УДК 661.87.519

# МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В КАСКАДАХ ЦЕНТРИФУГ ОБОГАЩЕНИЯ ИЗОТОПОВ УРАНА

В.А. Власов, А.А. Орлов, В.Г. Бутов, С.Н. Тимченко

Томский политехнический университет E-mail: timchenko@phtd.tpu.ru

Разработана и реализована математическая модель нестационарных гидравлических процессов в промышленных центробежных каскадах обогащения урана, предназначенная для применения в качестве экспертной системы и использования в компьютерном тренажере для подготовки специалистов разделительного производства.

#### Ключевые слова:

Разделение изотопов, газовая центрифуга, нестационарная гидравлика, математическое моделирование.

#### Kev words:

Isotope separation, gas centrifuge, nonstationary hydraulics, mathematical modeling.

## Введение

Большое влияние на работу разделительного производства оказывают нестационарные гидравлические процессы, возникающие как в ходе нормальной эксплуатации каскадов, например, при регулировании режимов работы каскадов, изменении частоты питающего тока, переходе на новый технологический режим, плановом отключении части оборудования, так и при нарушении нормальной работы схемы, например, при закрытии внешних потоков каскадов, аварийном отключении части оборудования, отключении питающего тока.

Эти процессы влияют на качество выпускаемого товарного продукта, эффективность работы технологической схемы (TC) завода и могут привести к недопустимым перегрузкам оборудования. Во всех нестационарных процессах необходимо обеспечить безопасность оборудования и свести к минимуму потери работы разделения, что обуславливает важность изучения и учета этих процессов. Так как центробежные каскады обладают существенно меньшим газосодержанием по сравнению с газодиффузионным каскадом, следовательно, они менее инерционны. Малая инерция приводит к усилению влияния нестационарных процессов на эффективность работы разделительных каскадов.

В связи с этим возникла необходимость решения задачи полномасштабного учета нестационарных гидравлических процессов в разделительном производстве.

Для решения поставленной задачи разработана и программно реализована математическая модель нестационарных гидравлических процессов ТС разделительного производства.

В отличие от ранее известных работ [1, 2] рассматриваемая модель нестационарных процессов более точно описывает особенности построения каскада, в частности, учитывается наличие байпасных коммуникаций и наличие секционных компрессоров.

## 1. Описание математической модели нестационарных процессов

1.1. Объемы, входящие в модель

В описываемой модели газосодержание *i*-ой ступени считается сосредоточенным в 18 объемах.

Восемь объемов роторов газовых центрифуг (ГЦ) секций j=1,8 с газосодержанием  $M_{1ij}$  ступени i. Газосодержание  $M_{1ij}$  определяется давлением на носике отборника тяжелой фракции после прохождения скачка уплотнения  $p_{Hii}$  [3]:

$$M_{1ij} = N_{ij} V_{1ij} \frac{e^{d_{ij}\omega_{ij}^2}}{\omega_{ii}^4} p_{Hij}^-,$$
 (1)

где  $N_{ij}$  — количество ГЦ в j-ой секции, i-ой ступени,  $V_{1ij}$ ,  $d_{ij}$  — коэффициенты зависящие от скорости вращения ротора  $\omega$ , температуры и геометрических размеров газовой центрифуги,  $p_{Hij}$  — давление на носике отборника тяжелой фракции после прохождения прямого скачка.

Аналитическое выражение для газосодержания  $M_{1ij}$  определено исходя из принятой упрощенной газодинамической модели  $\Gamma \coprod [4]$ .

В газовые центрифуги секции j i-ой ступени подается поток питания  $g_1$  и выходят поток отбора  $g_1^+$  (легкой фракции) и поток отвала  $g_1^-$  (тяжелой фракции).

Траса отвала секции имеет газосодержание:

$$M_{2ij} = \frac{M}{RT} V_{2ij} p_{ij}^{-}, \tag{2}$$

где  $p_{ij}^-$  — давление в трассе отвала секции,  $V_{4ij}$  — объем трассы отвала. В объем входит поток отвала газовых центрифуг секции  $g_{1ij}^-$  и выходит поток отвала секции  $g_{2ij}^-$ .

Трасса отбора секции имеет газосодержание:

$$M_{3ij} = \frac{M}{PT} V_{3ij} p_{ij}^{+}, \tag{3}$$

где  $p_{ij}^+$  — давление в трассе отбора секции,  $V_{4ij}$  — объем трассы отвала. В объем входит поток отвала газовых центрифуг секции  $g_{1ij}^+$  и выходит выкачиваемый компрессором поток отбора секции  $g_{2ij}^+$ .

Трасса питания секции имеет газосодержание:

$$M_{_{4ij}} = \frac{M}{RT} V_{_{4ij}} p_{_{ij}}, \tag{4}$$

где  $p_{ij}$  — давление в трассе питания секции,  $V_{4ij}$  — объем трассы питания. В объем входит поток питания ступени  $g_{2ij}$  и выходит поток питания газовых центрифуг секции  $g_{1ij}$ .

Объем трассы отвала ступени с газосодержанием  $M_{5i}$  определяется давлением коллектора отвала  $P_i^-$ . Этот объем включает в себя блочные коммуникации коллектора отвала до межступенного регулятора ВРД. Газосодержание трассы отвала ступени определяется выражением:

$$M_{5i} = \frac{M}{RT} V_{5i} P_i^-, (5)$$

где  $V_{\rm Si}$  — константа зависящая от геометрических размеров трассы отвала.

В объем входит сумма потоков отвала ступеней

 $\sum_{j=1}^{m} g_{2ij}^{-}$ , выходит суммарный поток отвала ступени

 $G_i^-$ , определяемый расходом через межступенный регулятор ВРД.

Объем трассы отбора ступени с газосодержанием  $M_{6i}$  определяется давлением в коллекторе отбора ступени  $P_i^+$ :

$$M_{6i} = \frac{M}{RT} V_{6i} P_i^+, (6)$$

где  $V_{6i}$  — константа зависящая от геометрических размеров трассы отбора.

В объем входит сумма потоков отвала ступеней

 $\sum_{j=1}^{m} g_{2ij}^{+}$ , выходит суммарный поток отвала ступени  $G_{i}^{+}$ .

Объем трассы питания ступени с газосодержанием  $M_{7i}$  определяется давлением в коллекторе питания ступени  $P_i$ :

$$M_{\gamma_i} = \frac{M}{RT} V_{\gamma_i} P_i, \tag{7}$$

где  $V_{7i}$  — константа, зависящая от геометрических размеров трассы питания.

В объем могут входить следующие потоки: поток отбора предыдущей ступени  $G^+_{1,i-1}$ ; поток отвала последующей ступени  $G^-_{1,i+1}$ ; внешний поток питания  $T_0$ ; внешний поток воздуха  $T_{w}$ ; поток закрутки  $G_{3акp}$ .

Из объема выходит сумма потоков питания сек-

ций 
$$\sum_{i=1}^m g_{2ij}$$
.

В объем байпасных коммуникаций линии отбора  $M_{8i}$  входят межблочные байпасные коммуникации ограниченные клапанами K1, K12, K5 i-го блока, и клапанами K3, K5 i-1-го блока.

Газосодержание данного участка  $M_{8,i}$  определяется давлением в линии байпасных коммуникаций  $P_{6,i}^+$ :

$$M_{8i} = \frac{M}{RT} V_{\delta,i}^{+} P_{\delta,i}^{+}, \tag{8}$$

где  $V_{6,i}^+$  — константа, зависящая от геометрических размеров байпасных коммуникаций линии отбора.

В объём могут входит следующие потоки: поток отбора i—1 блока  $G_{1,i-1}^+$ ; закруточный поток  $G_{12,i}$  от клапана K12; поток приходящий с линии байпасных коммуникаций i-1-го блока  $G_{5,i-1}$ . Из объема выходит поток питания, проходящий через клапан K1.

В объем байпасных коммуникаций линии отбора  $M_{8i}$  входят межблочные байпасные коммуникации ограниченный клапанами K1, K12, K5 i-го блока, и клапанами K3, K5 i-1-го блока.

Газосодержание данного участка  $M_{8,i}$  определяется давлением в линии байпасных коммуникаций  $P_{6,i}^{+}$ .

$$M_{g_i} = \frac{M}{RT} V_{\delta,i}^- P_{\delta,i}^-, \tag{9}$$

где  $V_{6,i}^+$  — константа, зависящая от геометрических размеров байпасных коммуникаций линии отбора.

В объем могут входит следующие потоки: поток отбора i-1 блока  $G_{1,i-1}^+$ ; закруточный поток  $G_{12,i}$  от клапана K12; поток, приходящий с линии байпасных коммуникаций i-1-го блока  $G_{5,i-1}$ . Из объема выходит поток питания проходящий через клапан K1.

## 1.2. Основные уравнения нестационарной гидравлики

Уравнения нестационарной гидравлики могут быть получены из условия материального баланса в выделенном объеме. В этом случае газосодержание всех объемов изменяется только за счет разницы входящих и выходящих потоков. В результате можно записать следующие уравнения нестационарной гидравлики:

$$\frac{dM_{1ij}}{dt} = g_{1ij} - g_{1ij}^{-} - g_{1ij}^{+}, \ j = \overline{1,m},$$
 (10)

$$\frac{dM_{2ij}}{dt} = g_{1ij}^{-} - k 1_{ij} g_{2ij}^{-}, \tag{11}$$

$$\frac{dM_{3ij}}{dt} = g_{1ij}^+ - k3_i g_{2ij}^+, \qquad (12)$$

$$\frac{dM_{4ij}}{dt} = k2_i g_2 - g_1, \tag{13}$$

$$\frac{dM_{si}}{dt} = \sum_{i=1}^{m} k 1_{ij} g_{2ij}^{-} - K_{2,i} G_{i}^{-}, \qquad (14)$$

(17)

$$\frac{dM_{6i}}{dt} = \sum_{i=1}^{m} k 2_{ij} g_{2ij}^{+} - K_{3,i} G_{i}^{+}, \qquad (15)$$

$$\frac{dM_{7i}}{dt} = K_{4,i}G_{i+1}^{-} + K_{1,i}G_{i+1}^{+} +$$

$$+\delta 1T_{0} + \delta 2T_{w} - \sum_{i=1}^{m} k 2_{ij} g_{2ij},$$
 (16)

$$\frac{dM_{8i}}{dt} = K_{2,i}G_i^2 + K_{6,i}G_i^6 + K_{1,i}G_i^{12} - K_{6,i}G_i^4 - K_{6,i}G_i^6 + K_{1,i}G_i^{12} - K_{6,i}G_i^6 + K_{6,i}G_i^$$

$$\frac{dM_{9i}}{dt} = K_{3,i}G_i^3 + K_{5,i}G_i^5 -$$

$$-K_{12,i-1}G_{i-1}^{12}-K_{1,i+1}G_{i+1}^{1}-K_{5,i+1}G_{i+1}^{5}, \qquad (18)$$

где  $k1_{ij}$ ,  $k2_{ij}$ ,  $k3_{ij}$  — состояние секционных клапанов на трассах отвала, питания, отбора (0 — клапан закрыт, 1 — клапан открыт);  $K_{1,i}$ — $K_{6,i}$ ,  $K_{12,i}$  состояние блочных клапанов на трассах отвала, питания, отбора (0 — клапан закрыт, 1 — клапан открыт).

Ур. (10) составляется для каждой секции ступени i. Ур. (11—18) составляются для каждой ступени.

## 1.3. Уравнения для потоков

Для расчета основной части потоков, входящих в выделяемые объемы, использовались уравнения следующего вида для режимов:

а) турбулентного

$$G = \sqrt{\frac{P_1^2 - P_2^2}{\zeta_{min}}},$$
 (19)

где  $\zeta_{myp\delta}$  — постоянный коэффициент;

б) ламинарного

$$G = \frac{P_1^2 - P_2^2}{\zeta_{\text{max}}},$$
 (20)

где  $\zeta_{\text{\tiny \it MAM}}$  — постоянный коэффициент.

Поток отбора газовых центрифуг секции  $g^+_{1,ij}$  определяется с использованием унифицированной гидравлической характеристики учитывающей все известные модели  $\Gamma \coprod$ :

$$g_{1,ij}^{+} = N_{ij} \begin{pmatrix} b1_{ij} + b2_{ij} \left( \frac{g_{1,ij}}{N_{ij}} \right) + b3_{ij} \left( \frac{g_{1,ij}}{N_{ij}} \right)^{2} + \\ + b4_{ij} p_{ij}^{-} + b5_{ij} p_{ij}^{-2} + b6_{ij} \left( \frac{g_{1,ij}}{N_{ij}} \right) p_{ij}^{-} \end{pmatrix}, (21)$$

где  $b1_{ij}...b6_{ij}$  — коэффициенты гидравлической характеристики для определенного типа газовых центрифуг в рассчитываемой ступени. Эти коэффициенты зависят от частоты вращения ротора и определяются экспериментально.

Работу секционного компрессора можно описать следующим выражением:

$$An^{2} + Bng_{2,ij}^{+} + Cg_{2,ij}^{+2} = p_{ij}^{+}(\varepsilon - 1),$$
 (22)

где A, B, C — константы, получаемые экспериментально и учитывающие геометрические размеры компрессора, его гидравлическое сопротивление, n — частота вращения компрессора,  $\varepsilon$  — показатель степени сжатия компрессора. Решение этого квадратного уравнения дает величину потока отбора  $g_{2,j}^+$  секции с учетом работы секционного компрессора.

Для определения текущего значения расхода газа через межступенный регулятор давления, исходя из того что течение газа через сопло полагается критическим, можно записать следующее соотношение:

$$G_{\cdot}^{-} = A \cdot (h\varphi)P_{\cdot}^{-}, \tag{23}$$

где 
$$A = \frac{\pi d}{RT} \upsilon_{\kappa p}$$
,  $\upsilon_{\kappa p}$  — критическая скорость,  $d$  —

диаметр клапана, h — положение клапана регулятора, зависящее от конструкции регулятора,  $\varphi$  — коэффициент расхода, зависящий от положения клапана регулятора и описываемый с помощью дифференциального уравнения:

$$\frac{d}{dt}\mu = \frac{\Pi_{pec}(\Delta P_i^- + \Delta P_i) + \mu}{T_{pec}},$$
(24)

где  $\mu = \frac{\Delta h}{h}$  — относительное изменение положе-

ния заслонки регулятора;  $T_{\it pez}$  — постоянная времени регулятора;  $H_{\it pez}$  — коэффициент усиления регулятора.

Произведя линеаризацию уравнения регулятора (24), получим уравнение относительного изменения положения клапана межступенного регулятора, как функцию времени:

$$\mu(t) = \Pi_{pec} (\Delta P_i^- + \Delta P_i) (1 - e^{-1/T_{pec}}), \tag{25}$$

## 2. Схема решения уравнений нестационарной гидравлики

Расчет нестационарных гидравлических процессов сводится к нахождению величин давлений во всех введенных объемах для всех ступеней каскадов, положений регулирующего клапана межступенных регуляторов, как временных функций при заданных начальных условиях.

Входящие в уравнения (19—25) коэффициенты расхода шайб, коэффициенты гидравлических сопротивлений трасс, коэффициенты гидравлических характеристик ГЦ, параметры регуляторов и т.п. предполагаются известными из экспериментальных и расчетных данных. Подставляя выражения для газосодержания и потоков в уравнения (10—18) получим систему дифференциальных ура-

внений первого порядка относительно давлений и положений регулирующего клапана регуляторов.

Таким образом, задача моделирования нестационарных процессов в промышленных центрифужных каскадах сводится к решению системы дифференциальных уравнений первого порядка с заданными начальными условиями. Задача Коши за редким исключением не имеет аналитических методов решения. В численном методе вместо отыскания непрерывных функций времени рассчитываются значения искомых функций в дискретные моменты времени, а система дифференциальных уравнений заменяется, тем или иным способом, разностными уравнениями. В применяемом алгоритме использована неявная схема Эйлера с пересчетом [5], которая обладает третьим порядком точности на шаге и вторым на интервале.

Полученные системы нелинейных уравнений решаются итерационным методом Ньютона на каждом временном слое. При этом процесс получения системы линейных уравнений, относящихся к одной ступени, объединяется с их частичным решением. А именно, величины приращений давлений относящихся к одной ступени выражаются через приращения давлений в трассах питания ступеней. В результате получаем систему линейных уравнений относительно приращений давлений в трассах питания ступеней каскадов. В предложенной расчетной модели система линейных уравнений на каждом шаге итерации решается методом исключения Гаусса [5].

На каждом временном шаге решение может дополняться расчетом нестационарной гидравлики линий межкаскадных коммуникаций, состоящих из подкачивающих компрессоров, регуляторов давления различных типов и других элементов.

По предлагаемой методике проведены численные исследования для различных случаев нестационарных возмущений ТС.

Результаты расчетов нестационарных режимов работы ТС, для которых имеются экспериментальные данные (изменение величин внешних потоков, закрытие блоков [1]), позволяют судить об адекватности описанной модели поведению реального объекта. Расчетное время распространения

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Филимонов С.В., Скорынин Г.М., Орлов А.А., Голдобин Д.Н. Моделирование нестационарных гидравлических процессов в промышленных центрифужных каскадах обогащения урана // Известия Томского политехнического университета — 2006. — Т. 309. — № 3. — С. 85–88.
- 2. Обогащение урана / Под ред. С. Виллани. Пер. с англ. Под ред. И.К. Кикоина. М.: Энергоатомиздат. 1983. 320 с.

гидравлических возмущений по ступеням каскадов и линиям межкаскадных коммуникаций достаточно точно соответствует имеющимся фактическим данным. Хорошая сходимость результатов получена отчасти благодаря учету в модели байпасных коммуникаций.

С появлением газовых центрифуг нового поколения, обладающих существенно большей степенью сжатия, возникла идея отказаться от секционных подкачивающих компрессоров. Результаты расчетов показали, что отказ от секционных компрессоров приводит к уменьшению потока отбора секции и, следовательно, к потере работы разделения.

### Заключение

Предложена математическая модель нестационарных гидравлических процессов, протекающих в промышленных центрифужных каскадах, учитывающая наличие в технологической схеме байпасных коммуникаций и подкачивающих компрессоров.

Математическая модель представляет собой систему дифференциальных уравнений первого порядка с заданными начальными условиями.

Разработан алгоритм решения уравнений, описывающих нестационарные гидравлические процессы в центрифужных каскадах и в линиях межкаскадных коммуникаций.

Разработаны методы реализации модели на ЭВМ, позволяющие получать решения в режиме реального времени при произвольном наборе возмущающих воздействий.

Проведено численное моделирование нестационарных гидравлических процессов, которое подтвердило адекватность предложенной модели поведению реального объекта и показало необходимость учета байпасных коммуникаций и наличия подкачивающих компрессоров на линии отбора секций.

Модель может быть использована в качестве экспертной системы и в компьютерном тренажере для подготовки специалистов для разделительных производств.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта 09-08-9915-р\_офи.

- 3. Дейч М.Е. Гидрогазодинамика. М.: Энергия, 1984. 384 с.
- Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / Под ред. М. О. Штейнберга. – 3-е изд., перераб. и доп.-М.: Машиностроение, 1992. – 672 с.
- 5. Пирумов У.Г. Численные методы. М.: Дрофа, 2004. 224 с.

Поступила 26.08.2009 г.