УДК 621.317.727.1

РАСЧЕТ ВЫХОДНОГО ИМПЕДАНСА ИНДУКТИВНОГО ДЕЛИТЕЛЯ НАПРЯЖЕНИЯ С СИММЕТРИРУЮЩЕЙ ОБМОТКОЙ

В.Л. Ким

Томский политехнический университет
E-mail: sov@camsam.tpu.ru

Проведен расчет активной и индуктивной составляющих выходного полного сопротивления индуктивного делителя напряжения с симметрирующей обмоткой (ИДН с СО). Экспериментальные исследования подтверждают меньшие значения импедансов на выходных отводах делительной обмотки ИДН с СО по сравнению с известными одножгутовыми ИДН.

Введение

Среди пассивных делителей напряжения переменного тока индуктивные делители напряжения (ИДН) обладают наименьшим значением выходного импеданса. Последний состоит из активного сопротивления провода и индуктивности рассеяния, соединенных последовательно. Выходной импеданс, как и входной, играет важную роль в формировании погрешности измерения. Поэтому в существующей нормативно-технической документации, обязательно нормируются выходные полные сопротивления средств измерений, к которым относится ИДН [1].

В большинстве применений ИДН является составной частью различных измерительных установок и комплексов и его характеристики взаимодействия во многом определяют точность систем.

С этой точки зрения значительный интерес представляет определение выходного импеданса индуктивных делителей напряжения с симметрирующей обмоткой (ИДН с СО) как нового типа делителей [2, 3].

Расчет выходного импеданса ИДН с СО, выполненного на одном сердечнике

На рис. 1 импедансы $z_i=r_i+pl_{si}$, $z_j=r_j+pl_{sj}$, $(j=0,1,2,...,\frac{m}{2};\ i=\frac{m}{2}+1,\frac{m}{2}+2,\frac{m}{2}+3,...,\ m)$ отображают активные сопротивления проводов и индуктивности рассеяния секций верхней и нижней половин делительной обмотки, а $z_o=r_o+pl_{so}$ полное выходное сопротивление симметрирующей обмотки.

Заметим, что в области нижних частот (до 10 кГц) реактивные составляющие $z_{(\cdot)}$ малы и ими можно пренебречь. Тогда выходное активное сопротивление нижней половины делительной обмотки, равное эквивалентному сопротивлению между зажимом 'Вход' и выходным зажимом 'n'' определяется следующим образом (промежуточные преобразования опущены):

$$r_{\text{вых }n'}=\frac{r_{\text{o}}\sum\limits_{i=0,5m+1}^{m}r_i\sum\limits_{j=1}^{n'}r_j+\sum\limits_{j=1}^{n'}r_j\sum\limits_{j=n'+1}^{0,5m}r_j(r_{\text{o}}+\sum\limits_{i=0,5m+1}^{m}r_i)}{r_{\text{o}}\sum\limits_{i=0,5m+1}^{m}r_i+(r_{\text{o}}+\sum\limits_{i=0,5m+1}^{m}r_i)\sum\limits_{j=1}^{0,5m}r_j}. \quad (1)$$

Для отводов верхней половины делительной обмотки получим

$$r_{\text{вых }n}=\frac{r_{\text{o}}\sum\limits_{j=1}^{0,5m}r_j\sum\limits_{i=n+1}^{m}r_i+\sum\limits_{i=0,5m+1}^{n}r_i\sum\limits_{i=n+1}^{m}r_i(r_{\text{o}}+\sum\limits_{j=1}^{0,5m}r_j)}{r_{\text{o}}\sum\limits_{j=1}^{0,5m}r_j+(r_{\text{o}}+\sum\limits_{j=1}^{0,5m}r_j)\sum\limits_{i=0,5m+1}^{m}r_i}. \quad (2)$$

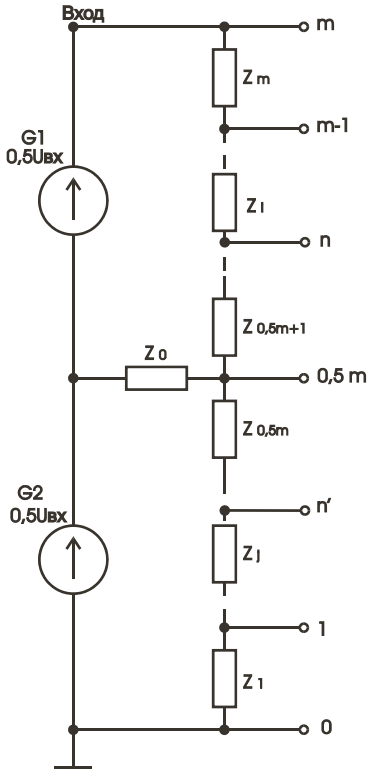

Рис. 1. *Эквивалентная схема ИДН с СО для расчета выходного импеданса*

Рассмотрим случай $r_{\text{o}}=0$ и $r_i=r_j=r_{cp}$, где r_{cp} – среднее значение сопротивления провода секции. Тогда (1) и (2) преобразуются к виду

$$r_{\text{вых }n'}=\frac{n'(0,5m-n')r_{\text{ср}}}{0,5m},\ r_{\text{вых}n}=\frac{(m-n)(n-0,5m)r_{\text{ср}}}{0,5m}. \quad (3)$$

Для декадного делителя (m=10) выходные активные сопротивления, рассчитанные по формулам (3), равны

$$r_{вых1} = r_{вых4} = r_{вых6} = r_{вых9} = 0,8r_{ср},$$
$$r_{вых2} = r_{вых3} = r_{вых7} = r_{вых8} = 1,2r_{ср},\ r_{вых5} = 0. \quad (4)$$

Выходные сопротивления известных одножгутовых ИДН (ИДН1) [4] при том же $r_{ср}$ определяются в виде

$$r_{вых1} = r_{вых9} = 0,9r_{ср},\ r_{вых2} = r_{вых8} = 1,6r_{ср},$$
$$r_{вых3} = r_{вых7} = 2,1r_{ср},\ r_{вых4} = r_{вых6} = 2,4r_{ср},\ r_{вых5} = 2,5r_{ср}. \quad (5)$$

Из формул (4) и (5) видно, что ИДН с СО имеет меньшие значения выходных сопротивлений, особенно на средних отводах. Этот положительный эффект наблюдается и в реальном случае, когда выходное активное сопротивление СО не равно нулю, т.е. $r_o \neq 0$. В таблице приведены результаты расчетов выходных сопротивлений ИДН1 по формуле (5) при $r_{ср}$=1,2 Ом и ИДН с СО по формулам (1, 2) при $r_{ср}$=0,6 Ом и r_o=3 Ом.

Таблица. *Выходное активное сопротивление делителей, Ом*

Тип делителя	Номер выходного отвода								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ИДН1	1,08	1,92	2,52	2,88	3,00	2,88	2,52	1,92	1,08
ИДН с СО	0,52	0,88	1,08	1,12	1,00	1,12	1,08	0,88	0,52

Данные экспериментальных исследований подтверждают (отличие менее 5 % от расчетных) существенное уменьшение (в 2...3 раза) активной составляющей выходного импеданса ИДН с СО.

На верхних частотах (свыше 10 кГц) превалирующую роль играют индуктивности рассеяния, определяющие не только частотную погрешность, но и выходной импеданс ИДН. В случае идеальной СО зависимость выходной индуктивности рассеяния от номера отвода описывается формулами

$$\left.\begin{aligned} &L_{вых\,n'} = \frac{n'(0,5m - n')}{0,5m} L_{ср} \\ &\text{при } n = 1, 2, 3, ..., \frac{m}{2}, \text{ и} \\ &L_{вых\,n} = \frac{(m-n)(n-0,5m)}{0,5m} L_{ср} \\ &\text{при } n = \frac{m}{2}+1, \frac{m}{2}+2, \frac{m}{2}+3, ..., m-1. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

В графической форме (рис. 2) эта зависимость изображается кривой 1. Однако в действительности вид функции $L_{вых\,n}=f(n)$ отличается от функции, описываемой выражениями (6), из-за неравенства выходного импеданса СО нулю. Кроме того, для описания выходной индуктивности рассеяния оказываются непригодными формулы, составленные аналогично выражениям (1) и (2). Основная причина заключается в том, что индуктивности рассеяния секций декадной обмотки, выполненной из двух или более пятисекционных делителей, имеют большие значения, чем индуктивности рассеяния секций отдельных пятисекционных делителей. Рост индуктивностей рассеяния секций декадной обмотки обусловлен тем, что взаимная индуктивность пятисекционных делителей мала (верхняя и нижняя половины декадной обмотки выполнены из разных жгутов, намотанных в непересекающихся секторах поверхности тороидального ферромагнитного сердечника). Так как взаимная индуктивность зависит от магнитной проницаемости среды, конструктивных особенностей обмоток, то ее точный расчет в каждом частном случае нерационален. Можно утверждать, что более простым путем является экспериментальное определение выходной индуктивности рассеяния ИДН по известным не сложным методикам и при наличии соответствующей измерительной аппаратуры. В данном случае была использована поверочная установка, состоящая из эталонного ИДН типа Р755 и дифференциального указателя Ф7239. На рис. 2 результаты экспериментальных исследований отображены кривыми 2 и 3. Первая из них соответствует ИДН1, а вторая – ИДН с СО. Из сопоставления экспериментальных данных видно, что выходная индуктивность рассеяния ИДН с СО в 1,1...1,5 раза меньше, чем у ИДН1 (в зависимости от номера отвода). Заметим, что на отводе 5 выходная индуктивность рассеяния, определяемая параметрами СО, практически равна выходной индуктивности рассеяния одноименного отвода ИДН1. Данные обстоятельства и являются одними из причин, обусловливающих отличия экспериментально определенных значений погрешностей коэффициента передачи от расчетных в ИДН с СО [3].

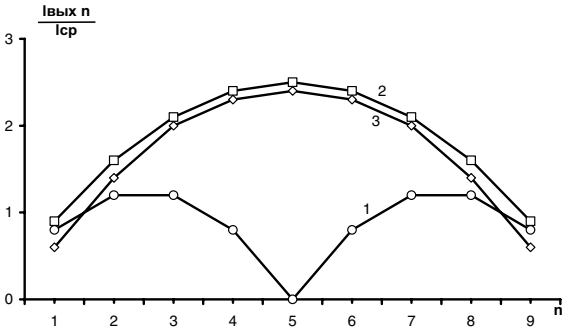

Рис. 2. *Зависимость нормированной выходной индуктивности рассеяния ИДН с СО от номера отвода*

Расчет выходного импеданса ИДН с СО, выполненного на отдельных сердечниках

Принцип симметрирования эффективно может быть применен и при построении делителей лестничного типа [5]. В последних с целью выравнивания эквивалентных емкостей, шунтирующих секции рабочей, например, декадной обмотки, используется параллельно-последовательное соединение двоичных делителей TV2–TV12, размещенных на отдельных сердечниках (рис. 3). Теоретически при идентичных характеристиках сердечников и параметров жгутов рассматриваемый ИДН не имеет частотной погрешности. Особенность лестничного типа делителей заключается в существенно меньшем значении входной емкости и высоком допустимом уровне входного напряжения (до нескольких единиц кВ) в диапазоне частот 20 Гц...1 МГц. Однако,

как показали исследования, такие делители обладают значительным выходным импедансом (сотни Ом). Это обусловлено тем, что общий ток (входной ток $I_{вх}$), протекающий через рабочую обмотку делителя, образуется из частных контурных токов I_i (i = 1, 2, 3, ..., 10). При подключении нагрузки, например, к среднему, пятому, отводу декадной обмотки значения контурных токов равны

$$I_1 = I_{10} = I_{вх},\ I_2 = I_9 = 2I_{вх},\ I_3 = I_8 = 3I_{вх},$$
$$I_4 = I_7 = 4I_{вх},\ I_5 = I_6 = 5I_{вх}.$$

Сумма контурных токов равна $\sum_{i=1}^{10} I_i = 30I_{вх}$.

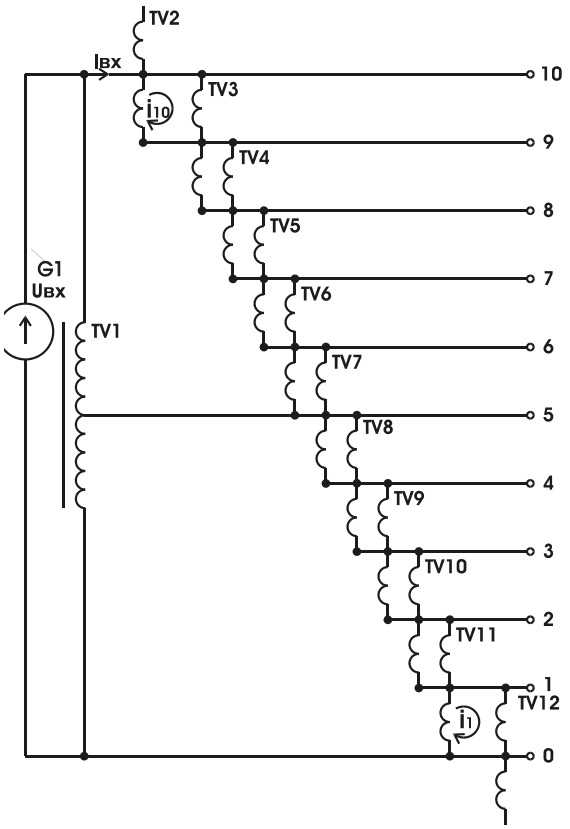

Рис. 3. *Принципиальная схема лестничного ИДН с СО (сердечники трансформаторов TV2–TV12 не обозначены)*

Для сравнения, в одножгутовом ИДН1, выполненном на одном сердечнике, токи всех секций одинаковы и равны $I_{вх}$.

Таким образом, выходной импеданс на пятом отводе ИДН лестничного типа в 30 раз больше выходного импеданса среднего отвода ИДН1.

Экспериментальные исследования ряда ИДН лестничного типа, отличающихся числом соединенных в цепочку бинарных делителей, показали, что зависимость выходного полного сопротивления от номера отвода n с погрешностью не более 10 % может быть аппроксимирована следующим выражением при m:

– четном:

$$\left.\begin{aligned} Z_{\text{вых } n'} &= \sum_{i=1}^{n'} a_i \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{n'} a_i}{2\sum_{i=1}^{0,5m} a_i}\right) mz_c \quad \text{для } n' = 1, 2, 3, ..., \frac{m}{2}, \\ Z_{\text{вых } n} &= \sum_{i=1}^{m-n} a_i \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{m-n} a_i}{2\sum_{i=1}^{0,5m} a_i}\right) mz_c \quad \text{для } n = \frac{m}{2}+1, \frac{m}{2}+2, ..., m-1; \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

– нечетном:

$$\left.\begin{aligned} Z_{\text{вых } n'} &= \sum_{i=1}^{n'} a_i \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{n'} a_i}{2\sum_{i=1}^{0,5(m-1)} a_i + a_{0,5m+0,5}}\right) mz_c \\ &\text{для } n' = 1, 2, 3, ..., \frac{m+1}{2} \text{и} \\ Z_{\text{вых } n} &= \sum_{i=1}^{m-n} a_i \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{m-n} a_i}{2\sum_{i=1}^{0,5(m-1)} a_i + a_{0,5m+0,5}}\right) mz_c \\ &\text{для } n = \frac{m+3}{2}, \quad \frac{m+5}{2}, \quad ..., \quad m-1, \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

где m – число квантованных уровней выходного напряжения; z_c – средний импеданс секций; a_i – натуральные числа, причем a_1=1, a_2=2, a_3=3, ..., a_{m-1}=m–1.

Например, для декадного ИДН лестничного типа из формулы (7) при m = 10 получим

$$Z_{\text{вых1}} = Z_{\text{вых9}} = 10z_c,\ Z_{\text{вых2}} = Z_{\text{вых8}} = 27z_c,$$
$$Z_{\text{вых3}} = Z_{\text{вых7}} = 48z_c,\ Z_{\text{вых4}} = Z_{\text{вых6}} = 67z_c,\ Z_{\text{вых5}} = 75z_c. \quad (9)$$

Большие значения выходных импедансов по сравнению с (5) приводят к существенному росту методической погрешности при экспериментальном исследовании метрологических характеристик ИДН и ограничивают возможность определения значений коэффициента передачи с высокой степенью точности.

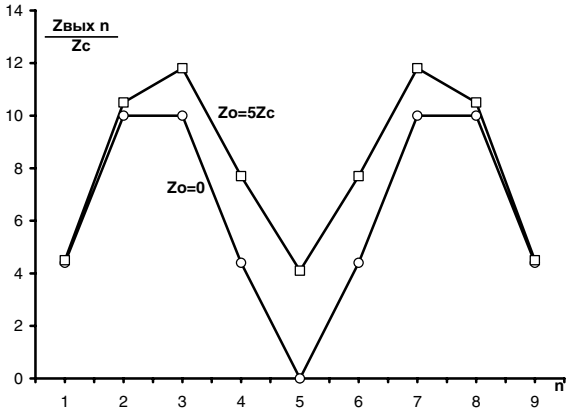

Рис. 4. *Зависимость нормированного выходного импеданса лестничного делителя с СО от номера отвода*

Для улучшения параметров ИДН лестничного типа воспользуемся методом симметрирования, т.е. подключим параллельно декадному делителю сим-

метрирующий двоичный делитель TV1 (рис. 3), выполненный на отдельном сердечнике.

В случае идеального симметрирующего делителя, т.е. z_o=0, декадный делитель можно представить в виде двух независимых пятисекционных делителей TV2–TV7 и TV7–TV12 с входными напряжениями 0,5$U_{вх}$. Тогда из формул (8) при m = 5 получим следующие значения выходных импедансов

$$Z_{вых1} = Z_{вых4} = Z_{вых6} = Z_{вых9} = 4,4z_c,$$
$$Z_{вых2} = Z_{вых3} = Z_{вых7} = Z_{вых8} = 10z_c,\ Z_{вых5} = 0. \quad (10)$$

Из выражений (9) и (10) видно, что наиболее значимо снижается выходной импеданс на пятом отводе. При $z_o \neq 0$ выходной импеданс на этом отводе приближенно равен выходному импедансу СО, т.е. $Z_{вых5} \approx z_o$ (рис. 4). Возможны следующие пути уменьшения последнего – использование проводов большего поперечного сечения, их параллельное соединение, применение активных устройств, например, электронных усилителей.

Выводы

Симметрирование двоичным делителем любых многосекционных ИДН не только повышает точность, но и существенно снижает выходные импедансы делителей. Все это позволяет создавать новые типы ИДН с улучшенными метрологическими характеристиками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нормирование и использование метрологических характеристик средств измерений: Нормативно-технические документы. – М.: Изд-во стандартов, 1985. – 152 с.
2. Ким В.Л. Широкополосный индуктивный делитель напряжения // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2003. – № 9. – С. 22–24.
3. Ким В.Л. Индуктивные делители напряжения с симметрирующей обмоткой // Известия Томского политехнического университета. – 2003. – Т. 306. – № 3. – С. 93–95.
4. Ройтман М.С., Калиниченко Н.П. Индуктивные делители напряжения // Измерения, контроль, автоматизация: Научно-техн. сб. обзоров ЦНИИТЭИ приборостроения. – М., 1978. – Вып. 2(14) – С. 24–32.
5. Байков В.М. Трансформаторные делители напряжения. – М.: Машиностроение, 1984. – 52 с.

УДК 616.831-073.756.8

МОДЕЛИРОВАНИЕ БИОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ В ЭЛЕКТРОИМПЕДАНСНОЙ ТОМОГРАФИИ

Я.С. Пеккер*, К.С. Бразовский**

*Томский политехнический университет
**Сибирский государственный медицинский университет. г. Томск
E-mail: bks@ssmu.ru

Обсуждаются вопросы создания математических моделей биологических объектов, которые необходимы при проведении электроимпедансных томографических исследований. Предложен критерий оптимизации размеров конечных элементов модели и проведены оценки максимального количества информации, получаемого при различных параметрах аппаратуры для электроимпедансных измерений. На примере построения модели головы человека рассмотрены приемы моделирования биологических объектов.

Электроимпедансная томография (ЭИТ) это метод реконструкции распределения проводимости внутри объекта на основе результатов электрических измерений на поверхности. Если каждый электрод имеет площадь S, м^2, контактное сопротивление R_c, Ом и через него проходит ток I, А, то полная модель измерения в электроимпедансной томографии выглядит следующим образом:

$$\nabla(\sigma\nabla\varphi) = 0;$$
$$V_{e1} = \varphi + R_{c1} + \sigma\frac{\partial\varphi}{\partial n};$$
$$I_1 = \int_S \sigma\frac{\partial\varphi}{\partial n}ds;$$
$$V_{e2} = \varphi + R_{c2} + \sigma\frac{\partial\varphi}{\partial n};$$
$$I_2 = -\int_S \sigma\frac{\partial\varphi}{\partial n}ds; \quad (1)$$
$$I_1 + I_2 = 0,$$

где σ – удельная проводимость, См/м, V_e – напряжение на электроде относительно нуля, вольт, потенциал электрического поля. Нижние индексы относятся к номеру электрода в паре. Для измерительных электродов модель будет такой же, но ток I будет равен нулю, соответственно, подинтегральные выражения в (1) тоже будут равны нулю. Выражение (1) – это постановка прямой задачи электроимпедансной томографии – найти распределение потенциала электрического поля при заданном распределении проводимости и расположении электродов, подводящих ток. Несмотря на то, что фунда-