотность тока и индукция в поверхностном слое уменьшаются, что приводит к проникновению магнитного потока вглубь сердечника. При этом увеличивающаяся глубина проникновения $x(t)$ приводит к измене-

нию геометрических параметров и электрического сопротивления контура, по которому замыкается вихревой ток. С одной стороны, величина $x(t)$ ограничена поверхностью полюса, а с другой – фронтом движущейся вовнутрь сердечника волны.

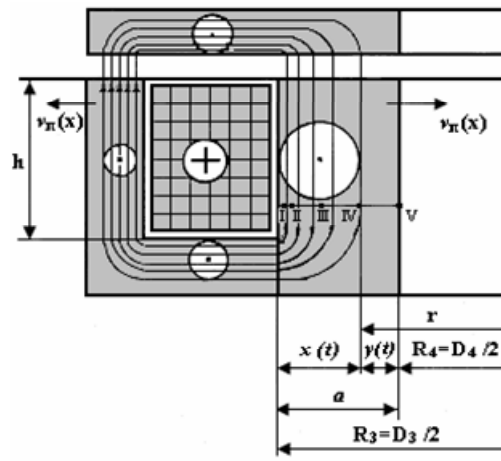


Рис. 2. Процесс проникновения магнитного потока в массивный сердечник

В пространстве внутри сердечника, ограниченном глубиной проникновения поля, протекает наиболее интенсивный электромагнитный процесс. Однако в течение большей части времени переходного режима магнитная индукция и плотность вихревого тока в поверхностном слое превышает соответствующие величины в любой точке внутри сердечника. Это свидетельствует о решающем влиянии электромагнитного процесса в поверхностном слое на скорость нарастания магнитного потока. Таким образом, анализ экспериментальных данных показывает, что возбуждение вихревого тока может быть представлено как результат пересечения слоев сердечника магнитным полем, движущимся с определенной скоростью от внутренней границы в направлении оси симметрии. Параметры движущегося поля существенно зависят от координаты r . В частности, движение поля в сердечнике характеризуется существенной неравномерностью магнитной индукции по координате r .

Для выполнения анализа особенностей проникновения электромагнитной волны в сердечник управляющего электромагнита были проведены экспериментальные исследования электропривода тормозного устройства для электродвигателя типа 4А80В4. На рис. 3 приведены экспериментальные зависимости значения магнитной индукции от времени в различных областях внутри сердечника в переходном режиме. Кривая 1 соответствует индукции на площади, определяемой координатами r точек I, II (рис. 2), кривая 2 – точек II, III, кривая 3 – точек III, IV и кривая 4 – точек IV, V. Анализ приведенных зависимостей показывает, что магнитная индукция в областях, расположенных ближе к обмотке возбуждения, в любой момент времени переходного процесса всегда оказывается большей по величине, чем в областях от нее отдаленных.

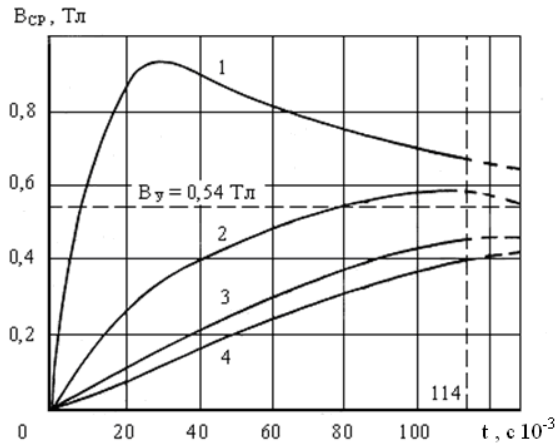


Рис. 3. Экспериментальные зависимости значения магнитной индукции от времени в различных областях внутри сердечника

В начальный период переходного процесса индукция вблизи внутренней границы полюса растет очень быстро, оставаясь по величине больше установившегося значения $B_y=0,54$ Тл вплоть до момента времени $t=0,114$ с, когда ток в обмотке достигает установившегося значения. Этим объясняется то обстоятельство, что средняя по всей площади полюса магнитная индукция в течение всего переходного процесса растет быстрее, чем если бы она изменялась по экспоненте.

Отметим, что ток в обмотке и магнитный поток в сердечнике изменяются по закону, мало отличающемуся от экспоненциального. На рис. 4, а, показано изменение средней индукции $B_{cp}(t)$ в виде кривой 1, построенной в результате обработки экспериментальных данных. Рядом для сравнения приведена соответствующая экспоненциальная зависимость 2 (постоянная времени и установившаяся индукция были известны из эксперимента). Зависимости на рис. 3 показывают, что к моменту времени, когда ток обмотки достигает установившегося значения ($t=0,114$ с), магнитная индукция ни в одной из рассматриваемых областей не достигает величины $B_y=0,54$ Тл. Это объясняется явлением магнитного последствия: проходит еще некоторое время после достижения током установившейся

величины, по истечении которого индукция по всей площади полюса распределяется равномерно.

Анализ полученных экспериментальных данных позволяет перейти к выводу упрощенных формул, устанавливающих зависимость вихревого тока от времени при подключении обмотки управляющего электромагнита к источнику постоянного тока. Допустим, что граница движущегося потока определяется глубиной проникновения волны $x(t)$ (рис. 2). Тогда круговой контур, в котором в любой момент времени действует ЭДС, являющаяся причиной вихревого тока, имеет сечение $S_k=hx(t)$ и среднюю длину $l_k(t)=\pi[2R_3-x(t)]$, а сама ЭДС $e(t)$ возбуждается магнитным потоком $\Phi(t)$, движущимся к оси сердечника со скоростью $V_n(t)$:

$$e(t) = B_{cp}(t) \cdot l_k(t) \cdot V_n(t). \quad (2)$$

где $B_{cp}(t)$ – среднее мгновенное значение магнитной индукции.

Зависимость вихревого тока от времени может быть записана в виде

$$i_g(t) = e(t) / R_k(t). \quad (3)$$

Сопротивление контура вихревого тока $R_k(t)$, входящее в выражение (3), равно

$$R_k(t) = \rho_c \cdot l_k(t) / S_k(t), \quad (4)$$

где ρ_c – удельное сопротивление материала сердечника.

Примем следующие допущения:

1. Индуктивность обмотки УЭ $L=\text{const}$, а магнитный поток есть экспоненциальная функция времени

$$\Phi = \Phi_y \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right). \quad (5)$$

Здесь Φ_y – установившееся значение магнитного потока; $T=L/R$ – постоянная времени обмотки; L и R – индуктивность и активное сопротивление обмотки.

2. В любой момент времени переходного процесса скорость движения магнитного потока в пределах глубины проникновения электромагнитной волны $x(t)$ одна и та же.

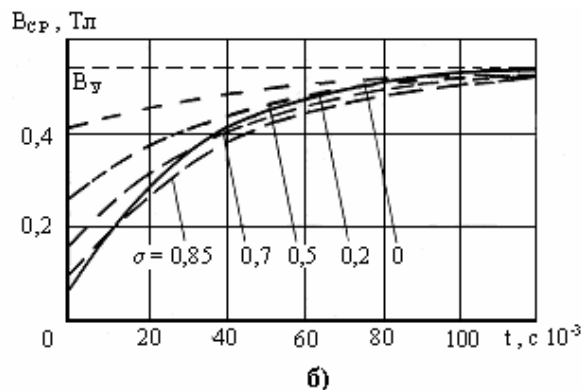
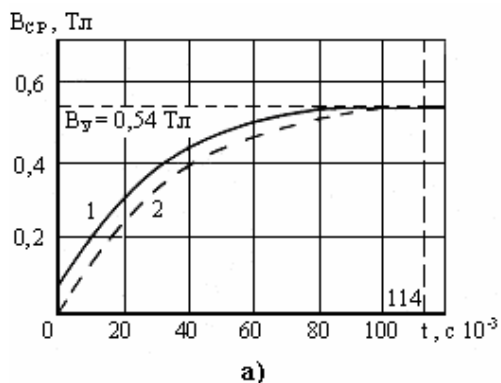


Рис. 4. Экспериментальные (а) и расчетные (б) зависимости изменения средней индукции $B_{cp}(t)$

3. Пренебрегая явлением магнитного последствия, будем считать, что переходной процесс в ферромагнитном сердечнике заканчивается в момент времени, когда ток обмотки достигает установившегося значения.

Кроме того, примем вначале, что, проникая вглубь сердечника, магнитный поток равномерно распределяется по торцевой поверхности и в каждый момент времени пронизывает площадь (рис. 2)

$$S_k(t) = \pi(R_3^2 - r^2) = S_n - \pi(y^2 + 2r_4 y), \quad (6)$$

где r – текущее значение координаты; $S_n = \pi(R_3^2 - R_4^2)$ – торцевая поверхность полюса.

Данное допущение равносильно тому, что магнитная индукция остается постоянной и равной установившемуся значению B_y в течение всего времени переходного процесса, т. е. приращение площади полюса по (6) пропорционально приращению магнитного потока по (5). В дальнейшем неравномерность распределения магнитной индукции будет учтена.

На основании принятых допущений уравнение, описывающее изменение магнитной индукции в полюсе электромагнита, представляется в виде

$$B_y = \frac{\Phi_y(1 - e^{-\frac{t}{T}})}{S_n - \pi(y^2 + 2R_4 y)}. \quad (7)$$

После упрощений получим следующее квадратное уравнение

$$y^2 + 2R_4 y - (R_3^2 - R_4^2) \cdot e^{-\frac{t}{T}} = 0. \quad (8)$$

Корнем данного уравнения, имеющим физический смысл, является выражение

$$y(t) = -R_4 + \sqrt{R_4^2(1 - e^{-\frac{t}{T}}) + R_3^2 \cdot e^{-\frac{t}{T}}}. \quad (9)$$

Используя (7–9), глубину проникновения электромагнитной волны в ферромагнитный сердечник (рис. 2) найдем по выражению

$$x(t) = a - y(t) = R_3 - \sqrt{R_4^2(1 - e^{-\frac{t}{T}}) + R_3^2 \cdot e^{-\frac{t}{T}}}. \quad (10)$$

Продифференцировав уравнение (10) по времени, найдем скорость движения магнитного потока в сердечнике

$$V_n(t) = \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{R_3^2 - R_4^2}{2T} \cdot \frac{e^{-\frac{t}{T}}}{\sqrt{(R_3^2 - R_4^2) \cdot e^{-\frac{t}{T}} + R_4^2}}. \quad (11)$$

Воспользовавшись уравнениями (2–4) и (11), можно получить зависимость для расчета вихревого тока в сердечнике

$$i_e(t) = \frac{E_m h}{2\pi\rho_c} = \frac{R_3 - \sqrt{R_4^2(1 - e^{-\frac{t}{T}}) + R_3^2 \cdot e^{-\frac{t}{T}}}}{\sqrt{R_4^2(1 - e^{-\frac{t}{T}}) + R_3^2 \cdot e^{-\frac{t}{T}}}} \cdot e^{-\frac{t}{T}}, \quad (12)$$

где $E_m = U/W$ – ЭДС в поверхностном слое сердечника в момент включения; U – напряжение на обмотке; W – число витков обмотки.

Исследования показывают, что расчеты по выражению (12) дают значительную погрешность, так как это выражение выведено при допущении постоянства магнитной индукции в любой точке внутри сердечника в течение переходного процесса. Это равносильно допущению об экспоненциальном изменении среднего значения индукции. Однако, как уже отмечалось, средняя по всей площади полюса индукция растет не по экспоненте 2 (рис. 4, а), а по кривой 1, которая хорошо аппроксимируется функцией

$$B_{cp} = B_y(1 - \sigma \cdot e^{-\frac{t}{T}}), \quad (13)$$

где $\sigma \leq 1$ – коэффициент, зависящий от материала сердечника.

На рис. 4, б, представлены графики зависимости, рассчитанные по (13) при различных значениях σ . При правильном выборе величины σ можно добиться удовлетворительного совпадения кривой средней индукции с экспериментальной зависимостью $B_{cp}(t)$.

Перепишем ур. (7) в виде

$$B_y(1 - \sigma \cdot e^{-\frac{t}{T}}) = \Phi_y(1 - e^{-\frac{t}{T}}) / [S_n - \pi(y^2 + 2R_4 \cdot y)].$$

После преобразований, аналогичных тем, которым было подвергнуто уравнение (7), получим

$$i_e(t) = \frac{\Phi_y \cdot h}{2\pi T \rho_c} \times \frac{R_3(1 - \sigma \cdot e^{-\frac{t}{T}}) - \sqrt{(1 - \sigma \cdot e^{-\frac{t}{T}})[R_4^2(1 - e^{-\frac{t}{T}}) + R_3^2(1 - \sigma)e^{-\frac{t}{T}}]}}{(1 - \sigma \cdot e^{-\frac{t}{T}})\sqrt{(1 - \sigma \cdot e^{-\frac{t}{T}})[R_4^2(1 - e^{-\frac{t}{T}}) + R_3^2(1 - \sigma)e^{-\frac{t}{T}}]}} \times (1 - \sigma)e^{-\frac{t}{T}}. \quad (14)$$

При практических расчетах вихревого тока величина σ может быть вычислена из (13) по экспериментальным данным. Например, из опыта легко определить величину установившейся индукции в сердечнике, а также индукцию в поверхностном слое в момент включения. Последняя может быть с достаточной степенью точности определена экстраполяцией экспериментальной зависимости 1 (рис. 3, а) до пересечения с осью ординат. Тогда в момент времени $t=0$ из (13) получим

$$\sigma = 1 - B(0)/B_y = 1 - 0,08/0,54 = 0,85.$$

Формула (14) может быть использована при расчетах управляющих электромагнитов для оценки величины вихревых токов. Подставляя в (14) заданную величину времени трогания якоря, находим величину вихревого тока. Размагничивающее действие вихревого тока учитывается путем суммирования его величины с магнитодвижущей силой обмотки, определяемой при расчете магнитной цепи.

Таким образом, полученные аналитические выражения позволяют уже на стадии проектирования ФМ вычислять обмоточные данные его УЭ с учетом величины вихревого тока. Проиллюстрируем сказанное.

Как показал анализ научно-технической документации, в настоящее время наблюдается четкая тенденция объединения ФМ и приводного электродвигателя в единую электромеханическую систему. В этом случае диаметральный размер магнитопровода управляющего электромагнита ФМ (рис. 1) необходимо увязать с размерами того электродвигателя, для которого предназначено проектируемый ФМ:

- диаметр D_1 следует вычислять по высоте оси вращения электродвигателя;
- диаметр D_4 выбирается с учетом наружного диаметра подшипникового узла D_{ny} электродвигателя для обеспечения возможности крепления ФМ к подшипниковому щиту и установки на валу фрикционного диска.

Как показали проведенные исследования и результаты оптимизационного проектирования ФМ различных типов, для определения D_1 можно воспользоваться следующей формулой:

$$D_1 = (1,6 \dots 1,8) h_{вр},$$

где $h_{вр}$ — высота оси вращения электродвигателя.

Таким образом, можно утверждать, что средний диаметр D_{cp} обмотки также практически однозначно зависит от габарита приводного двигателя.

Покажем, что заданное напряжение U и допустимая плотность тока j , выбранная по заданному классу нагревостойкости изоляции обмотки и условиям охлаждения, при известном среднем диаметре обмотки D_{cp} однозначно определяют число витков обмотки W управляющего электромагнита.

На основании закона Ома имеем

$$R = U / i_y. \quad (15)$$

С другой стороны, примем во внимание, что

$$R = \rho \frac{l}{S_{np}} = \rho \frac{l_{cp} \cdot W}{S_{np}}, \quad (16)$$

где $l_{cp} = \pi D_{cp}$ средняя длина витка обмотки; S_{np} — сечение проводника.

Сечение проводника S_{np} выразим через установившийся ток i_y следующим образом:

$$S_p = i_y / j.$$

Подставим значение S_{np} в (16). Поскольку левые части уравнений (15) и (16) равны, то равны и правые части этих уравнений. Приравняв их и выполнив несложные преобразования, получим

$$W = U / (\rho \cdot j \cdot \pi \cdot D_{cp}).$$

Необходимая величина магнитодвижущей силы (МДС) F обмотки УЭ равна:

$$F = F_{мк} + i_{вт},$$

где $F_{мк}$ — МДС, полученная в результате расчета магнитной цепи УЭ.

Зная суммарную МДС обмотки, вычисляем сечение S_{np} и диаметр d_{np} провода, а также глубину паза h под обмотку:

$$S_{np} = i / j; \quad d_{np} = \sqrt{\frac{4 \cdot S_{np}}{\pi}}; \quad h = \frac{W \cdot S_{np}}{b \cdot k_3},$$

где $i = F/W$; k_3 — коэффициент заполнения паза.

В качестве примера приведем расчетные данные магнитной системы фрикционного тормоза с электромагнитным приводом для электродвигателя типа 4А71А4. Исходные данные для расчета: тормозной момент $M_m = 3,5$ Н·м; $D_1 = 120$ мм; $D_4 = 60$ мм; максимально возможный рабочий воздушный зазор $\delta = 1,5$ мм; напряжение 36 В. Результаты расчета сведем в таблицу, где значения параметров в числителе соответствуют расчету без учета вихревого тока, а в знаменателе — с его учетом (i_y и Δt — установившийся ток и перегрев обмотки УЭ; обозначения — по рис. 1):

Таблица. Расчетные данные магнитной системы фрикционного тормоза с электромагнитным приводом

b , мм	D_{cp} , мм	W	i_y , А	S_{np} , мм ²	d_{np} , мм	h , мм	Δt , °С	$i_{вт}$, А
23	105	1560	0,735 0,89	0,184 0,222	0,484 0,63	21 25,2	65 72	24

Проведенные экспериментальная проверка подтвердила достоверность полученных результатов и показала, что для обеспечения требуемого быстрогодействия при срабатывании $t_{cp} = 60$ мс обмоточные УЭ необходимо вычислять с учетом влияния вихревого тока.

Выводы

1. Проведены экспериментальные и теоретические исследования и получены аналитические зависимости, описывающие процесс проникновения электромагнитной волны в сплошной магнитопровод электромагнита фрикционных механизмов. Выведены формулы, позволяющие вычислять величину вихревого тока, наводимого в магнитопроводе в переходных режимах работы.
2. Полученные аналитические зависимости позволяют вычислять обмоточные данные управляющего электромагнита и параметры быстрогодействия фрикционных механизмов с учетом размагничивающего действия вихревого тока путем суммирования его величины с магнитодвижущей силой обмотки, определяемой при расчете магнитной цепи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бочкарев И.В., Галбаев Ж.Т. Электродвигатели с встроенным электромеханическим тормозом для станков и роботов. – Бишкек: Изд-во «Илим», 2005. – 314 с.
2. Буль Б.К. Основы теории и расчета магнитных цепей. – М.: Энергия, 1964. – 464 с.
3. Гринченков В.П., Никитенко А.Г., Павленко А.В. Исследование динамических процессов в электромагнитах // Известия вузов. Электромеханика. – 1982. – № 12. – С. 1432–1437.
4. Колесников Э.В. Переходные режимы магнитопроводов // Известия вузов. Электромеханика. – 1967. – № 6. – С. 625–647.
5. Колесников Э.В. Переходные режимы магнитопроводов // Известия вузов. Электромеханика. – 1967. – № 7. – С. 767–783.
6. Гринченков В.П., Ершов Ю.К. Метод расчета динамических характеристик электромагнитов с массивным магнитопроводом // Известия вузов. Электромеханика. – 1989. – № 8. – С. 61–68.
7. Никитенко А.Г., Бахвалов Ю.А., Никитенко Ю.А. и др. О проектировании электромагнитов с заданными динамическими свойствами // Электротехника. – 1998. – № 9. – С. 53–58.
8. Бочкарев И.В., Гунина М.Г. Переходные процессы, протекающие в электромеханическом тормозном устройстве в режиме растормаживания // Электротехника. – 2004. – № 11. – С. 34–38.

Поступила 16.04.2009 г.

УДК 621.3.01

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ СТЕРЖНЕВОГО ЗАЗЕМЛИТЕЛЯ

Н.А. Макенова

Томский политехнический университет
E-mail: mna@iao.ru

Разработана численная модель исследования электрического поля вертикального стержневого заземлителя. Показано, что напряжение поля на поверхности земли уменьшается с увеличением длины стержня или с увеличением его диаметра.

Ключевые слова:

Стержневой заземлитель, электрическое поле, электрод, ток, сопротивление, шаговое напряжение.

Введение

В настоящее время проблемам техники безопасности уделяется все большее внимание. Для защиты жилых построек предусматриваются молниеотводы, представляющие собой молниеприемник (металлический стержень), токоотводящий шнур и заземлитель [1]. Заземлитель может быть простым металлическим стержнем (чаще всего стальным) или сложным комплексом элементов специальной формы. Для заземления электрооборудования в жилых зданиях и сооружениях используют «горизонтальные» и «вертикальные» заземлители, в данном случае электроды располагают в грунте на нужной глубине, чтобы они не были повреждены при работе машин. Горизонтальные заземлители прокладывают на глубине 0,5 м, на пахотной земле – не менее 1 м. Они рациональны в тех случаях, когда электропроводность верхнего слоя грунта обеспечивает нужную проводимость. Однако верхние слои почвы часто имеют большее электрическое сопротивление, чем глубинные. Кроме того, близко к поверхности земли растекание тока не идет равномерно во все стороны, как на глубине. Следовательно, сопротивление горизонтальных электродов обычно больше, чем сопротивление вертикальных электродов такой же массы. Поэтому наибольшее распространение в качестве заземлителей получили именно вертикальные электроды. Глубинные вертикальные электроды наиболее экономичны, достигают хоро-

шо проводящих слоев грунта [2]. Качество заземления определяется значением электрического сопротивления цепи заземления, которое можно снизить, увеличивая площадь контакта или проводимость среды – используя множество стержней, повышая содержание солей в земле и т. д.

Проектированием заземлителей занимается большое количество проектных организаций, но это достаточно не дешевая услуга. Нами предложена простая и удобная в использовании программа численного моделирования стержневого заземлителя для бытовых или промышленных нужд. Программа написана на языке Visual C++ и построена как однодокументное приложение на основе приведенных ниже математических моделей.

1. Математическая модель заземлителя

Для расчета электрического поля сферического заземлителя диаметром d и с током I_0 , расположенного на глубине h (рис. 1), возможно использовать метод зеркальных изображений и наложения [3].

На месте зеркального изображения помещается электрод с тем же током I_0 , где $r_1 = \sqrt{r^2 + (h - Z)^2}$, $r_2 = \sqrt{r^2 + (h + Z)^2}$, причем $0 < r < \infty$ и $-\infty < Z \leq 0$. Плотность тока в земле от уединенного шара без учета влияния поверхности земли будет равна при $r_1 > d/2$ (точка N)

$$\delta_1 = \frac{I_0}{4\pi r_1^2},$$