

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Институт: Энергетический
Направление подготовки Физика
Кафедра Теоретической и промышленной теплотехники

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Тема работы
Математическое моделирование процессов теплообмена в резервуаре-хранилище сжиженного газа при различных тепловых режимах

УДК 621.1.016.7.001.6:622.691.2

Студент

Группа	ФИО	Подпись	Дата
5ФМ41	Скляренко Кристина Александровна		

Руководитель

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
доцент кафедры ТПТ	Максимов Вячеслав Иванович	К.Т.Н.		

КОНСУЛЬТАНТЫ:

По разделу «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
доцент кафедры МЕН	Фигурко Аркадий Альбертович	К.Э.Н.		

По разделу «Социальная ответственность»

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
доцент кафедры ЭБЖ	Антоневич Ольга Алексеевна	К.Б.Н.		

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ:

Зав. кафедрой	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
ТПТ	Кузнецов Гений Владимирович	профессор, д.ф.-м.н.		

Томск – 2016 г.

ЗАПЛАНИРОВАННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Код результата	Результат обучения (Выпускник должен быть готов)
<i>Общекультурные (универсальные) компетенции</i>	
P1	Понимает необходимость самостоятельного обучения и повышения квалификации в течение всего периода профессиональной деятельности.
P2	Проявляет способность эффективно работать самостоятельно в качестве члена команды по междисциплинарной тематике, быть лидером в команде, консультировать по вопросам проектирования научных исследований, а также быть готовым к педагогической деятельности.
P3	Умеет находить зарубежных и отечественных партнеров, владеет иностранным языком, позволяющим работать с зарубежными партнерами с учетом культурных, языковых и социально-экономических условий.
P4	Проявляет понимание используемых методов, области их применения, вопросов безопасности и здравоохранения, юридических аспектов, ответственности за профессиональную деятельность и ее влияния на окружающую среду.
P5	Следует кодексу профессиональной этики, ответственности и нормам научно-исследовательской деятельности.
<i>Профессиональные компетенции</i>	
P6	Проявляет глубокие естественнонаучные, математические профессиональные знания в проведении научных исследований в перспективных областях профессиональной деятельности.
P7	Принимает участие в фундаментальных исследованиях и проектах в области физики металлов и материаловедения, а также в модернизации современных и создании новых методов изучения механических, электрических, магнитных, тепловых свойств твердых тел.
P8	Способен обрабатывать, анализировать и обобщать научно-техническую информацию, передовой отечественный и зарубежный опыт в профессиональной деятельности, осуществлять презентацию научной деятельности.
P9	Способен применять полученные знания для решения нечетко определенных задач, в нестандартных ситуациях, использует творческий подход для разработки новых оригинальных идей и методов исследования в области физики металлов, материаловедения и термообработки.
P10	Способен планировать проведение аналитических имитационных исследований по профессиональной деятельности с применением современных достижений науки и техники, передового отечественного и зарубежного опыта в области научных исследований, умеет критически оценивать полученные теоретические и экспериментальные данные и делает выводы, знает правовые основы в области интеллектуальной собственности.
P11	Умеет интегрировать знания в различных и смежных областях научных исследований и решает задачи, требующие абстрактного и креативного мышления и оригинальности в разработке концептуальных аспектов проектов научных исследований.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ
Направление подготовки (специальность) Физика
Кафедра Теоретической и промышленной теплотехники

УТВЕРЖДАЮ:
Зав. кафедрой ТПТ
_____ Кузнецов Г.В.
(Подпись) (Дата)

ЗАДАНИЕ
на выполнение выпускной квалификационной работы

В форме:

Магистерской диссертации

Студенту:

Группы	ФИО
5ФМ41	Скляренко Кристина Александровна

Тема работы:

Математическое моделирование процессов теплообмена в резервуаре-хранилище сжиженного газа при различных тепловых режимах	
Утверждена приказом ректора (номер, дата)	№ 28.12.2015 от №10155/с

Срок сдачи студентом выполненной работы:	03.06.16
--	----------

ТЕХНИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ:

Исходные данные к работе <i>(наименование объекта исследования или проектирования; производительность или нагрузка; режим работы (непрерывный, периодический, циклический и т. д.); вид сырья или материал изделия; требования к продукту, изделию или процессу; особые требования к особенностям функционирования (эксплуатации) объекта или изделия в плане безопасности эксплуатации, влияния на окружающую среду, энергозатратам; экономический анализ и т. д.).</i>	Физическая модель резервуара-хранилища сжиженного природного газа с источниками ввода и вывода массы и теплопритоками на внешних границах. Модель с известными тепло- и гидродинамическими параметрами.
--	---

<p>Перечень подлежащих исследованию, проектированию и разработке вопросов <i>(аналитический обзор по литературным источникам с целью выяснения достижений мировой науки техники в рассматриваемой области; постановка задачи исследования, проектирования, конструирования; содержание процедуры исследования, проектирования, конструирования; обсуждение результатов выполненной работы; наименование дополнительных разделов, подлежащих разработке; заключение по работе).</i></p>	<p>Аналитический обзор по литературным источникам с целью выяснения достижений мировой науки техники в рассматриваемой области. Создание математической модели, реализация программы на языке высокого уровня. Социальная ответственность. Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение. Заключение.</p>
<p>Перечень графического материала <i>(с точным указанием обязательных чертежей)</i></p>	

Консультанты по разделам выпускной квалификационной работы

Раздел	Консультант
Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение	Фигурко А.А.
Социальная ответственность	Антоневич О.А.
Раздел на иностранном языке	Крайнов А.В. Воробьева В.В.

Название разделов, которые должны быть написаны на русском и иностранном языках:

Введение
Глава 1. Современное состояние моделирования естественной, вынужденной и смешанной конвекции в замкнутых полостях
Глава 2. Геометрическая и математическая постановки задачи смешанной конвекции в замкнутой прямоугольной области.
Глава 3. Математическое моделирование
Глава 4. Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение.
Глава 3. Социальная ответственность
Заключение
Application of inverse methods based algorithms to liquefied natural gas storage management

Дата выдачи задания на выполнение выпускной квалификационной работы по линейному графику	27.09.2014 г.
--	---------------

Задание выдал руководитель:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент	Максимов Вячеслав Иванович	К.Т.Н		

Задание принял к исполнению студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
5ФМ41	Скляренко Кристина Александровна		

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа 116 с., 23 рис., 14 табл., 60 источников, 1 прил.

Ключевые слова: математическое моделирование, резервуары сжиженного природного газа, конвективный теплообмен, тепломассоперенос, уравнения Навье-Стокса.

Объектом исследования является математическая модель хранилища сжиженного природного газа.

Цель работы – математическое моделирование процессов теплообмена в резервуаре-хранилище сжиженного природного газа за в резервуаре-хранилище с участками ввода и вывода массы с учетом теплопритоков на внешних границах.

В процессе исследования проводилось численные исследования влияния скорости входного потока и значений теплопритоков на внешних границах на структуру течения в резервуаре.

В результате исследования получены распределения гидродинамических параметров и температур, характеризующие основные закономерности исследуемого процесса.

Область применения: хранение и транспортировка сжиженного природного газа.

Экономическая эффективность/значимость работы предупреждение возникновения аварий, приводящих к крупным финансовым потерям.

ОПРЕДЕЛЕНИЯ, ОБОЗНАЧЕНИЯ, СОКРАЩЕНИЯ, НОРМАТИВНЫЕ ССЫЛКИ

ГУ – граничные условия.

МКР – метод конечных разностей.

СПГ – сжиженный природный газ.

X, Y – безразмерные координаты.

U, V – безразмерные скорости.

Θ - безразмерная температура.

Ψ - безразмерный аналог функции тока.

Ω - безразмерный аналог вектора вихря.

$\alpha_i, \beta_i, \chi_i$ – прогоночные коэффициенты.

τ – итерационный параметр, аналогичный времени.

$$Bi = \frac{\alpha_k L}{\lambda_f} - \text{число Био.}$$

$$Gr = \frac{\beta g_y L^3 (T_{in} - T_0)}{\nu} - \text{число Грасгофа.}$$

$$Ki = \frac{W Q_i L}{\lambda (T_{in} - T_0)} - \text{число Кирпичева.}$$

$$K_i = \frac{W Q_i L}{\lambda (T_{in} - T_0)} - \text{безразмерное число испарения.}$$

$$Re = \frac{2VL}{\nu} - \text{число Рейнольдса.}$$

$$Pr = \frac{\nu}{a} - \text{число Прандтля.}$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	8
1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЕСТЕСТВЕННОЙ, ВЫНУЖДЕННОЙ И СМЕШАННОЙ КОНВЕКЦИИ В ЗАМКНУТЫХ ПОЛОСТЯХ.....	10
2. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ СМЕШАННОЙ КОНВЕКЦИИ В ЗАМКНУТОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ	17
2.1. Геометрическая модель.....	17
2.2. Математическая модель	18
2.3. Краткое описание используемого метода	23
2.4. Метод прогонки решения трехточечных разностных уравнений второго порядка	24
2.5. Решение уравнения Пуассона для функции тока.....	26
2.6. Особенности постановки граничных условий для вектора завихренности скорости.....	28
2.7. Аппроксимация уравнения для вектора завихренности скорости	29
2.8. Аппроксимация уравнения энергии.....	32
3. ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ, РЕСУРСОЭФФЕКТИВНОСТЬ И РЕСУРСОСБЕРЕЖЕНИЕ.....	35
3.1. Предпроектный анализ.	35
3.1.1. Потенциальные потребители результатов исследования.	35
3.2. Анализ конкурентных технических решений с позиции ресурсоэффективности и ресурсосбережения.....	36
3.3. SWOT-анализ.....	38
3.4. Оценка готовности проекта к коммерциализации.....	39
3.5. Планирование управления научным проектом.....	41
3.5.1 Контрольные события проекта.	41
3.5.2. План проекта.....	43
3.6. Бюджет научного исследования	47
3.7. Расчет нарастания технической готовности работ	52
СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СТУДЕНТА.....	55

ВВЕДЕНИЕ

Исследование процессов теплообмена в резервуарах-хранилищах сжиженного природного газа (СПГ) занимает важное место в современной науке и технике. Изучение процессов теплообмена, в частности процесса смешанной конвекции, в хранилищах СПГ играет важную роль при моделировании и оптимизации процессов хранения и транспортировки СПГ. В настоящее время происходит увеличение объемов производства СПГ и соответственно растет количество хранилищ, а значит проблема охраны окружающей среды становится более актуальной. Это приводит к тому, что необходимо знать о том, что может вызвать аварию на больших хранилищах СПГ, и вовремя предотвратить ее. Таким образом, изучение процессов теплообмена в резервуарах СПГ сложно переоценить.

Целью работы является математическое моделирование смешанной конвекции в резервуаре-хранилище сжиженного природного газа при изменении скорости входного потока и теплопритоков на внешней границе.

Научная новизна работы. Впервые получено решение задачи смешанного конвективного теплообмена в резервуаре СПГ на основе безразмерных уравнений Навье-Стокса в переменных «функция тока – вихрь скорости – температура».

Практическая значимость. Создан программный комплекс, позволяющий проводить оценку теплового режима в реальных хранилищах СПГ.

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертации докладывались и обсуждались на III Международном молодежном форуме «Интеллектуальные энергосистемы» и VI Всероссийской научной конференцией с международным участием «Теплофизические основы энергетических технологий».

Содержание работы.

В первой главе рассмотрены различные исследования в области конвективного теплопереноса.

Во второй главе решается двумерная задача нестационарного теплопереноса в замкнутой области.

В эту главу включены физическая и геометрическая постановки задачи. Рассмотрен анализ используемого численного метода, а также его применение для решения системы уравнения для поставленной задачи. Для проверки данного расчетного алгоритма показаны решения тестовых задач. Приведен анализ задачи для данного исследования, получены поля температур и области течения, а также проанализированы особенности рассматриваемого процесса.

В третьей главе рассмотрены полученные температурные и гидродинамические поля, и представлен анализ особенностей для рассматриваемого процесса.

Результаты численных исследований выполнены для смешанного конвективного теплопереноса при различных расположениях участков ввода и вывода массы жидкости, значениях скорости входного потока, и при изменении интенсивности теплопритоков. При этом значение числа Грасгофа находилось в пределах от 10^5 до 10^6 . Полученные распределения гидродинамических параметров и полей температур характеризуют основные закономерности рассматриваемого процесса.

Результаты, полученные в процессе математического моделирования, позволяют сделать вывод о влиянии скорости входного потока, значения теплопритоков на внешних границах на структуру течения и температурные поля в резервуаре-хранилище СПГ.

В заключении приведены выводы по проведенным численным исследованиям.

1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЕСТЕСТВЕННОЙ, ВЫНУЖДЕННОЙ И СМЕШАННОЙ КОНВЕКЦИИ В ЗАМКНУТЫХ ПОЛОСТЯХ

В энергетической отрасли обыкновенный природный газ, который охлаждают при температуре сжижения $-162\text{ }^{\circ}\text{C}$ для транспортировки и хранения в жидком виде называют СПГ, или сжиженный природный газ. Такой газ хранят в специальных резервуарах, называемых изотермическими, при температуре кипения (данная температура поддерживается из-за испарения СПГ). Хранение таким способом СПГ заключается в том, что для основной составляющей СПГ (метана), критическая температура составляет $-83\text{ }^{\circ}\text{C}$, что намного ниже температуры окружающей среды, поэтому невозможно хранение в резервуарах высокого давления сжиженного природного газа. При возвращении газа в исходное парообразное состояние, т.е. при регазификации, образуется примерно 600 м^3 обычного природного газа из 1 м^3 сжиженного.

Сжиженный природный газ бесцветен, не обладает каким-либо запахом, не токсичен, не горюч, не вызывает коррозии. СПГ не воздействует негативно на окружающую среду: он быстро испаряется, не оставляя следов в почве или воде. В жидкой форме СПГ не воспламеняется и не взрывается.

Сжиженный природный газ обладает некоторыми преимуществами.

1. Создавая резервы СПГ, мы получаем возможность обеспечивать газом удаленные на большие расстояния от магистральных трубопроводов объекты, тем самым избегая огромные затраты на строительство трубопроводов.

2. В следствие увеличения плотности газа в сотни раз увеличивается эффективность и хранение становится удобным, как и потребление и транспортировка.

Сжиженный природный газ – это экологический чистый вид топлива, безопасный и имеет высокие энергетические характеристики. Кроме того, стоимость СПГ ниже чем цены дизельного топлива, нефтяного газа и мазута.

Исследования конвективного теплообмена в газовой области (и кондуктивного теплопереноса в твердых элементах) занимает большое теоретическое и прикладное значение. В последние годы эта проблема вызывает интерес, который основан на возможности применения сопряженного теплообмена в различных перспективных и технологических системах.

Большое значение при моделировании и оптимизации физических процессов, которые связаны с разумным использованием и производством энергии, имеет исследование теплопереноса в неоднородных средах. В виду неотложности проблем, связанных с энергетикой, а также проблемы охраны окружающей среды, привели к тому, что изучение теплообмена было связано с широким кругом задач. Полнота моделирования конкретных процессов, представляющих интерес, и точность определения – требования, которые необходимо соблюдать в каждой из таких задач. [1]

Конвективный теплообмен между телом и средой (воздушной, жидкостной) описывается системой уравнений гидродинамики, которые содержат в себе уравнения переноса энергии, непрерывности, уравнения Навье-Стокса. Решению этих уравнений посвящено большое число работ, так как они очень сложны в решении. Во многих работах рассматриваются частные случаи и их решения в конкретных условиях. [2, 3, 4]

Программные комплексы, которые разрабатываются как в России, так и за рубежом, для моделирования тепловых процессов, содержат в себе разнообразные модели (математические, компьютерные), которые описывают конвективные процессы, участвующие в теплообмене. [5]

Во многих работах, связанных с математическим моделированием и решением уравнением, где описываются процессы в жидкости и взаимодействие потока жидкости с поверхностью омываемого ею тела, предполагается, что на поверхности задается уравнение теплообмена Ньютона (ГУ III рода) или некоторая фиксированная температура (ГУ I рода). [6]

Решение уравнений гидродинамики становится легче при граничных условиях первого рода, но в то же время их невозможно реализовать на практике (кроме путей осуществления фазового перехода на поверхности тела, таких как конденсации, плавления и кипения, либо при бесконечно большой теплопроводности), или, задавая температуры на поверхности тела, возникает противоречие физического смысла конвективного теплообмена, а именно, тепловые процессы в жидкости не могут повлиять на температуру тела, если она задана, поэтому между жидкостью и телом не происходит конвективный теплообмен.

Конвективный перенос, как естественный, так и вынужденный, который наблюдается на практике, обуславливается во взаимном тепловом взаимодействии, происходящем между омываемым телом и средой, в процессе которого происходит охлаждение (нагревание) среды и одновременно нагревание (охлаждение) тела.

При моделировании конвективного теплопереноса требуется совместное рассмотрение и решение уравнений движения Навье-Стокса, энергопереноса, непрерывности вместе с уравнениями распространения теплоты в жидкости. При такой постановке необходимо чтобы соблюдалось равенство тепловых потоков и равенство температур в теле и жидкости в каждой точке на границе соприкосновения тела с жидкостью. В сопряженной постановке при моделировании теплообмена учитывается важная составляющая, которая в других постановках не была учтена, а именно, тепловое взаимодействие между жидкостью и телом. [3]

В [8] был представлен класс задач с сопряженным конвективным теплопереносом (граничные условия на внешней стороне в основном первого и второго рода, простая геометрия). В данной работе рассмотрены условия, при которых такая постановка является наиболее правильной, также были определены важные особенности подобных задач.

Работа [8] посвящена математическому моделированию естественной конвекции в замкнутой области с теплопроводными стенками конечной толщины. Результаты, полученные в данном исследовании, подтверждают, что термогидродинамические параметры по сравнению с такими же параметрами в сопряженной постановке существенно изменяются.

В [9] проведены исследования сопряженного теплопереноса в канале, обогреваемом по внешним границам, в ламинарном течении полностью сформировавшемся. В данной работе рассматривался канал, в стенках которого находились жидкие металлы, а стенки были из карбида кремния. Анализ проводился в случаях течения среды в канале с зависящими от температуры свойствами и с постоянными теплофизическими. В результате были получены распределения термических напряжений и температур.

В [10, 11] проводилось исследование влияния на процесс теплопереноса теплопроводного тела, которое находилось в центре газовой области. Выявлено, что эффективность конвективного теплопереноса снижается, из-за наличия теплопроводного препятствия.

В рассмотренных выше работах целью было выделение закономерностей сопряженного теплопереноса. В этих работах оценивалось влияние естественных и вынужденных течений на эффективность кондуктивного теплопереноса, определялась степень взаимного влияния теплопроводности в твердой стенке и конвекции в полости, находилось взаимодействие вынужденных течений и естественной конвекции (из-за динамики теплопереноса в элементах твердого материала). Наибольший интерес

представляют исследования взаимодействия естественных и вынужденных течений в условиях достаточно высокой тепловой инерционности материалов твердых стенок, зарождения свободноконвективных течений за счет кондуктивной теплопередачи в твердой стенке и (или) присутствия внутри газовой области градиента температуры.

В [12] проведено исследование процесса смешанной конвекции в квадратной области с внутренним поглощением или выделением теплоты при наличии магнитного поля. В результате замечено, что среднее число Нуссельта увеличивается, если число Грасгофа повышать, а число Рейнольдса остается постоянным.

В виду большого количества применений течений в прямоугольном контейнере с заданием температуры на одной или двух боковых поверхностях, возрастает интерес к решению таких задач. В [13] исследован процесс естественного конвективного течения в квадратном резервуаре с периодическим распределением температуры на ее стенках. На нижней поверхности изменение температуры со временем происходило по синусоидальному закону. Температура на верхней стенке либо поддерживалась постоянно, либо также менялась по синусоидальному закону. Определено, что скорость теплообмена может быть уменьшена или увеличена при большом числе Рэлея чем, если сравнивать со случаями постоянных температур. В [14] изучена естественная конвекция в квадратной полости с нагретой вертикальной стенкой. Показано, что при увеличении волнового числа среднее число Нуссельта изменяется по синусоидальному закону и с увеличением амплитуды увеличивается. Численное моделирование естественной конвекции в прямоугольном контейнере с синусоидальным распределением температуры на одной боковой стенке выполнено в работе [15]. Выявлено, что при больших числах Рэлея, в случаях если нижняя поверхность нагрета, а верхняя охлаждена, нагрев жидкости приближается к 100%, тогда как в случае нагретой верхней поверхности и охлажденной нижней поверхности он не превышает 70%.

Численное исследование смешанной конвекции в камере с движущейся крышкой в случае синусоидального распределения температуры на вертикальных стенках выполнено в [16]. Полученные результаты показали, что неравномерный нагрев на обеих стенках обеспечивает более высокую скорость теплообмена, чем в случае неравномерного нагрева одной стенки.

Из-за бурного развития альтернативной энергетики, а именно увеличение электростанций, работающих на газовых турбинах, что является наиболее дешевым и экологически безопасным источником энергии, приводит в росту потребления СПГ. В свою очередь это приводит к необходимости хранения сжиженного природного газа в крупнотонажных резервуарах. Возникает проблема повышения температуры криогенной жидкости, из-за внешних теплоприток, несмотря на эффективную теплоизоляцию. Повышение температуры приводит к увеличению давления в резервуаре, что может привести к аварии на объекте с непредсказуемым итогом. Выявлено, что причина заключается в температурной стратификации криогенной жидкости, которая возникает в результате свободно-конвективного теплообмена со смоченной поверхностью резервуара [17].

В работе [18] для условий естественного и вынужденного конвективного течения были представлены интегральные методы решения сопряженных задач теплообмена при одностороннем или двухстороннем обтекании поверхностей. В процессе численных экспериментов были найдены и изучены основные закономерности теплообмена для рассматриваемых объектов. Также выявлены качественные и количественные отличия между интегральными и локальными характеристиками теплообмена для рассматриваемых областей, которые были получены при упрощенной и сопряженной постановках задачи.

Процесс смешанной конвекции на начальном участке вертикального плоскопараллельного канала для случаев, когда задается тепловой поток и температура на стенках канала, рассматривается в работе [19].

В работе получены температуры и профили скорости при различных сечениях канала, изменение продольной скорости на центральной линии канала и среднемассовой температуры, отношений тепловых потоков и температур на стенках канала, чисел Прандтля, теплогидравлических характеристик для нескольких значений параметра смешанной конвекции. Продемонстрировано влияние параметра смешанной конвекции и числа Прандтля на местные значения чисел Нуссельта при постоянном значении плотности тепловых потоков на стенках при симметричном нагревании.

Также проведено исследование смешанной конвекции с периодически изменяющейся во времени температурой стенок на начальном участке плоскопараллельного канала. Решение уравнений математической модели было решено неявным методом. Решение уравнений математической модели проведено неявным методом. Получены зависимости значений параметра смешанной конвекции, числа Прандтля, числа Нуссельта от частот колебаний температуры. Гармонически изменяется безразмерный параметр плотности теплового потока. Изменение числа Нуссельта зависит только от продольной координаты, и не изменяется в каждом периоде колебания. От частоты колебания практически не зависит рост теплоотдачи с увеличением числа Прандтля. Также от частоты колебаний не зависят местные коэффициенты трения для вынужденного движения.

2. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ СМЕШАННОЙ КОНВЕКЦИИ В ЗАМКНУТОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

2.1. Геометрическая модель

Моделировалось течение и теплообмен жидкости в прямоугольной области, состоящей из двух вертикальных, одной горизонтальной стенок конечной толщины, и одной свободной поверхности. В полости присутствовали два участка ввода и вывода жидкости. Жидкость принимается как ньютоновская, несжимаемая и удовлетворяющая приближению Буссинеска. Область решения приведена на рисунке 2.1.

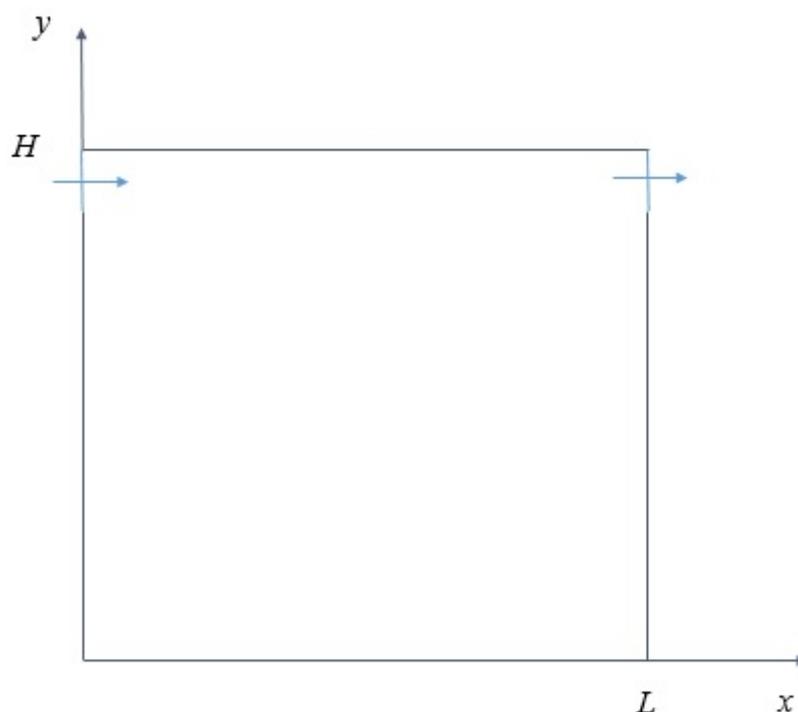


Рисунок 2.1 Область решения рассматриваемой задачи.

На боковых вертикальных и на нижней границах выставлялись граничные условия второго рода. Считалось, что в начальный момент жидкость и стенки полости имели постоянную и одинаковую во всех точках температуру. Температура вводимой жидкости считается известной. Режим течения ламинарный, теплофизические свойства среды не зависят от температуры.

Моделирование процесса смешанной конвекции проводилось при значениях числа Грасгофа от 10^5 до 10^6 , что соответствует ламинарному режиму течения. [20, 21, 22].

Теплообмен излучением не учитывается, т.к. является пренебрежимо малым по сравнению с теплообменом за счет конвекции. А теплоотдача в полости и движение жидкости принимаются двумерными.

2.2. Математическая модель

При большой вязкости течение вязкой жидкости связаны с приближениями Стокса, которое описывается уравнениями Навье-Стокса. Вывод уравнений Навье-Стокса можно сделать двумя способами:

- на основе молекулярно-кинетической теории [23];
- феноменологическим путем на основе постулатов Стокса [22, 24, 25].

На основе физической постановки, описанной в п.2.1, теплоперенос в исследуемой области (рисунок 2.1) описывается системой нестационарных уравнений Навье-Стокса [26, 27]. Нестационарные двумерные уравнения конвекции в приближении Буссинеска [20, 28] использовались для определения полей температур и течения. Приближение Буссинеска предполагает рассмотрение так называемой «слабой» конвекции [27, 28]. Отклонение плотности от среднего значения, которые вызваны неоднородностью температуры, предполагаются пренебрежимо малыми, так что их можно не учитывать в уравнениях, кроме уравнения движения, где это отклонение учитывается.

Уравнения движения, неразрывности и энергии в исследуемой области, если пренебречь вязкой диссипацией энергии, имеют вид:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.2.1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.2.2)$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho \beta g_y (T - T_0) \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.2.4)$$

Искомыми функциями в данной системе уравнений являются давление и температура области решения, компоненты вектора скорости, зависящие от времени и пространственных координат. Используемые параметры, температурный коэффициент объемного расширения, коэффициент динамической вязкости, составляющая ускорения силы тяжести в проекции на ось Y , плотность, коэффициент теплопроводности, удельная теплоемкость при постоянном давлении, начальная температура области решения.

С начальными и граничными условиями для полей температуры, скоростей и давления система уравнений (2.2.1) – (2.2.4) является замкнутой. Она позволяет определить поля температур, скоростей и давлений вязкой однородной несжимаемой жидкости и их изменение во времени.

Для решения поставленной задачи используется другая форма записи уравнений, которая не содержит давлений. Она является более удобной для численных вычислений [22, 25, 30].

Далее вводим вектор вихря скорости и функцию тока:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = - \frac{\partial \psi}{\partial x}, \omega = \frac{1}{2} \text{rot}_z \vec{V} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right). \quad (2.2.5)$$

Уравнения (2.2.1) - (2.2.4), с учетом (2.2.5) примут вид:

$$\rho \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{2} \rho \beta g_y \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (2.2.6)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -2\omega, \quad (2.2.7)$$

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right); \quad (2.2.8)$$

Из уравнений (2.2.2) и (2.2.3), продифференцировав одно по y , другое по x , вычитая результаты и используя определение вектора вихря в виде (2.2.5), получается уравнение для вектора вихря. Связь функции тока с вектором завихренности (2.2.7) следует из определения вектора завихренности (2.2.5).

Обычно записи исходных уравнений, начальных и граничных условий, при проведении вычислений, используются в безразмерной форме. Подобный выбор объясняется следующими целями: расчет и обработка результатов в общей критериальной форме, которая содержит минимум параметров, а также приведение к соответствующей шкале значений вычисляемых величин. Соответствующий выбор масштабов приводит к достижению этих целей.

Для рассматриваемой области решения по оси x в качестве масштаба расстояния выбрана длина газовой полости. Для преобразования системы уравнений (2.2.6) - (2.2.8) к безразмерному виду использовались следующие соотношения:

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, \tau = \frac{t}{t_0}, U = \frac{u}{V_0}, V = \frac{v}{V_0}, \Theta = \frac{T - T_0}{\Delta T}, \Psi = \frac{\psi}{\psi_0}, \Omega = \frac{\omega}{\omega_0},$$

$$\text{Где } \Delta T = T_i - T_0, V_0 = \sqrt{g\beta\Delta TL}, \psi_0 = V_0 L, \omega_0 = \frac{V_0}{L};$$

где x, y - координаты декартовой системы координат; X, Y - безразмерные координаты, соответствующие координатам x, y ; l - длина полости рассматриваемой области решения по оси x ; t - время; t_0 - масштаб времени; τ - безразмерное время; u, v - составляющие скорости в проекции на оси x, y соответственно; U, V - безразмерные скорости, соответствующие скоростям u, v ;

V_0 - масштаб скорости (скорость конвекции); Θ - безразмерная температура; ψ_0 - масштаб функции тока; Ψ - безразмерный аналог функции тока; ω_0 - масштаб вектора вихря; Ω - безразмерный аналог вектора вихря.

Для рассматриваемой задачи безразмерные уравнения Навье-Стокса в приближении Буссинеска в переменных “вихрь скорости - функция тока - температура” [19, 27, 29] записываются так:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{1}{Re} \Delta \Omega + \frac{Gr}{Re^2} \frac{\partial \Theta}{\partial X}, \quad (2.2.9)$$

$$\Delta \Psi = \Omega, \quad (2.2.10)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{Gr}{Re^2} \Delta \Theta. \quad (2.2.11)$$

здесь, $Gr = \frac{\beta g_y L^3 (T_{in} - T_0)}{\nu}$ – число Грасгофа;

ν – коэффициент кинематической вязкости,

$Pr = \frac{\nu}{a}$ – число Прандтля;

a - коэффициент температуропроводности;

$Re = \frac{2VL}{\nu}$ – число Рейнольдса.

Начальные условия для системы уравнений (2.2.9) - (2.2.11):

$$\Psi(X, Y, 0) = 0;$$

$$\Omega(X, Y, 0) = 0;$$

$$\Theta(X, Y, 0) = 0.$$

Граничные условия:

- верхняя граница рассматриваемой области является свободной поверхностью:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0, \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = \tau_z; \\ \frac{\partial \theta_f(X, Y)}{\partial Y} = Bi \theta_f(X, Y) + Bi \frac{T_0 - T_e}{T_{in} - T_0} + Ki, \end{array} \right. ; \quad (2.2.12)$$

- на нижней границе:

$$\left| \begin{array}{l} \Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0, \\ \frac{\partial \theta}{\partial X} = Ki; \end{array} \right. \quad (2.2.14)$$

- на левой и правой границе кроме участков ввода и вывода:

$$\left| \begin{array}{l} \Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0, \\ \frac{\partial \theta}{\partial X} = Ki; \end{array} \right. \quad (2.2.13)$$

- участок ввода жидкости:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 1, \\ \theta = 1; \end{array} \right. \quad (2.2.14)$$

- участок вывода жидкости:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 1, \\ \frac{\partial \theta(X, Y)}{\partial Y} = 0 \end{array} \right. \quad (2.2.15)$$

Здесь $Ki = \frac{qL}{\lambda_w(T_{in} - T_0)}$ - число кирпичева, $Bi = \frac{\alpha_k L}{\lambda_f}$ - число Био, $\tau_z = \frac{\tau'_z L}{v_{in} \mu}$ -

безразмерне касательное напряжение, $Ki = \frac{W Q_i L}{\lambda(T_{in} - T_0)}$ - безразмерное число испарения, τ'_z - касательное напряжения на свободной поверхности, μ - динамическая вязкость жидкости, α_k - коэффициент теплообмена между внешней средой и областью решения, T_e - температура окружающей среды, λ - коэффициент теплопроводности, q - тепловой поток на границе области, $W =$

$\frac{A(P_n - P'')}{\sqrt{\frac{2\pi R_g T_{pb}}{M}}}$ - массовая скорость испарения, Q_i - теплота фазового перехода, P_n - давление насыщения, P'' - парциальное давление испаряющихся компонентов, R_g - газовая постоянная, M - молекулярный вес, A - коэффициент аккомодации, T_{pb} - температура испарения.

2.3. Краткое описание используемого метода

Полученная система уравнений (2.2.9) – (2.2.11) будет решаться методом конечных разностей (МКР) [31-34]. Суть метода состоит в следующем: в дифференциальном уравнении вместо производных используются их конечноразностные аппроксимации. Необходимо связать две (возможно) противоречивые цели при построении дискретных аппроксимаций: эффективное устойчивое решение и хорошее качество аппроксимации.

Вводится пространственно-временная сетка с координатами для аппроксимации дифференциальных уравнений:

$$x_i = ih, y_j = jl, \tau_n = n\tau,$$

где h, l - шаги сетки по координатам x, y соответственно, τ - шаг по времени, $i = \overline{0, M}, j = \overline{0, N}, n = \overline{0, K}$.

Вводим следующее обозначение:

$$\varphi(ih, jl, n\tau) = \varphi_{i,j}^n.$$

Затем производные по пространственным переменным можно аппроксимировать центральными разностями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} &\approx \frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i-1,j}}{2h}, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \approx \frac{\varphi_{i+1,j} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i-1,j}}{h^2}, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} &\approx \frac{\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j-1}}{2l}, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \approx \frac{\varphi_{i,j+1} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i,j-1}}{l^2}, \end{aligned} \tag{2.3.1}$$

Разностями против потока:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \approx \frac{\varphi_{i,j} - \varphi_{i-1,j}}{h}, \frac{\partial \varphi}{\partial y} \approx \frac{\varphi_{i,j} - \varphi_{i,j-1}}{l} \quad (2.3.2)$$

А также разностями по потоку:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \approx \frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}}{h}, \frac{\partial \varphi}{\partial y} \approx \frac{\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}}{l}. \quad (2.3.3)$$

Производную по времени заменим разностным отношением “вперед” в следующем виде:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \approx \frac{\varphi_{i,j}^{n+1} - \varphi_{i,j}^n}{\tau}. \quad (2.3.4)$$

На основе представленных аппроксимаций дифференциальная задача (2.2.9) – (2.2.11) сводится к разностной.

2.4. Метод прогонки решения трехточечных разностных уравнений второго порядка

В данной работе будем искать решение системы таким образом, чтобы каждое ее уравнение связывало три неизвестных, находящихся рядом [32 – 34]. Этот способ является более легким случаем ленточных систем для задач, которые получены в результате дискретизации краевых задач для дифференциальных уравнений методом конечных разностей.

$$A_i x_{i+1} - B_i x_i + C_i x_{i-1} = F_i. \quad (2.4.1)$$

где $i = \overline{1, n-1}$. Система (2.4.1) имеет трехдиагональную структуру, а эти уравнения называют трехточечные разностные уравнения второго порядка.

Предполагаем, что существуют следующие наборы чисел α_i и β_i где $i = \overline{0, n-1}$, при которых:

$$x_i = \alpha_i x_{i+1} + \beta_i, \quad (2.4.2)$$

Тем самым избавляемся от ненулевых элементов поддиагональной части матрицы системы.

Трехточечное уравнение второго порядка (2.4.1) преобразуется в двухточечное уравнение первого порядка (2.4.2). Уменьшим в связи (2.4.2) индекс на единицу и полученное выражение $x_{i-1} = \alpha_{i-1}x_i + \beta_{i-1}$ подставим в данное уравнение (2.4.1):

$$A_i x_{i+1} - B_i x_i + C_i \alpha_{i-1} x_i + C_i \beta_{i-1} = F_i,$$

Откуда получаем:

$$x_i = \frac{A_i}{B_i - \alpha_{i-1} C_i} x_{i+1} + \frac{\beta_{i-1} C_i - F_i}{B_i - \alpha_{i-1} C_i}.$$

Последнее равенство имеет вид (2.4.2) и будет точно совпадать с ним, иначе говоря, представление (2.4.2) будет иметь место, если при всех $i = 1, 2, \dots, n - 1$ выполняются рекуррентные соотношения:

$$\alpha_i = \frac{A_i}{B_i - \alpha_{i-1} C_i}, \beta_i = \frac{\beta_{i-1} C_i - F_i}{B_i - \alpha_{i-1} C_i} \quad (2.4.3)$$

Из левого граничного условия находим α_0 и β_0 , а затем используем их для определения α_i и β_i по (2.4.3).

Находим x_n найдено из правого граничного условия, и находятся $x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_1$ по формулам (2.4.3).

Решение уравнения вида (2.4.1) сводится к вычислениям по трем формулам, и называется методом прогонки. Сначала находятся прогоночные коэффициенты α_i, β_i по формулам (2.4.3) при $i = \overline{1, n-1}$ (прямая прогонка), а затем по формуле (2.4.2) при $i = n-1, n-2, \dots, 1$ определяются неизвестные x_i (обратная прогонка).

Чтобы успешно применить метод прогонки необходимо, чтобы при больших размерностях системы не возникало быстрого роста погрешностей округлений, а также, чтобы не возникало ситуации с делением на ноль.

Прогонка считается устойчивой при всех $i = \overline{0, n-1}$, если $|\alpha_i| < 1$, и корректной, если знаменатели прогоночных коэффициентов (2.4.3) не обращаются в ноль.

В [34] доказана теорема представляющая достаточные условия корректности и устойчивости прогонки уравнений (2.4.1):

$$|B_i| > |A_i| + |C_i| \forall i = \overline{1, n-1} \text{ и } |\alpha_0| < 1 \Rightarrow |\alpha_i| < 1, \quad (2.4.4)$$

Которые во многих приложениях метода выполняются автоматически.

2.5. Решение уравнения Пуассона для функции тока

Уравнение Пуассона для функции тока:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = \Omega \quad (2.5.1)$$

Это уравнение решается отдельно от уравнения вихря в основной схеме. На каждом временном слое приходится решать многократно стационарное эллиптическое уравнение, поэтому усовершенствование этого элемента играет важную роль.

Неявный метод переменных направлений, рассмотренный в работах [35, 36], использующий итерационное решение разностных уравнений, нашел широкое применение в решении уравнений типа (2.5.1).

Заменяя уравнение (2.5.1) нестационарным уравнением:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} - \Omega, \quad (2.5.2)$$

Где τ - итерационный параметр, аналогичный времени, запишем схему переменных направлений для уравнения (2.5.2) в виде [29, 33]:

$$\frac{\Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - \Psi_{i,j}^k}{\frac{\tau}{2}} = \frac{\Psi_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - 2\Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + \Psi_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{h^2} + \quad (2.5.3)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\Psi_{i,j+1}^k - 2\Psi_{i,j}^k + \Psi_{i,j-1}^k}{l^2} - \Omega_{i,j} \\
\frac{\Psi_{i,j}^{k+1} - \Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}}{\frac{\tau}{2}} & = \frac{\Psi_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - 2\Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + \Psi_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{h^2} + \\
& + \frac{\Psi_{i,j+1}^{k+1} - 2\Psi_{i,j}^{k+1} + \Psi_{i,j-1}^{k+1}}{l^2} - \Omega_{i,j}
\end{aligned} \tag{2.5.4}$$

Здесь k - итерационный индекс, $i = \overline{1, M-1}$; $j = \overline{1, N-1}$.

Методом прогонки решаются разностные уравнения (2.5.3), (2.5.4), сведенные к стандартному трехдиагональному виду (пункт 2.4).

Уравнения (2.5.3) приводим к виду $A_i \Psi_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - B_i \Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + C_i \Psi_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}} = F_i$.

Тогда коэффициенты A_i, B_i, C_i примут вид:

$$A_i = \frac{1}{h^2}, B_i = \frac{2}{h^2} + \frac{2}{\tau}, C_i = \frac{1}{h^2}, F_i = -\frac{2}{\tau} \Psi_{i,j}^k - \frac{\Psi_{i,j+1}^k - 2\Psi_{i,j}^k + \Psi_{i,j-1}^k}{l^2} - \Omega_{i,j}$$

Перед использованием метода прогонки необходимо проверить достаточные условия устойчивости метода прогонки и корректности (2.4.4).

Из выражений A_i, B_i, C_i видно, что $|B_i| > |A_i| + |C_i| \forall i = \overline{1, M-1}, |\alpha_0| < 1$.

Из левого граничного условия находим α_0 и β_0 для определения прогоночных коэффициентов по соотношению (2.4.3). Граничные условия для уравнения Пуассона (2.5.1) принимает вид $\Psi(X, Y, \tau) = 0$. Применяя соотношение соотношение $\Psi_{0,j}^{k+\frac{1}{2}} = \alpha_0 \Psi_{1,j}^{k+\frac{1}{2}} + \beta_0$, получаем $\alpha_0 = 0 < 1, \beta_0 = 0$.

По аналогичному выражению (2.4.2) с учетом $\Psi_{M,j}^{k+\frac{1}{2}} = 0$ определяем значения $\Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}, i = M-1, \dots, 1$. Таким образом определяем $\Psi_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}, i = \overline{0, M}$. Далее решаем уравнения (2.5.4) по аналогии (2.5.3).

В качестве критерии точности решения уравнения Пуассона рассматривалось соотношение вида $\max_{i,j} |\Psi_{i,j}^{k+1} - \Psi_{i,j}^k| < \varepsilon$.

Необходимо отметить, что используемый метод переменных направлений является абсолютно устойчивым и порядок аппроксимации разностной схемой исходной дифференциальной задачи $O(h^2 + l^2)$ [30, 32, 35, 36].

2.6. Особенности постановки граничных условий для вектора завихренности скорости

Для системы уравнений Навье-Стокса в переменных функция тока и вихрь скорости существует особенность постановки граничных условий, которые в случае твердой неподвижной поверхности имеют вид [30, 37, 38].

$$\Psi(X, Y, \tau) = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial n} = 0 \quad (2.6.1)$$

Данные граничные условия (2.6.1) заданы лишь для функции тока и не заданы для вектора вихря. Поэтому возникает проблема определения недостающих граничных условий [39-44] при численном решении разностных уравнений для вихря.

В работах Тома [45] был предложен способ определения граничного условия для вектора вихря. Суть этого метода заключается в том, что вблизи границ функция тока задается в виде ряда Тейлора,

$$\Psi_{1,j} = \Psi_{0,j} + h \frac{\partial \Psi}{\partial X} \Big|_{0,j} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \Big|_{0,j} + \dots \quad (2.6.2)$$

На границе, если в разложении (2.6.2) отбросить члены выше второго порядка по h , получаем выражение для вихря в виде

$$\Omega_{0,j} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \Big|_{0,j} = \frac{\Psi_{0,j} - \Psi_{1,j}}{h^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial \Psi}{\partial X} \Big|_{0,j} + O(h). \quad (2.6.3)$$

Предположим, что при практическом использовании этой формулы, граничные условия (2.6.1) выполняются. Это приводит к простому соотношению, связывающему вихрь на границе с функцией тока в ближайшем к границе узле сетки:

$$\Omega_{0,j} = -\frac{\Psi_{1,j}}{h^2}. \quad (2.6.4)$$

Если считать уравнение для функции тока справедливым на границе области, то из него может быть найдена связь между вихрем и функцией тока. Аппроксимируя вторую производную функции тока по формулам типа (2.6.5) можно получить формулы и более высокого порядка:

$$\left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \right|_{0,j} = \frac{8\Psi_{1,j} - \Psi_{2,j} - 7\Psi_{0,j}}{2h^2} - \frac{3}{h} \left. \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right|_{0,j} + O(h^2). \quad (2.6.5)$$

Далее получим формулу Вудса (второго порядка) [46, 47], предполагая, что условие (2.6.1) справедливо в формуле (2.6.5). Формула Вудса связывает значения вихря на границе и функцию тока в двух узлах сетки, примыкающих к границе:

$$\Omega_{0,j} = -\frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \right|_{0,j} = \frac{\Psi_{2,j} - 8\Psi_{1,j}}{4h^2} + O(h^2). \quad (2.6.6)$$

В настоящей работе в качестве граничного условия для вектора вихря использовалось условие Вудса (2.6.6).

2.7. Аппроксимация уравнения для вектора завихренности скорости

Рассмотрим для уравнения вихря структуру разностной схемы:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} = V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) + \frac{Gr}{Re^2} \frac{\partial \Theta}{\partial X}, \quad (2.7.1)$$

Аппроксимация нелинейного конвективного члена вида $U \frac{\partial \Omega}{\partial X}$ является основной проблемой, возникающей при построении разностной схемы для уравнений (2.7.1). При малых значениях $1/\sqrt{Gr}$ и соответственно при больших

Gr использование для этой цели разностных выражений типа (2.3.1) приводит к нарушению монотонности. Использование монотонной аппроксимации вида (2.3.3) позволяет получить системы алгебраических уравнений, коэффициенты которых удовлетворяют достаточным условиям устойчивости прогонок. Но использование этой аппроксимации приводит к появлению значительной схемной вязкости, так как она имеет первый порядок точности.

Во избежание подобного можно использовать аппроксимацию Самарского [30, 31] со вторым порядком точности.

Последовательное применение разностной аппроксимации к двумерному уравнению вихря (2.7.1) приводит к системе алгебраических уравнений, решение которой возможно лишь итерационным путем. Метод переменных направлений позволяет свести решение двумерных уравнений к последовательности одномерных уравнений с трехдиагональными матрицами, и является экономичным.

Для решения двумерного нестационарного уравнения вихря запишем схему с учетом метода переменных направлений и монотонной аппроксимации Самарского:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\Omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \Omega_{i,j}^n}{\frac{\tau}{2}} + U_{i,j}^n \frac{\Omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \Omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2h} - \\
 & - |U_{i,j}^n| \frac{\Omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\Omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \Omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2h} + V_{i,j}^n \frac{\Omega_{i,j+1}^n - \Omega_{i,j-1}^n}{2l} = \\
 & = \frac{1}{Re} \left[\left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{h}{2} \right)^{-1} \frac{\Omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\Omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \Omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h^2} \right. \\
 & \left. + \frac{\Omega_{i,j+1}^n - 2\Omega_{i,j}^n + \Omega_{i,j-1}^n}{l^2} \right] + \frac{Gr}{Re^2} \frac{\Theta_{i+1,j}^n - \Theta_{i-1,j}^n}{2h}
 \end{aligned} \tag{2.7.2}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\Omega_{i,j}^{n+1} - \Omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\frac{\tau}{2}} + U_{i,j}^n \frac{\Omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \Omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2h} - \\
& \quad - |V_{i,j}^n| \frac{\Omega_{i,j+1}^{n+1} - 2\Omega_{i,j}^{n+1} + \Omega_{i,j-1}^{n+1}}{2l} + V_{i,j}^n \frac{\Omega_{i,j+1}^{n+1} - \Omega_{i,j-1}^{n+1}}{2l} = \\
& = \frac{1}{Re} \left[\left(1 + |V_{i,j}^n| \frac{l}{2}\right)^{-1} \frac{\Omega_{i,j+1}^{n+1} - 2\Omega_{i,j}^{n+1} + \Omega_{i,j-1}^{n+1}}{l^2} \right. \\
& \quad \left. + \frac{\Omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\Omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \Omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h^2} \right] + \frac{Gr}{Re^2} \frac{\Theta_{i+1,j}^n - \Theta_{i-1,j}^n}{2h}
\end{aligned} \tag{2.7.3}$$

Здесь $i = \overline{1, M-1}; j = \overline{1, N-1}; n = \overline{0, K-1}$.

Для того, чтобы схема не зависела от знака скорости в схеме (2.7.2), (2.7.3) используется аппроксимация конвективных членов, усредненная относительно U^n и $|U^n|$ (или V^n и $|V^n|$). На нижнем временном слое одномерные операторы аппроксимируются центральными разностями (2.3.1).

Разностные уравнения (2.7.2), (2.7.3) сводятся к стандартному трехдиагональному виду и решаются методом прогонки (пункт 2.4).

Рассмотрим решение уравнения (2.7.2) методом прогонки. Приведем уравнения (2.7.2) к виду $A_i \Omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - B_i \Omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + C_i \Omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} = F_i$. Тогда коэффициенты A_i, B_i, C_i примут вид:

$$\begin{aligned}
A_i &= \left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{h\sqrt{Gr}}{2}\right)^{-1} - \frac{U_{i,j}^n}{2h} + \frac{|U_{i,j}^n|}{2h}, \\
B_i &= \frac{2}{h^2} \left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{h}{2}\right)^{-1} + \frac{|U_{i,j}^n|}{h} + \frac{2}{\tau}, \\
C_i &= \frac{1}{h^2} \left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{h\sqrt{Gr}}{2}\right)^{-1} + \frac{U_{i,j}^n}{2h} + \frac{|U_{i,j}^n|}{2h},
\end{aligned}$$

$$F_i = V_{i,j}^n \frac{\Omega_{i,j+1}^n - \Omega_{i,j-1}^n}{2l} - \frac{2\Omega_{i,j}^n}{\tau} - \frac{\Omega_{i,j+1}^n - 2\Omega_{i,j}^n + \Omega_{i,j-1}^n}{l^2} - Gr \frac{\Theta_{i+1,j}^n - \Theta_{i-1,j}^n}{4h}.$$

Перед использованием метода прогонки необходимо проверить достаточные условия устойчивости метода прогонки и корректности (2.4.4).

Из выражений для A_i, B_i, C_i видно, что $|B_i| > |A_i| + |C_i| \forall i = \overline{1, M-1}, |\alpha_0| < 1$ - это будет показано ниже.

Из левого граничного условия находим α_0 и β_0 для определения прогоночных коэффициентов по соотношению (2.4.3). Для уравнения вихря (2.7.1) граничные условия рассматриваются в виде (2.6.6), т.е. имеем граничное условие первого рода. Используя соотношение $\Omega_{0,j}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_0 \Omega_{1,j}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_0$ получаем, что $\alpha_0 = 0 < 1, \beta_0 = \frac{\Psi_{2,j}^{n+1} - 8\Psi_{1,j}^{n+1}}{4h^2}$. По выражению, аналогичному (2.4.2), с учетом того, что на правой границе стоит граничное условие Вудса типа (2.6.6), определяем значения $\Omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}, i = M-1, \dots, 1$. Таким образом, будут определены $\Omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}, i = \overline{0, M}$. Затем решаем уравнения (2.7.3), которые разрешаются аналогично (2.7.2).

Используемый метод переменных направлений имеет порядок аппроксимации разностной схемой исходной дифференциальной задачи $O(\tau + h^2 + l^2)$ [30, 31, 32] и является абсолютно устойчивым.

2.8. Аппроксимация уравнения энергии

Рассмотрим для уравнения энергии структуру разностной схемы вида:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{PrRe}} \Delta \Theta \quad (2.8.1)$$

На основе локально одномерной схемы А.А. Самарского [30] будем проводить дискретизацию для уравнения (2.8.1).

С учетом монотонной аппроксимации Самарского и локально одномерной схемы запишем дискретизацию двумерного нестационарного уравнения энергии:

$$\begin{aligned} & \frac{\Theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \Theta_{i,j}^n}{\tau} + U_{i,j}^n \frac{\Theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \Theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2h} - |U_{i,j}^n| \frac{\Theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\Theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \Theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2h} \\ & = \\ & = \frac{1}{\text{PrRe}} \left[\left(1 + |U_{i,j}^n| \frac{\text{Pr} \cdot \text{Re} \cdot h}{2} \right)^{-1} \frac{\Theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\Theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \Theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h^2} \right] \end{aligned} \quad (2.8.2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\Theta_{i,j}^{n+1} - \Theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\tau} + V_{i,j}^n \frac{\Theta_{i,j+1}^{n+1} - \Theta_{i,j-1}^{n+1}}{2l} - |V_{i,j}^n| \frac{\Theta_{i,j+1}^{n+1} - 2\Theta_{i,j}^{n+1} + \Theta_{i,j-1}^{n+1}}{2l} \\ & = \\ & = \frac{1}{\text{PrRe}} \left[\left(1 + |V_{i,j}^n| \frac{\text{Pr} \cdot \text{Re} \cdot l}{2} \right)^{-1} \frac{\Theta_{i,j+1}^{n+1} - 2\Theta_{i,j}^{n+1} + \Theta_{i,j-1}^{n+1}}{l^2} \right] \end{aligned} \quad (2.8.3)$$

Здесь $i = \overline{1, M-1}; j = \overline{1, N-1}; n = \overline{0, K-1}$.

Аппроксимация конвективных членов, усредненная относительно U^n и $|U^n|$ (или V^n и $|V^n|$) используется в схеме (2.8.2), (2.8.3).

Разностные уравнения (2.8.2), (2.8.3) сводятся к стандартному трехдиагональному виду и решаются методом прогонки (пункт 2.4).

Рассмотрим решение уравнения (2.8.2) методом прогонки. Приведем эти уравнения к виду $A_i \Theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - B_i \Theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + C_i \Theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} = F_i$. Тогда коэффициенты A_i, B_i, C_i примут вид:

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{1}{\text{Pr} \cdot \text{Re} \cdot h^2} \left(1 + |U_{i,j}^n| \cdot \frac{\text{Pr} \cdot \text{Re} \cdot h}{2} \right)^{-1} - \frac{U_{i,j}^n}{2 \cdot h} + \frac{|U_{i,j}^n|}{2 \cdot h}, \\ B_i &= \frac{2}{\text{Pr} \cdot \text{Re} \cdot h^2} \left(1 + |U_{i,j}^n| \cdot \frac{\text{Pr} \cdot \text{Re} \cdot h}{2} \right)^{-1} + \frac{U_{i,j}^n}{h} + \frac{1}{\tau h}, \end{aligned}$$

$$C_i = \frac{1}{\text{Pr} \cdot \text{Re} \cdot h^2} \left(1 + |U_{i,j}^n| \cdot \frac{\text{Pr} \cdot \text{Re} \cdot h}{2} \right)^{-1} + \frac{U_{i,j}^n}{2 \cdot h} + \frac{|U_{i,j}^n|}{2 \cdot h},$$

$$F_i = -\frac{\Theta_{i,j}^n}{\tau}.$$

Перед использованием метода прогонки необходимо проверить достаточные условия устойчивости метода прогонки и корректности (2.4.4).

Из выражений для A_i, B_i, C_i видно, что $|B_i| > |A_i| + |C_i| \forall i = \overline{1, M-1}, |\alpha_0| < 1$.

Из левого граничного условия находим α_0 и β_0 для определения прогоночных коэффициентов по соотношению (2.4.3).

Граничные условия для уравнения энергии (2.8.1) имеют вид $\Theta(X, Y, \tau) = \text{Ki}$. Тогда, используется соотношение $\Theta_{0,j}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_0 \Theta_{1,j}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_0$, получаем, что $\alpha_0 = 0 < 1, \beta_0 = \text{Ki}$. Затем определяем значения $\Theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}, i = M-1, \dots, 1$ по выражению аналогичному (2.4.2), с учетом того, что $\Theta_{M,j}^{n+\frac{1}{2}} = \Theta_{M,j}^n + \text{Ki}$. Таким образом, будут определены $\Theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}, i = \overline{0, M}$.

После этого переходим к решению уравнения (2.8.3) которое решается аналогично.

Используемая локально одномерная схема имеет порядок аппроксимации разностной схемой (2.8.2), (2.8.3) исходной дифференциальной задачи $O(\tau + h^2 + l^2)$ [30, 31, 32] и является абсолютно устойчивой.

3. ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ, РЕСУРСОЭФФЕКТИВНОСТЬ И РЕСУРСОСБЕРЕЖЕНИЕ

Целью данного раздела работы является технико-экономическое обоснование научно-исследовательских работ (НИР). Оно проводится с целью определения и анализа трудовых и денежных затрат, направленных на реализацию НИР, а также уровня научно-технической результативности НИР.

Рамки данной работы НИР включают в себя создание математической модели для моделирования состояния конвективных течений в хранилищах сжиженного природного газа путем создания программного комплекса. При создании комплекса использовались среда программирования и отладки матричная лаборатория MatLab. На основе НИР оформлена диссертационная работа в пакете программ Microsoft Office.

3.1. Предпроектный анализ.

3.1.1. Потенциальные потребители результатов исследования.

Изучение теплопереноса в хранилищах сжиженного природного газа (СПГ) имеет большое значение при моделировании и оптимизации физических процессов, связанных с хранением и транспортировкой СПГ. Увеличение количества хранилищ и объемов производства СПГ и неотложность проблем охраны окружающей среды приводят к тому, что возникает необходимость знать о том, что может привести к аварии на больших хранилищах СПГ и вовремя предотвратить это. Таким образом, изучение процессов теплопереноса в различных хранилищах СПГ сложно переоценить.

Конвективный теплоперенос играет важную роль в природе и во многих отраслях техники, представляющих значительный интерес. В частности, от масштабов естественной конвекции зависит безопасность эксплуатации хранилищ СПГ.

В данной работе впервые получено решение задачи конвективного теплопереноса в хранилище СПГ.

Создан вычислительный комплекс для моделирования конвективного теплопереноса в хранилище СПГ.

Полученные новые численные результаты могут быть использованы для совершенствования существующих методик расчета теплового состояния хранилищ СПГ, а также позволят прогнозировать оптимальный режим их эксплуатации. Разработанная математическая модель может быть применена для определения параметров теплового режима хранилища СПГ. При этом могут быть учтены факторы старения материалов теплоизоляционных конструкций.

Так же теоретически определены рынки сбыта разработанного программного обеспечения, это крупнотоннажные заводы СПГ, такие как: Балтийский СПГ, Владивосток-СПГ и Сахалин-2.

3.2. Анализ конкурентных технических решений с позиции ресурсоэффективности и ресурсосбережения

Анализ конкурентных технических решений с позиции ресурсоэффективности и ресурсосбережения позволяет провести оценку сравнительной эффективности научной разработки и определить направления для ее будущего повышения.

В результате научно-исследовательской работы необходимо проанализировать влияние конвективного теплообмена в прямоугольной области, что наглядно видно на графических изображениях. Поэтому для исследования выбрано программное обеспечение MatLab, так как в нем встроен графический модуль, что исключает необходимость использовать дополнительные программы для построения зависимостей.

Таблица 3.1 – Оценочная карта для сравнения конкурентного программного обеспечения (технических разработок)

Наименование ПО	Преимущества	Недостатки
MatLab	<ol style="list-style-type: none"> 1. Удобный графический интерфейс; 2. Проверка результатов в режиме реального времени; 3. Содержит обширную библиотеку компонентов блок-схемы, а также удобный редактор компонентов; 4. Возможность исследовать работоспособность систем, выявлять ошибки, исправлять недостатки. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Дороговизна лицензий; 2. Неполная поддержка статических функций.
Pascal	<ol style="list-style-type: none"> 1. Качественная среда разработки, включающая мощный отладчик; 2. Высокая скорость компиляции; 3. Высокая скорость выполнения откомпилированных программ. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Недостаточно полно реализовано объектно-ориентированное программирование; 2. Компилятор рассчитан на реальный режим DOS, который сейчас практически не используется
C++	<ol style="list-style-type: none"> 1. Пользовательские функции-операторы позволяют кратко и ёмко записывать выражения над пользовательскими типами в естественной алгебраической форме; 2. Поддерживаются различные стили и технологии программирования; 3. Эффективность. Язык спроектирован так, чтобы дать программисту максимальный контроль над всеми аспектами структуры и порядка исполнения программы. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Сложность и избыточность, из-за которых C++ трудно изучать. 2. В языке практически полностью сохранён набор конструкций Си. 3. Шаблоны в своём исходном виде приводят к порождению кода очень большого объём. 4. Метапрограммирование на основе шаблонов C++ сложно и при этом ограничено в возможностях.
Python	<ol style="list-style-type: none"> 1. встроенные структуры данных, словари, кортежи; 2. простой и удобный синтаксис; 3. мощные интерфейсы к конкретным ОС. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. медленное выполнение; 2. плохо читается код; 3. отсутствуют встроенные современные типы данных.

3.3. SWOT-анализ

SWOT – Strengths (сильные стороны), Weaknesses (слабые стороны), Opportunities (возможности) и Threats (угрозы) – представляет собой комплексный анализ научно-исследовательского проекта. SWOT-анализ применяют для исследования внешней и внутренней среды проекта.

Таблица 3.2 – Матрица SWOT

	<p>Сильные стороны научно-исследовательского проекта:</p> <p>С1. Низкая стоимость программного обеспечения</p> <p>С2. Низкая стоимость исследования в целом (в сравнении с другими видами исследования)</p> <p>С3. Ненадобность в дорогостоящем лицензировании продукта</p> <p>С4. Доступная замена зарубежным аналогам</p> <p>С5. Легкий и быстрый доступ к расчетам на любых компьютерных системах</p>	<p>Слабые стороны научно-исследовательского проекта:</p> <p>СЛ1. Продолжительное время отладки кода программного обеспечения</p> <p>СЛ2. Узкий выбор исследуемых веществ (природный газ)</p>
<p>Возможности:</p> <p>В1. Использование инновационной инфраструктуры ТПУ</p> <p>В2. быстрое развитие углеводородной отрасли</p> <p>В3. Появление дополнительного спроса на данный продукт</p> <p>В4. Импортзамещение на российском рынке.</p>		
<p>Угрозы:</p> <p>У1. Сложности экспорта технологий</p> <p>У2. сложности с сертификацией технологий</p> <p>У3. Повышение цен на стоимость программного обеспечения</p> <p>У4. Рост конкуренции на рынке подлбных продуктов</p>		

Таблица 3.3 – Интерактивная матрица проекта

Возможности проекта	Сильные стороны проекта					
		C1	C2	C3	C4	C5
	B1	0	0	0	0	0
	B2	0	0	0	1	0
	B3	1	2	1	1	2
B4	1	1	0	2	0	
Возможности проекта	Слабые стороны проекта					
		СЛ1	СЛ2	СЛ3	СЛ4	СЛ5
	B1	0	0			
	B2	0	0			
	B3	0	2			
B4	0	0				
Угрозы	Сильные стороны проекта					
		C1	C2	C3	C4	C5
	У1	1	0	0	0	0
	У2	0	1	1	1	0
	У3	1	2	0	1	0
	У4	1	1	0	1	0

Где «2» - означает сильное соответствие сторон, «1» - слабое соответствие, «0» - отсутствие соответствия вообще.

Исходя из результатов интерактивных таблиц, на наличие соответствий сторон с возможностями и угрозами, можно сделать вывод о том, что научно-исследовательский проект имеет ряд преимуществ, а именно низкая стоимость проекта, его доступность, дают ряд возможностей для его развития.

3.4. Оценка готовности проекта к коммерциализации

Для того чтобы оценить готовность проекта к коммерциализации составим бланк оценки степени готовности проекта.

Таблица 3.4 – Бланк оценки степени готовности научного проекта к коммерциализации.

№ п/п	Наименование	Степень проработанности научного проекта	Уровень имеющихся знаний у разработчика
1.	Определен имеющийся научно-технический задел	3	3
2.	Определены перспективные направления коммерциализации научно-технического задела	3	2
3.	Определены отрасли и технологии (товары, услуги) для предложения на рынке	3	2
4.	Определена товарная форма научно-технического задела для представления на рынок	2	1
5.	Определены авторы и осуществлена охрана их прав	2	3
6.	Проведена оценка стоимости интеллектуальной собственности	1	2
7.	Проведены маркетинговые исследования рынков сбыта	2	2
8.	Разработан бизнес-план коммерциализации научной разработки	3	2
9.	Определены пути продвижения научной разработки на рынок	3	1
10.	Разработана стратегия (форма) реализации научной разработки	3	2
11.	Проработаны вопросы международного сотрудничества и выхода на зарубежный рынок	1	1
12.	Проработаны вопросы использования услуг инфраструктуры поддержки, получения льгот	1	1
13.	Проработаны вопросы финансирования коммерциализации научной разработки	2	1

14.	Имеется команда для коммерциализации научной разработки	1	1
15.	Проработан механизм реализации научного проекта	3	1
	ИТОГО БАЛЛОВ	34	25

При проведении анализа по таблице, приведенной выше, по каждому показателю ставится оценка по пятибалльной шкале. При этом система измерения по каждому направлению (степень проработанности научного проекта, уровень имеющихся знаний у разработчика) отличается. Так, при оценке степени проработанности научного проекта 1 балл означает не проработанность проекта, 2 балла – слабую проработанность, 3 балла – выполнено, но в качестве не уверен, 4 балла – выполнено качественно, 5 баллов – имеется положительное заключение независимого эксперта. Для оценки уровня имеющихся знаний у разработчика система баллов принимает следующий вид: 1 означает не знаком или мало знаю, 2 – в объеме теоретических знаний, 3 – знаю теорию и практические примеры применения, 4 – знаю теорию и самостоятельно выполняю, 5 – знаю теорию, выполняю и могу консультировать.

После проведения анализа видно, что степень проработанности научного проекта на среднем уровне, а уровень имеющихся знаний у разработчика ниже среднего.

3.5. Планирование управления научным проектом.

3.5.1 Контрольные события проекта.

При организации процесса реализации конкретного проекта необходимо оптимально планировать занятость каждого из его участников и сроки проведения отдельных работ.

Первоначально составляется полный перечень проводимых работ, и определяются их исполнители и оптимальная продолжительность. Результатом планирования работ является сетевой, либо линейный график реализации проекта. Наиболее удобным, простым и наглядным способом для этих целей является использование линейного графика. Для его построения составим перечень работ и соответствие работ своим исполнителям в таблице 1. Основные исполнители в проекте: инженер (И) и научный руководитель (НР).

Таблица 3.5 – Перечень работ и продолжительность их выполнения

Этапы работы	Исполнители	Загрузка исполнителей
Формулирование задачи	НР	100%
Составление технического задания на проект	НР	90%
	И	10%
Поиск и изучение литературы	НР	20%
	И	80%
Разработка календарного плана	НР	80%
	И	20%
Разработка общего алгоритма программного комплекса	НР	30%
	И	70%
Реализация алгоритма в среде программирования	НР	5%
	И	95%
Отладка полученного программного комплекса	И	100%
Оформление расчетно-пояснительной записки	И	100%
Подведение итогов – сравнение полученных результатов с желаемыми	НР	40%
	И	60%

3.5.2. План проекта.

Перейдем к расчету продолжительности этапов работ, который осуществляется опытно-статистическим методом, который реализуется вероятностным способом. Для определения ожидаемого значения продолжительности работ $t_{ож}$ и других величин воспользуемся следующими формулами (1 – 4)[1].

$$t_{ож} = \frac{3 \cdot t_{\min} + 2 \cdot t_{\max}}{5}, \quad (1)$$

где t_{\min} – минимальная трудоемкость работ, чел/дн.;

t_{\max} – максимальная трудоемкость работ, чел/дн.

Для построения линейного графика необходимо рассчитать длительность этапов в рабочих днях, а затем перевести в календарные дни. Расчет продолжительности выполнения каждого этапа в рабочих днях, $T_{рд}$ ведется по формуле

$$T_{рд} = \frac{t_{ож}}{K_{вн}} \cdot K_{д}, \quad (2)$$

где $t_{ож}$ – трудоемкость работы, чел/дн.;

$K_{вн}$ – коэффициент выполнения работ ($K_{вн} = 1$);

$K_{д}$ – коэффициент, учитывающий дополнительное время на компенсации и согласование работ ($K_{д} = 1,2$).

Расчет продолжительности этапа в календарных днях, $T_{кд}$ ведется по формуле

$$T_{кд} = T_{рд} \cdot T_{к}, \quad (3)$$

где $T_{к}$ – коэффициент календарности.

Коэффициент календарности, $T_{к}$ рассчитывается по формуле:

$$T_{к} = \frac{T_{кал}}{T_{кал} - T_{вд} - T_{пд}}, \quad (4)$$

где $T_{кал}$ – календарные дни ($T_{кал} = 365$);

$T_{вд}$ – выходные дни ($T_{вд} = 52$);

$T_{пд}$ – праздничные дни ($T_{пд} = 12$).

$$T_{к} = \frac{365}{365 - 52 - 12} = 1,213$$

В таблице 2 приведены длительность этапов работ и число исполнителей, занятых на каждом этапе. На основании таблицы 1 составим линейный график работ и представим его на рисунке 1.

Таблица 3.6 – Трудозатраты на выполнение проекта

Этап	Исполнители	Продолжительность работ, дни			Длительность работ, чел/дн.			
		t_{\min}	t_{\max}	$t_{\text{ож}}$	ТРД		ТКД	
					НР	И	НР	И
Формулирование задачи	НР	2	4	2,8	3,36	–	4,08	–
Составление технического задания на проект	НР, И	2	3	2,4	2,59	0,29	3,14	0,35
Поиск и изучение литературы	НР, И	12	15	13,2	3,17	12,67	3,84	15,37
Разработка календарного плана	НР, И	2	4	2,8	2,69	0,67	3,26	0,82
Разработка общего алгоритма программного комплекса	НР, И	8	15	10,8	3,89	9,07	4,72	11,00
Реализация алгоритма в среде программирования	НР, И	18	25	20,8	1,25	23,71	1,51	28,76
Отладка полученного программного комплекса	И	15	20	17	–	20,40	–	24,75
Оформление расчетно-пояснительной записки	И	10	15	12	–	14,40	–	17,47
Подведение итогов	НР, И	4	7	5,2	2,50	3,74	3,03	4,54
Итого:				87	19,44	84,96	23,58	103,06

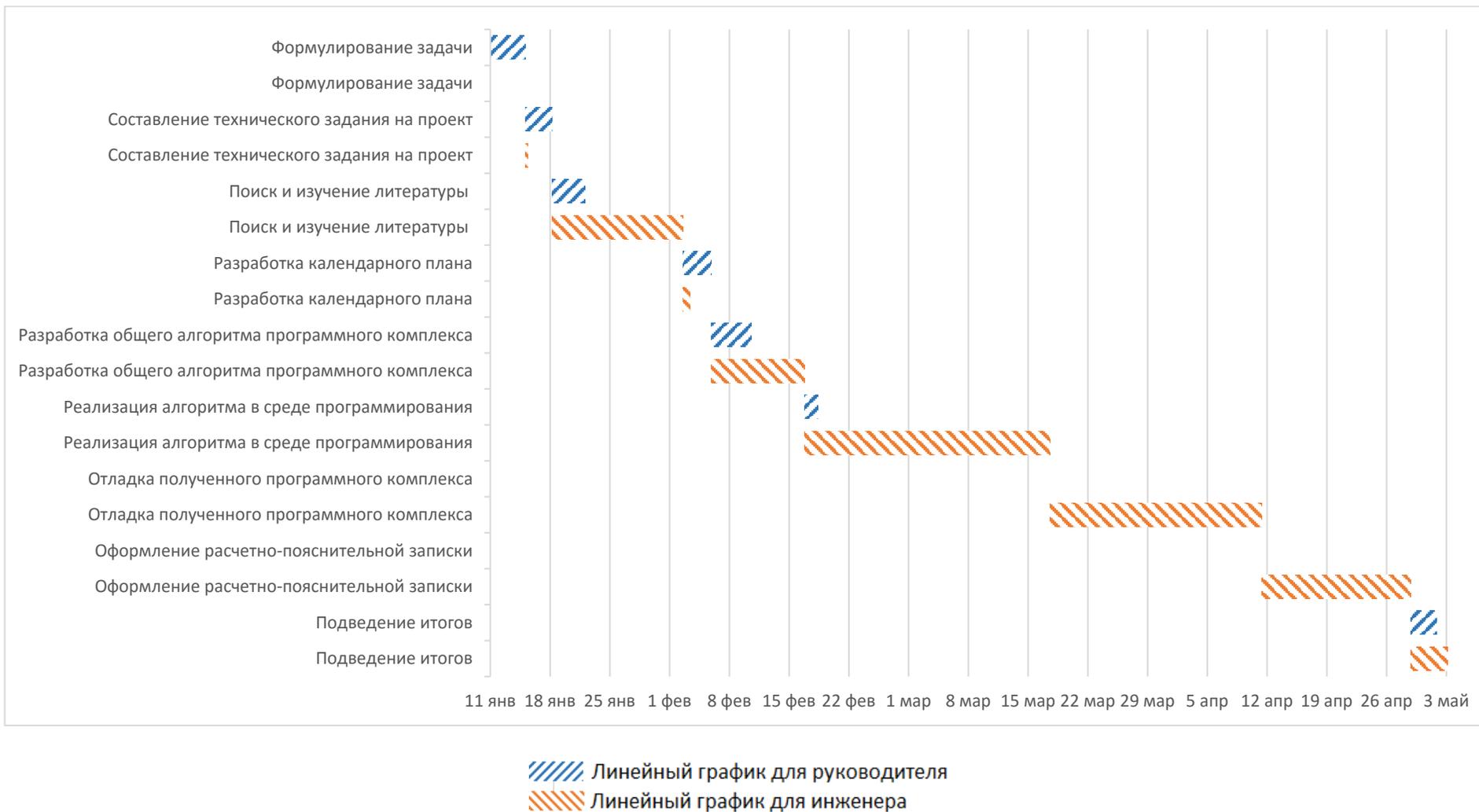


Рисунок 3.1 - Линейный график работ на основе рассчитанного для инженера и научного руководителя времени ТКД

3.6. Бюджет научного исследования

Оценим затраты на материалы. К данной статье расходов относится стоимость материалов, покупных изделий, полуфабрикатов и других материальных ценностей, расходуемых непосредственно в процессе выполнения работ. Цена материальных ресурсов определяется по средней рыночной стоимости на 2015 год по соответствующим ценникам и приведена в таблице 3.

Таблица 3.7 – Расходные материалы [2],[3]

Наименование материалов	Цена за ед., руб.	Количество	Сумма, руб.
Офисная техника			
Компьютер	25000	1	25000
Клавиатура	500	1	500
Мышка	500	1	500
Принтер	4000	1	4000
Офисная мебель			
Стол	2000	1	2000
Стул	700	1	700
Программное обеспечение			
MatLab R2014b	2 337.66	1	2 337.66
Microsoft Office 2010	21000	1	21000
Итого:	56037,66		

Расходы на материалы составили $C_{\text{мат}} = 56037,66$ руб.

Следующей статьей расходов НИР для оценки является заработная плата исполнителей. Данная статья расходов включает заработную плату научного руководителя и инженера, а также премии, входящие в фонд заработной платы. Расчет основной заработной платы выполняется на основе трудоемкости выполнения каждого этапа и величины месячного оклада исполнителя.

Среднедневная заработная плата рассчитывается по формуле:

$$\text{Дневная з. пл} = \frac{\text{Месячный оклад}}{25,17 \text{ дней}}, \quad [5]$$

Расчет затрат на основную заработную плату приведен в таблице 4.

Таблица 3.8 – Затраты на основную заработную плату

Исполнитель	Оклад, руб./мес	Среднедневная ставка, руб./день	Затраты времени, дни	К	Фонд з/платы, руб.
НР	24600	980,86	24	1,4	32 957
И	15000	598,09	104	1,4	87 081
Итого:			120 038,3		

Таким образом, затраты на основную заработную плату составили $ЗП_{\text{осн}} = 120038$ руб. При расчете учитывалось, что в году 301 рабочий день и, следовательно, в месяце 25,08 рабочих дня. Затраты времени на выполнение работы по каждому исполнителю брались из таблицы 2. Также был принят во внимание коэффициент, учитывающий коэффициент по премиям $K_{\text{пр}} = 0,1$ и районный коэффициент $K_{\text{рк}} = 0,3$. Итоговый коэффициент ($K = 1 + K_{\text{пр}} + K_{\text{рк}} = 1 + 0,1 + 0,3 = 1,4$).

Дополнительная заработная плата рассчитывается исходя из 10-15% от основной заработной платы, работников, непосредственно участвующих в выполнении темы [1], используемые формулы (6 – 15) взяты [1]

$$ЗП_{\text{доп}} = 0,1 \cdot ЗП_{\text{осн}}, \quad (6)$$

$$ЗП_{\text{доп}} = 0,1 \cdot 120038 = 12000,38 \text{ руб.}$$

В результате научно-исследовательской работы необходимо проанализировать влияние конвективного теплообмена в прямоугольной области, что наглядно видно на графических объектах. Поэтому для исследования выбрано программное обеспечение MatLab, так как в нем встроен графический модуль, что исключает необходимость использовать

дополнительные программы для построения зависимостей. Фонд заработной платы:

$$\Phi ЗП = ЗП_{\text{осн}} + ЗП_{\text{доп}}, \quad (7)$$

$$\Phi ЗП = 120038 + 12000,38 = 132042,1 \text{ руб}$$

Расчет отчислений от фонда оплаты труда

Отчисления по заработной плате определяются по следующей формуле:

$$C_{\text{соц}} = K_{\text{соц}} \cdot \Phi ЗП, \quad (8)$$

где $K_{\text{соц}}$ – коэффициент отчислений на уплату во внебюджетные фонды (пенсионный фонд, фонд обязательного страхования и пр.). Данный коэффициент составляет 30% от затрат на заработную плату.

$$C_{\text{соц}} = 0,3 \cdot 132042,1 = 39612,63 \text{ руб.}$$

Перейдем к расчету затрат на электроэнергию. Данный вид расходов включает в себя затраты на электроэнергию при работе оборудования а также затраты на электроэнергию, потраченную на освещение. Затраты на электроэнергию при работе оборудования для технологических целей $\mathcal{E}_{\text{об}}$ рассчитываются по формуле

$$\mathcal{E}_{\text{об}} = P_{\text{об}} \cdot C_{\mathcal{E}} \cdot t_{\text{об}}, \quad (9)$$

где $P_{\text{об}}$ – мощность, потребляемая оборудованием, кВт;

$C_{\mathcal{E}}$ – тарифная цена за 1 кВт·час, принимаем $C_{\mathcal{E}} = 1,8 \text{ руб/кВт} \cdot \text{час}$;

$t_{\text{об}}$ – время работы оборудования, час.

Время работы оборудования вычисляется на основе данных для $T_{\text{рд}}$ таблицы 2 для инженера из расчета, что продолжительность рабочего дня равна 8 часов

$$t_{\text{об}} = T_{\text{рд}} \cdot 8, \quad (10)$$

$$t_{\text{ОБ}} = 85 \cdot 8 = 680 \text{ час.}$$

Мощность, потребляемая оборудованием $P_{\text{ОБ}}$, принимаем равную мощности блока питания компьютера и монитора

$$P_{\text{ОБ}} = P_{\text{БП}} + P_{\text{М}}, \quad (11)$$

$$P_{\text{ОБ}} = 0,4 + 0,1 = 0,5 \text{ кВт,}$$

$$\mathcal{E}_{\text{ОБ}} = 0,5 \cdot 1,8 \cdot 680 = 612 \text{ руб.}$$

Затраты на электроэнергию для освещения помещения, где осуществлялось выполнение проекта $\mathcal{E}_{\text{ОС}}$, рассчитываются по формуле

$$\mathcal{E}_{\text{ОС}} = P_{\text{ОС}} \cdot \text{Ц}_{\text{Э}} \cdot t_{\text{ОС}}, \quad (12)$$

где $P_{\text{ОС}}$ – мощность, потребляемая осветительными приборами, кВт;

$t_{\text{ОС}}$ – время работы осветительных приборов, час.

Мощность, потребляемая освещением $P_{\text{ОС}}$, определяется по формуле

$$P_{\text{ОС}} = P_{\text{УСТ.ОС}} \cdot K_{\text{С}}, \quad (13)$$

где $P_{\text{УСТ.ОС}}$ – установленная мощность осветительных приборов,

принимаем $P_{\text{УСТ.ОС}} = 1,28 \text{ кВт}$;

$K_{\text{С}}$ - коэффициент спроса для внутреннего освещения,

принимаем $K_{\text{С}} = 0,9$.

$$P_{\text{ОС}} = 1,28 \cdot 0,9 = 1,15 \text{ кВт.}$$

Время работы освещения $t_{\text{ОС}}$, час, определяется по формуле

$$t_{\text{ОС}} = t_{\text{СУТ}} \cdot T, \quad (14)$$

где $t_{\text{СУТ}}$ – длительность работы освещения за смену, час;

T – время, затраченное на проведение работ,

принимаем $T = 85 \text{ дней}$.

$$t_{OC} = 5 \cdot 85 = 425 \text{ час,}$$

$$\mathcal{E}_{OC} = 1,15 \cdot 1,8 \cdot 425 = 881,28 \text{ руб.}$$

Общие затраты на электроэнергию \mathcal{E} , руб, определяются по формуле

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{OB} + \mathcal{E}_{OC}, \quad (15)$$

$$\mathcal{E} = 612 + 881,28 = 1561,28 \text{ руб.}$$

Следующим этапом расчёта затрат является расчет амортизационных расходов

Амортизационные отчисления рассчитываются на время использования ЭВМ по формуле

$$C_{AM} = \frac{N_A \cdot C_{OB}}{F_D} \cdot t_{BT}, \quad (16)$$

где N_A – годовая норма амортизации,

принимаяем $N_A = 25\%$;

C_{OB} – цена оборудования,

исходя из таблицы 4 принимаем $C_{OB} = 25000$ руб.;

F_D – действительный годовой фонд рабочего времени,

принимаяем $F_D = 2416$ часов;

t_{BT} – время работы вычислительной техники при создании программного продукта, по таблице 10 $t_{BT} = 104 \cdot 8 = 832$ час.;

$$C_{AM} = \frac{0,25 \cdot 25000}{2416} \cdot 832 = 2152,32 \text{ руб.}$$

Для оценки не учтённых в предыдущих статьях расходов рассчитаем прочие расходы [1].

Прочие расходы составляют 16 % от единовременных затрат на выполнение технического продукта и проводятся по формуле:

$$C_{\text{ПРОЧ}} = (C_{\text{МАТ}} + C_{\text{ОСН}} + C_{\text{СОЦ}} + \text{Э} + C_{\text{АМ}}) \cdot 0,16, \quad (17)$$

$$C_{\text{ПРОЧ}} = (73700 + 120038 + 39612,63 + 1561,28 + 2152,32) \cdot 0,16 = \\ = 37930,32 \text{ руб.}$$

Определим общую себестоимость НИР путем сведения рассчитанных статей расчета в смету (таблица 6).

Таблица 3.9 – Смета затрат на НИР

Статья затрат	Условное обозначение	Сумма, руб.
1	2	3
Материалы и покупные изделия	$C_{\text{МАТ}}$	56037,66
Фонд оплаты труда	$C_{\text{ОСН}}$	120 038
Отчисления из ФОТ	$C_{\text{СОЦ}}$	39612,63
Расходы на электроэнергию	Э	1561,28
Амортизационные отчисления	$C_{\text{АМ}}$	2 152,32
Работы, выполняемые сторонними организациями	$C_{\text{СТОП}}$	–
Прочие расходы	$C_{\text{ПРОЧ}}$	37930,32
Итого:		257332,21

Таким образом, расходы на НИР составили: $C = 257332,21$ руб.

3.7. Расчет нарастания технической готовности работ

Следующим этапом является расчет нарастания технической готовности работ. Величина нарастания технической готовности работы H_i показывает на сколько процентов выполнена работа на каждом этапе. Данная величина вычисляется по формуле (17)[1]:

$$H_i = \frac{t_{H_i}}{t_0} \cdot 100\%, \quad (17)$$

где t_{H_i} - нарастающая трудоемкость с момента начала работы i -го этапа;

t_0 - общая трудоемкость.

Общая трудоемкость t_0 , вычисляется по формуле (18):

$$t_0 = \sum_{i=1}^n t_{ож_i}, \quad (18)$$

где $t_{ож_i}$ - ожидаемая продолжительность i -го этапа.

Удельный вес каждого этапа Y_i определяется по формуле (19)[1]:

$$Y_i = \frac{t_{ож_i}}{t_0} \cdot 100\%. \quad (19)$$

Результаты вычислений N_i и Y_i отражены в таблице 3.

Таблица 3.10 – Нарастание технической готовности работы и удельный вес каждого этапа

	Этап	N_i , %	Y_i , %
1	Формулирование задачи	3,22	3,22
2	Составление технического задания на проект	5,98	2,76
3	Поиск и изучение литературы	21,15	15,17
4	Разработка календарного плана	24,37	3,22
5	Разработка общего алгоритма программного комплекса	36,78	12,41
6	Реализация алгоритма в среде программирования	60,69	23,91
7	Отладка полученного программного комплекса	80,23	19,54
8	Оформление расчетно-пояснительной записки	94,02	13,79
9	Подведение итогов	100,00	100,00

Таким образом мы видим процесс нарастания технической готовности в плоть до полного выполнения с течением времени по ходу последовательного выполнения определенных этапов.

В данном разделе работы определены этапы и трудоемкость работ, составлены план-график и смета затрат, произведен расчет нарастания

технической готовности программного комплекса. Программный комплекс завершен на 100% и готов к использованию.

Согласно сметы затрат расходы на НИР составили $C = 257332,21$ руб.

Данный проект является экономически эффективным, так как при затратах около четверти миллиона рублей позволяет спрогнозировать аварии на хранилищах сжиженного природного газа и тем самым предотвратить потери объемом в стоимость постройки нового хранилища сжиженного природного газа и ущерба окружающей среде.

В ходе получения результатов расчета программы заказчики могут иметь представление о погрешностях уже разработанных хранилищ сжиженного природного газа и, при необходимости для предотвращения аварий, внести изменения в конструкцию или режим работы резервуаров СПГ.

В первой главе диссертации говорится, что при возникновении чрезвычайной ситуации в хранилище сжиженного природного газа (СПГ) и последующем его разрушении в следствии протекания необратимых физических процессов тепломассопереноса, наносится большой ущерб как самому хранилищу, так и окружающей среде из-за утечек СПГ в атмосферу. Исходя из этого видно, что затраты на разработку математической модели, позволяющей смоделировать процессы происходящие внутри хранилища, и предотвратить разрушение хранилища, незначительны по сравнению с возможными расходами необходимыми на восстановление хранилища после возникновения чрезвычайной ситуации.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СТУДЕНТА

Sklyarenko, Kristina A.; Lutceva, Ekaterina A.; Maksimov, Vyacheslav I. Numerical investigations of mixed convection of incompressible viscous fluid in LNG storage with a various locations of input and output mass. Conference: Smart Grids, Tomsk, Russia, sep 28-oct 02, 2015, volume – 37, article number – 01052.