

тематическая модель, позволяющая решить оптимизационную задачу об инвестировании. Объектом рассмотрения при решении данной задачи является совокупность научно-технических разработок, представленных в виде инновационных проектов. Функция модели представляет собой отношение суммарной прибыли в рассматриваемом периоде к сумме произведения оценок всех возможных рисков ситуаций этого проекта на степень их важности. Для этого должны выполняться следующие условия: срок окупаемости проекта меньше или равен установленному максимальному сроку; сумма инвестиций в проект меньше максималь-

но допустимой суммы инвестиций; период рассмотрения проекта меньше или равен сроку жизненного цикла продукции.

Модель успешно апробирована на ряде научно-технических разработок Томского политехнического университета. Решение поставленной задачи с помощью предложенной модели позволило ранжировать научно-технические разработки по степени их инвестиционной привлекательности и финансировать в порядке приоритетности. Применение предложенной модели позволяет решить одну из задач управления качеством — принять обоснованное стратегически верное решение об инвестировании.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стратегия развития науки и инноваций в Российской Федерации на период до 2015 года (утверждена Межведомственной комиссией по научно-инновационной политике 15.02.06). — 2006. — 124 с. [Электронный ресурс] / режим доступа: http://tehnopark.mgupi.ru/modules/wfsection/doc/prog_in_2015.doc. — 30.04.2009.
2. Мескон М., Альберт М., Хедоури Ф. Основы менеджмента. Пер. с англ. — М.: Дело, 2004. — 720 с.
3. Балабанов И.Т. Инновационный менеджмент. — СПб.: Питер, 2001 — 304 с.
4. Надежность технических систем и техногенный риск // Центр стратегических исследований ГЗ МЧС России (Электронное учебное пособие) [Электронный ресурс] / режим доступа <http://csi-mchs.ru/www/posobija/1/8-6.html>. — 30.04.2009.
5. Финансовая математика: математическое моделирование финансовых операций / Под ред. В.А. Половникова и А.И. Пилипенко. — М.: Вузовский учебник, 2007. — 360 с.
6. Орлов А.И. Эконометрика. — М.: Экзамен, 2002. — 120 с.

Поступила 30.04.2009 г.

УДК 005.591.6:519.876.5

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПОЛИРЫНОЧНОЙ СТРАТЕГИИ РЕАЛИЗАЦИИ ИННОВАЦИОННОГО ТОВАРА

В.А. Семиглазов, А.М. Семиглазов

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники
E-mail: vadim@rk.tusur.ru; sam@tu.tusur.ru

Рассмотрен метод снижения реализационных расходов фирмы за счет продажи товаров одновременно на нескольких рынках в количествах, определяемых решением математической модели издержек методом нелинейного программирования с целочисленным решением.

Ключевые слова:

Математическая модель, нелинейное программирование, аппроксимация, реализационные и транспортные издержки, синергия, эластичность, выручка, целевая функция, постоянная времени продаж, полирыночная стратегия, риски продаж.

Снижение реализационных издержек наряду с производственными издержками позволяют фирме увеличить прибыль либо снизить цены на свою продукцию и тем самым увеличить свою конкурентоспособность. В настоящее время фирмы практически исчерпали возможность снижения производственных издержек, потому прилагают дополнительные усилия к снижению реализационных издержек, более плотно занимаются вопросами логистики [1]. Актуальность снижения издержек фирмы существенно увеличивается в условиях мирового финансового кризиса.

Задачей настоящей работы является рассмотрение возможности снижения реализационных издержек фирмы за счет освоения нескольких дополнительных рынков, описываемых нелинейными функциями издержек (полирыночная стратегия).

Решение поставленной задачи осуществляется посредством математического моделирования функционирования совокупности рынков по реализации инновационной продукции.

В основу метода анализа положено нелинейное программирование с целочисленным решением, регрессионный анализ, метод наименьших квадра-

тов и метод Лагранжа, реализованные в приложении Excel из офисного пакета MS Office 2007 (далее MS Excel).

Настоящая работа выполнена с учетом работ отечественных и зарубежных авторов: О.А. Косорукова, В.В. Глухова, М.Д. Медникова, Т.Дж. Уотшена, А. Диакко, М. Эддоуса и др.

Формула реализационных издержек

Известно [2, 3], что при освоении рынка производителям приходится сталкиваться со многими экономико-управленческими проблемами, например:

- конкуренцией других товаропроизводителей;
- конкуренцией товаров-субститутов;
- освоением новых рыночных ниш;
- обеспечением существенного качественного преимущества продукта;
- разработкой реализационной стратегии, стратегии ценообразования и т. д.;

Еще до начала реализации продукта, тем более нового, необходимо провести интенсивную рекламную кампанию, наладить сбытовую сеть — аренда торговых и складских площадей, наем продавцов, агентов, дилеров, организация транспортных перевозок.

Все издержки дореализационного характера можно охарактеризовать как «рыночные барьеры», которые, конечно, имеют некоторый разброс от рынка к рынку.

Каждый рынок характеризуется определенным количеством товара, которое можно реализовать на нем до его полного насыщения — емкостью рынка.

Естественно предположить (кстати, это подтверждает практика), что по мере увеличения объема продаж увеличиваются и реализационные издержки, причем в большей степени, нежели рост продаж.

Этот непропорциональный рост объясняется следующими моментами.

Во-первых, происходит перелив капитала из других отраслей бизнеса.

Во-вторых, со временем объем падает, а издержки на содержание торговой точки остаются прежними, т. е. увеличиваются удельные издержки на единицу товара.

В-третьих, по мере насыщения рынка, старения продукта, сужается количество потенциальных покупателей и потому необходимо дополнительно реализовать ряд мер, например:

- расширить рекламную кампанию;
- снижать цены, а это эквивалентно увеличению издержек;
- расширять агентскую сеть;
- вводить льготы, бонусы, рассрочку платежа;
- изменить упаковку, расширить гарантии;
- осуществлять доставку, установку, наладивание и т. д.

На рис. 1 представлены характерные зависимости реализационных R и транспортных T расходов в условных денежных единицах (УДЕ) от количества Q реализованного товара.

Степень нелинейности графиков реализационных издержек определяется параметрами рынка, качеством и востребованностью товара.

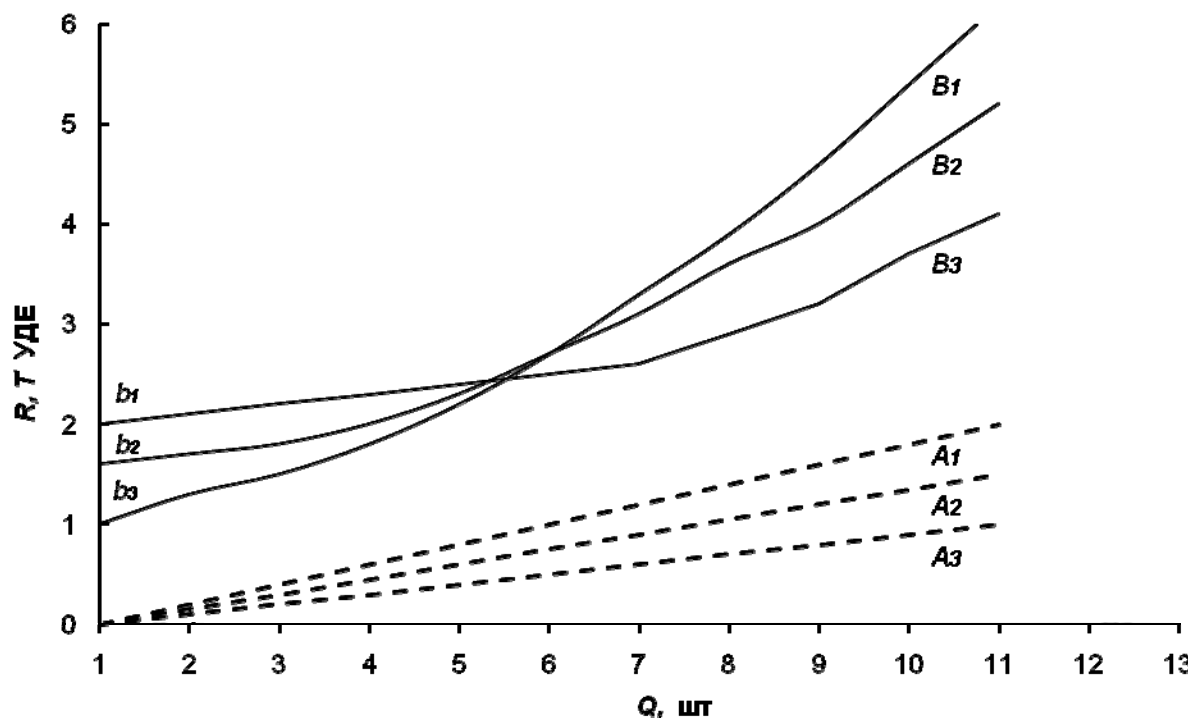


Рис. 1. Зависимость реализационных B_1 , B_3 и транспортных A_1 , A_3 издержек от объема реализуемого товара

Внереализационные расходы определяются точкой пересечения кривых с осью $R(b_1; b_2; b_3)$.

Для удобства дальнейшего анализа в MS Excel аппроксимируем кривую реализационных издержек формулой:

$$R_{pi} = b_i m_i^{x_i}, \quad (1)$$

где b_i – внереализационные расходы, m_i – безразмерный коэффициент; x_i – количество реализованного товара, шт.; $i = \overline{1, n}$ – номер рынка.

Из рис. 1 видно, что для снижения реализационных расходов необходимо, чтобы количество реализуемого товара не выходило за линейный участок кривых. Следовательно, если количество товара, подлежащего реализации, выходит за границы этого участка, необходимо излишки товара реализовать на линейном участке кривой другого рынка. Так как кривые издержек для всех рынков различны, встает закономерный вопрос о том, каким образом следует распределить весь объем товара между рынками с тем, чтобы минимизировать общие реализационные издержки.

Математическая модель минимизации реализационных издержек

Пусть общее количество товара, подлежащее реализации, равно N , тогда математическую модель расчета реализационных расходов для n рынков можно представить с учетом (1) следующим образом:

Целевая функция:

$$R_i = \sum_{i=1}^n b_i m_i^{x_i} \Rightarrow \min$$

Ограничения:

$$\sum_{i=1}^n x_i = N;$$

$$x_i > 0; \text{целочисленные}; i = \overline{1, n}.$$

где x_i – количество товаров, подлежащих реализации на i -ом рынке.

Система (2) представляет собой задачу нелинейного программирования с целочисленным решением [4].

Рассмотрим конкретный пример.

Пусть надлежит распределить 100 шт. инновационного товара на пяти рынках. Формулы реализационных издержек для каждого рынка известны либо по результатам продаж аналогичного товара, либо по результатам пробных продаж инновационного товара.

Формулы реализационных издержек по пяти рынкам R_{pi} для примера примем в следующем виде (числовые данные получены по результатам аппроксимации характерных кривых, подобных представленным на рис. 1):

$$\left. \begin{aligned} R_{p1} &= 1,6 \cdot 10^4 \cdot 1,03^{x_1} \\ R_{p2} &= 1,7 \cdot 10^4 \cdot 1,028^{x_2} \\ R_{p3} &= 1,8 \cdot 10^4 \cdot 1,026^{x_3} \\ R_{p4} &= 1,9 \cdot 10^4 \cdot 1,024^{x_4} \\ R_{p5} &= 2,0 \cdot 10^4 \cdot 1,022^{x_5} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Решение системы (2) в MS Excel с данными (3) дает следующие результаты:

$$R_{\min} = 149406 \text{ р.}$$

Таблица 1. Расчетное количество товара для продажи по пяти рынкам при минимизации реализационных издержек

Рынок 1, шт	Рынок 2, шт	Рынок 3, шт	Рынок 4, шт	Рынок 5, шт
16	17	19	22	26

Если бы всю партию товара в 100 шт. продать на каждом из пяти рынков, то реализационные расходы увеличились бы до следующих величин, табл. 2.

Таблица 2. Реализационные издержки при продаже всей партии товара на каждом рынке

Рынок 1, р.	Рынок 2, р.	Рынок 3, р.	Рынок 4, р.	Рынок 5, р.
307498	269005	234427	203586	176246

Из полученных результатов следует, что разделение большой партии товара на более мелкие и реализация их на нескольких рынках позволяет существенно сократить реализационные расходы, в нашем случае от 15 до 51 % по отношению к расходам на отдельных рынках.

Полученные результаты показывают, что полирыночная стратегия реализации товара, позволяет получить синергический эффект, проявляющийся в существенном снижении реализационных издержек. Этот эффект может наблюдаться, если реализационные характеристики рынков близки друг к другу, как в нашем примере, при более сильных отклонениях какого-то рынка от средних значений решение может показать, что количество товаров, подлежащих реализации на этом рынке, равно нулю.

Математическая модель с учетом транспортных расходов

Рассмотренную задачу можно усложнить, если учесть в реализационных издержках транспортные расходы на доставку рыночной доли товара от места его изготовления до конкретного рынка.

Будем считать, что транспортные расходы пропорциональны объему товара x_i (рис. 1, кривые A_1, A_3).

$$R_{ti} = a_i x_i, \text{ р.}$$

В этом случае целевая функция примет вид:

$$R_2 = \sum_{i=1}^n (a_i x_i + b_i m_i^{x_i}) \Rightarrow \min. \quad (4)$$

Решение уравнения (4) с прежними ограничениями (2) и экспериментальными коэффициентами a_i , принятыми для рынков:

$$a_1 = 0,3 \text{ р./шт.};$$

$$a_2 = 0,3 \text{ р./шт.};$$

$$a_3 = 0,2 \text{ р./шт.};$$

$$a_4 = 0,1 \text{ р./шт.};$$

$$a_5 = 0,1 \text{ р./шт.}$$

дает существенное перераспределение товара по рынкам, табл. 3.

Таблица 3. Расчетное количество товара для продажи по пяти рынкам при минимизации реализационных издержек и учете транспортных расходов

Рынок 1, шт	Рынок 2, шт	Рынок 3, шт	Рынок 4, шт	Рынок 5, шт
19	23	26	32	0

Суммарные издержки составят $R_{\min}=17519$ р.

Математическая модель максимизации выручки

Реализационные расходы вычитаются из выручки от продаж; сама же выручка на каждом из рынков определяется не только количеством проданного товара, но и эластичностью конкретного рынка (цена – количество). При большом разбросе эластичности рынков возможна ценовая дифференциация товара по рынкам.

Представляет практический интерес расчет общего дохода от продажи партии инновационного товара на нескольких рынках с учетом того факта, что цена на этих рынках определяется индивидуальной эластичностью продаж и количеством проданного товара.

Выручка V от продаж Q_i количества товара на i -ом рынке определяется выражением:

$$V_i = S_i \cdot Q_i,$$

где S_i – цена товара на i -ом рынке.

В свою очередь цена S_i зависит от вида эластичности продаж на i -ом рынке. Для инновационного

товара зависимость цены товара S_i от объема продаж Q_i можно представить линейно-убывающей функцией [5], рис. 2.

$$S_i = c_i Q_i + d, \quad (5)$$

где d – максимальная цена товара, по которой товар оказывается еще востребован; Q_1, Q_3 – максимальное количество товара, которое можно реализовать на конкретном рынке, – емкость рынка.

Таким образом, зависимости цены товара от объема продаж на каждом из рынков можно характеризовать угловым коэффициентом c_i при одинаковой для рынков величиной $d_i=d$, либо эластичностью:

$$\varepsilon_i = \frac{dS}{dQ} \cdot \frac{Q}{S} = c_i \frac{Q_i}{d_i}.$$

С учетом (5) максимальную выручку на i -ом рынке можно представить как:

$$V_i = c_i Q_i^2 + Q_i d. \quad (6)$$

Исходя из (6) результирующая выручка V_p с учетом транспортных и реализационных издержек равна:

$$V_{p_i} = c_i Q_i^2 + Q_i d - a_i Q_i - b_i m_i^{x_i}.$$

Для расчета максимальной прибыли от продажи партии товара на n рынках с учетом их индивидуальных эластичностей продаж запишем целевую функцию:

$$V_1 = \sum_{i=1}^n (c_i x_i^2 + (d - a_i) x_i - b_i m_i^{x_i}) \Rightarrow \max. \quad (7)$$

Здесь принято $x_i=Q_i$.

Решение уравнения (7) с прежними ограничениями (2), принятым для рынков $d=20000$ р. и экспериментальными угловыми коэффициентами c_i равными: $c_1=10$ р./шт., $c_2=8$ р./шт., $c_3=6$ р./шт., $c_4=-8$ р./шт., $c_5=10$ р./шт. дает новое распределение партии товаров в 100 шт. по пяти рынкам, табл. 4.

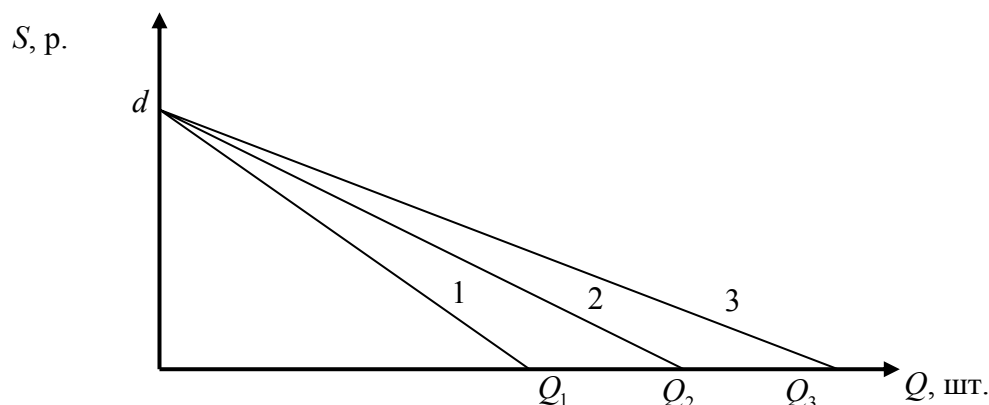


Рис. 2. Зависимость цены товара от объема продаж для рынков 1–3

Таблица 4. Расчетное количество товара для продажи на пяти рынках при минимизации реализационных и транспортных издержек и максимизации выручки

Рынок 1, шт	Рынок 2, шт	Рынок 3, шт	Рынок 4, шт	Рынок 5, шт
14	15	18	23	30

При этом максимальная выручка равна $V_{\text{max}} = 1840679$ р.

Цена товара от рынка к рынку колеблется в пределах 10 % от 19860 до 19940 р.

Проведенные исследования не претерпят существенных изменений в том случае, если мы примем максимальную цену товара d индивидуальной для каждого рынка.

Математическая модель выручки на рынках с учетом временных характеристик реализации товара

Для любого товаропроизводителя небезразлично время реализации на рынке его товара, т. к. выручку от продаж он направляет на воспроизводство товара. Чем быстрее проходит реализация товара, тем короче цикл воспроизводства, тем выше оборачиваемость капитала, а, значит, и его наращивание.

Скорость продаж товара на рынке зависит от следующих факторов:

- покупательная способность населения;
- количества конкурирующих фирм;
- соотношение цена/качество товара;
- степень развитости и дееспособности агентской и дилерской сети;
- эффективности рекламной кампании фирмы-продавца;

- спрос на товар в конкретном регионе;
- емкость рынка;
- незанятость товарной ниши и т. д.

Динамику продаж инновационного товара можно представить следующим образом. Сразу после рекламной кампании наблюдается интенсивный процесс продаж, обусловленный категорией покупателей – «инноваторы», затем следует категория покупателей «ранних последователей» и далее «среднее большинство» и последователи.

Таким образом, после начального бурного роста продаж происходит замедление продаж, которое со временем становится более ощутимым.

Графически такой процесс продаж можно представить экспоненциально-нарастающей кривой, описывающей в электротехнике процесс заряда конденсатора C через резистор r (рис. 3).

Кривую продаж на рис. 3 можно описать по аналогии с процессом заряда конденсатора формулой:

$$Q_i = x_i \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}} \right), \quad (8)$$

где x_i – количество товара, распределенного на i -ый рынок; Q_i – количество проданного товара на i -ом рынке за время t ; τ_i – постоянная времени продаж товара на конкретном рынке, характеризует инерционность рынка.

При $\tau = t$ из выражения (8) следует, что объем проданного товара Q_i составит 63 % от общего объема товара x_i на рынке. Величина τ индивидуальная для каждого рынка.

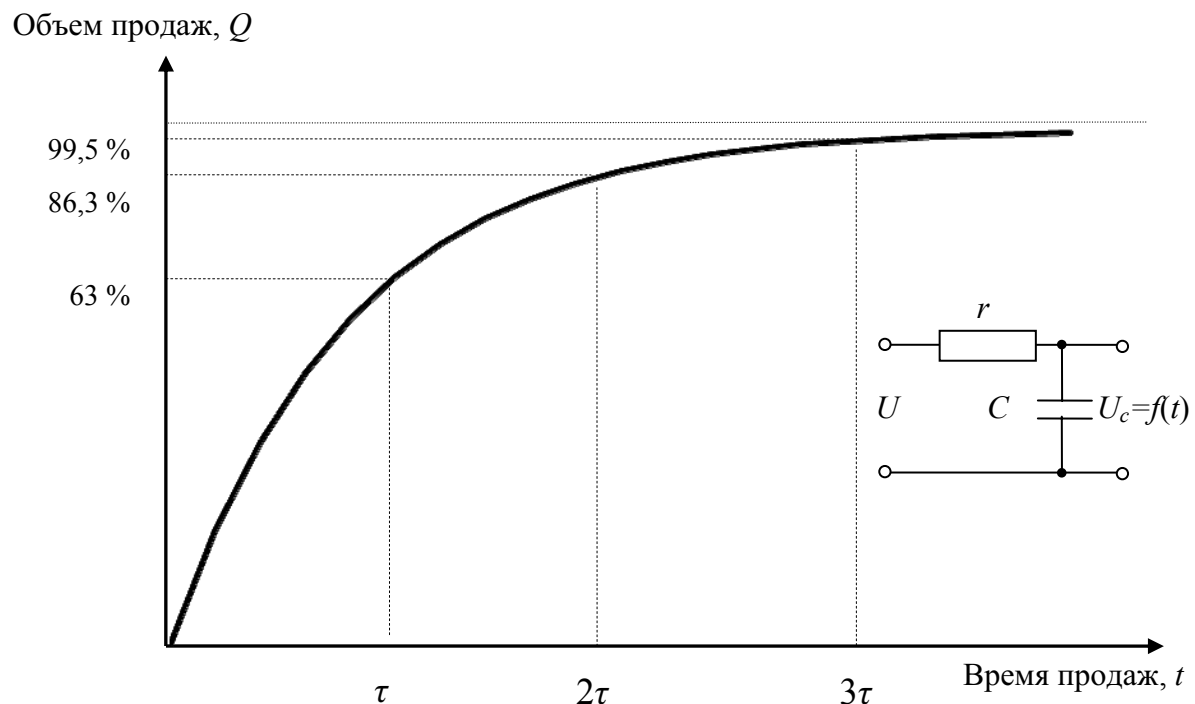


Рис. 3. Процесс нарастания продаж Q со временем

Производителя может интересовать конкретный вопрос: какова максимальная выручка может быть получена от рынков к определенному моменту времени t_{on} (к моменту запуска в производство новой партии товара) при оптимальном распределении партии товаров между рынками?

Подставляя выражение (8) в (6), запишем целевую функцию для максимальной выручки с учетом инерционности рынков по реализации.

$$V_2 = \sum_{i=1}^n \left(c_i X_i^2 \left(1 - e^{-\frac{t_{on}}{\tau_i}} \right)^2 + (d - a_i) X_i \left(1 - e^{-\frac{t_{on}}{\tau_i}} \right) - b_i m_i X_i \left(1 - e^{-\frac{t_{on}}{\tau_i}} \right) \right) \Rightarrow \max. \quad (9)$$

Решение уравнения (9) с прежними ограничениями (2) и экспериментальными постоянными времени τ_i , принятыми для рынков (в кварталах) $\tau_1=1,0$ кв., $\tau_2=1,1$ кв., $\tau_3=1,2$ кв., $\tau_4=1,3$ кв., $\tau_5=1,4$ кв. дает измененное распределение партии товаров в 100 шт. по пяти рынкам за время $t_{on}=2$ кв., табл. 5.

Таблица 5. Расчетное количество товара для продажи на пяти рынках при минимизации реализационных и транспортных издержек, максимизации выручки и учете временных характеристик реализации товара

Рынок 1, шт	Рынок 2, шт	Рынок 3, шт	Рынок 4, шт	Рынок 5, шт
43	35	22	0	0

При этом максимальная выручка равна $V_2=1508126,3$ р. Естественно, что она меньше, чем V_1 , т. к. время торговли было ограничено периодом в два квартала.

Математическая модель выручки на рынках с учетом риска реализации товара

Реализация товара на рынках связана со следующими рисками:

- порча или хищение товара;
- рыночные криминальные поборы;
- коррумпированность чиновников на рынке;
- стихийные бедствия;
- увеличение таможенных пошлин для зарубежных рынков;
- изменение курса валют и т. д.

Каждый из задействованных рынков в различной степени зависит от этих рисков и может характеризоваться надежностью P_i получения запланированных доходов от реализации товаров на нем.

Для учета этого фактора достаточно в целевой функции (9) ввести множитель P_i для первых двух слагаемых и пренебречь коэффициентом a_i , т. к. $a_i \ll d$; окончательно целевая функция:

$$V_3 = \sum_{i=1}^n \left(P_i c_i X_i^2 \left(1 - e^{-\frac{t_{on}}{\tau_i}} \right)^2 + P_i X_i \left(1 - e^{-\frac{t_{on}}{\tau_i}} \right) d - b_i m_i X_i \left(1 - e^{-\frac{t_{on}}{\tau_i}} \right) \right) \Rightarrow \max. \quad (10)$$

Решение уравнения (10) с прежними ограничениями (2) и экспериментальными значениями для надежности рынков: $P_1=0,9$; $P_2=0,92$; $P_3=0,94$; $P_4=0,97$; $P_5=0,98$ дает измененное по отношению к предыдущему распределение партии товаров в 100 шт. по пяти рынкам, табл. 6.

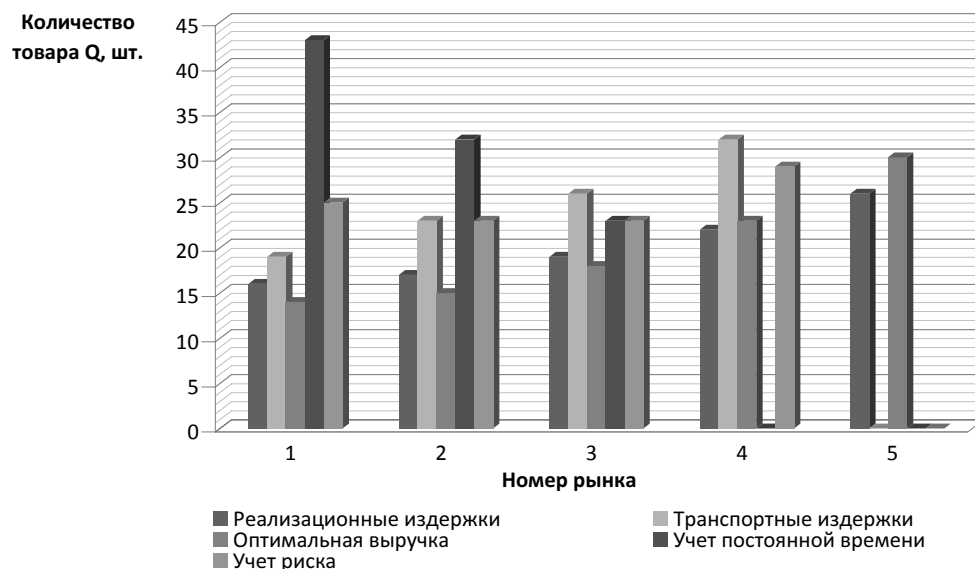


Рис. 4. Распределение партии товаров по отдельным рынкам с учетом рыночных параметров

Таблица 6. Расчетное количество товара для продажи на пяти рынках при минимизации реализационных и транспортных издержек, максимизации выручки, с учетом временных характеристик реализации товара и риска

Рынок 1, шт	Рынок 2, шт	Рынок 3, шт	Рынок 4, шт	Рынок 5, шт
25	23	23	29	0

При этом максимальная выручка $V_3=1381622,1$ р., что закономерно по отношению к предыдущему результату, т. к. учет рисков должен приводить к снижению эффективности реализации товара.

На рис. 4 приведена диаграмма распределения партии товаров в 100 шт. по пяти рынкам для рассмотренных пяти случаев: минимизация реализационных расходов и расходов с дополнительными учетом транспортных издержек, максимизация выручки с учетом суммарных издержек, постоянной времени реализации и вероятности получения полной выручки (с учетом риска).

Выводы

Результаты исследований показали, что одним из способов существенного снижения реализационных издержек является размещение партии товаров по нескольким рынкам (полирыночная стратегия). Конкретное распределение товара между рынками определяется количеством учитываемых параметров отдельных рынков (издержки, эластичность, постоянная времени продаж, риски и т. д.). Для решения вопроса о конкретной величине реализуемого товара на отдельных рынках необходимо использовать нелинейное программирование с целочисленным решением для анализа математической модели совокупности рынков. Рассмотренная методика исследований может быть распространена и на большее количество рынков с различным сочетанием параметров рынка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Просветов Г.И. Математические методы в логистике: задачи и решения – 2-е изд., доп. – М.: Альфа-Пресс, 2008. – 304 с.
2. Токарев Б.Е. Методы сбора и использования маркетинговой информации. – М.: Экономистъ, 2004. – 256 с. – (Серия «Practica»).
3. Беляевский И.К. Маркетинговое исследование: информация, анализ, прогноз. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 320 с.
4. Курицкий Б.Я. Поиск оптимального решения средствами Excel 7.0. – СПб.: ВHV-Санкт-Петербург, 1997. – 384 с.
5. Колесников А.Н. Краткий курс математики для экономистов. – М.: Инфра-М, 2000. – 208 с. – (Серия «Высшее образование»).

Поступила 27.05.2009 г.