

## О ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ПО ОЦЕНКАМ ИХ ФАЗОЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

В.П. Иванченков, А.И. Кочегуров, О.В. Орлов

Томский политехнический университет  
E-mail: kai@cc.tpu.edu.ru

Рассматриваются результаты исследований точности определения временного положения сейсмических сигналов фазочастотными методами. Приводятся аналитические выражения для дисперсии оценок временного положения сигналов для случая коррелированных и некоррелированных значений фазочастотных характеристик участков сейсмической трассы. Отдельно анализируется ситуация, когда форма регистрируемых сигналов неизвестна.

### Ключевые слова:

Временное положение сейсмических сигналов, фазочастотные методы, фазочастотная характеристика, функция групповой задержки.

### Key words:

Time position of seismic signals, phase-frequency methods, phase-frequency characteristic, function of group delay.

В [1,2] предлагаются фазочастотные методы для определения временного положения сейсмических сигналов, основанные на анализе фазочастотных характеристик (ФЧХ) регистрируемых записей.

В данной работе исследуется точность оценок, получаемых фазочастотными методами, причем считается, что в общем случае значения ФЧХ являются коррелированными. Построение фазовых алгоритмов основано на теореме запаздывания, согласно которой  $\phi_s(\omega, \tau) = \phi_{s0}(\omega) - \omega\tau$ , где временное положение сигнала  $\tau$  является параметром ФЧХ сигнала. Будем рассматривать лишь случай сильного сигнала, то есть величина отношения сигнал/помеха  $\gamma(\omega) \gg 1$  на частоте  $\omega$ .

Для модели участка сейсмотрассы  $x(t, \tau) = s(t - \tau) + n(t)$ , являющейся аддитивной смесью сильного сигнала  $s(t)$  и гауссовой помехи  $n(t)$ , оптимальная оценка временного положения по коррелированной выборке ФЧХ составляет [3]:

$$\hat{\tau}_{opt} = \frac{\int_{\Omega} V(\omega) [\phi_x(\omega) - \phi_s(\omega)] d\omega}{\int_{\Omega} V(\omega) d\omega}; \quad (1)$$

$$V(\omega) = \int_{\Omega} R^{-1}(\omega, \omega') \omega' d\omega', \quad (2)$$

где  $R(\omega, \omega')$  – положительно определенная матрица, составленная из элементов межчастотной корреляционной функции ФЧХ смеси;  $\Omega$  – анализируемая полоса частот;  $\phi_x(\omega)$  и  $\phi_s(\omega)$  – ФЧХ смеси и сигнала.

Нетрудно показать, что дисперсия оценки (1) имеет вид

$$D(\hat{\tau}_{opt}) = \left[ \iint_{\Omega \Omega} R^{-1}(\omega, \omega') \omega \omega' d\omega d\omega' \right]^{-1}.$$

В частном случае, когда значения ФЧХ статистически независимы, корреляционная матрица имеет диагональный вид

$$R(\omega, \omega') = \frac{1}{\gamma^2(\omega)} \delta(\omega - \omega'), \quad (3)$$

где  $\delta(\omega - \omega')$  – дельта-функция.

Подстановка (3) и (2) в (1) дает выражение для оптимальной оценки при некоррелированной выборке ФЧХ смеси

$$\hat{\tau}_{opt} = \frac{\int_{\Omega} \gamma^2(\omega) [\phi_x(\omega) - \phi_s(\omega)] d\omega}{\int_{\Omega} \gamma^2(\omega) \omega^2 d\omega}, \quad (4)$$

или в дискретном виде

$$\hat{\tau}_{opt} = \frac{\sum_{k=1}^m \gamma^2(\omega_k) \omega_k \Delta\phi(\omega_k)}{\sum_{k=1}^m \gamma^2(\omega_k) \omega_k^2}, \quad (5)$$

где  $\Delta\phi(\omega_k) = \phi_x(\omega_k) - \phi_s(\omega_k)$ ;  $m = \Omega / \Delta\omega$ ;  $\Delta\omega$  – шаг дискретизации по частоте.

Дисперсия оценки (5) составляет

$$D(\hat{\tau}_{opt}) = \left[ \sum_{k=1}^m \gamma^2(\omega_k) \omega_k^2 \right]^{-1}.$$

Сравнение (1) и (4) показывает, что для случая сильного сигнала наличие корреляции значений ФЧХ в выборке смеси приводит лишь к изменению весовых коэффициентов при оптимальной обработке.

Для случая слабого сигнала найти оптимальную оценку временного положения сигнала удастся только при некоррелированных значениях ФЧХ. Такая оценка получена в [1] и определяется путем максимизации функции правдоподобия вида

$$\ln \Gamma(\tau) = \sum_{k=1}^m \gamma(\omega_k) \cos(\Delta\phi(\omega_k) + \omega_k \tau). \quad (6)$$

Если в выражении (6) принять все  $\gamma(\omega_k) \gg 1$  (сильный сигнал), то можно считать, что

$$\cos(\Delta\phi(\omega_k) + \omega_k \tau) \approx 1 - \frac{1}{2}(\Delta\phi(\omega_k) + \omega_k \tau)^2. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (6) и решая уравнение правдоподобия

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \ln \Gamma(\tau) \Big|_{\tau=\hat{\tau}_{opt}} = 0$$

нетрудно получить выражение (5), определяющее оптимальную оценку при сильном сигнале.

Таким образом, при отсутствии корреляции между значениями в выборке ФЧХ, оптимальная процедура оценки временного положения слабого сигнала, является оптимальной и для сильного сигнала. Тогда дисперсию оценки для слабого сигнала можно приближенно записать

$$D(\hat{\tau}_{opt}) \approx \frac{4}{\pi} \left[ \sum_{k=1}^m \gamma^2(\omega_k) \omega_k^2 \right]^{-1},$$

или, переходя к общепринятым обозначениям,

$$D(\hat{\tau}_{opt}) \approx \frac{4}{\pi q_{\Sigma}^2 \sigma_{\omega}^2}, \quad (8)$$

где  $q_{\Sigma}^2 = \sum_{k=1}^m \gamma^2(\omega_k)$  – суммарное отношение сигнал/помеха;  $\sigma_{\omega}$  – среднеквадратическая ширина спектра сигнала.

Как отмечалось в [1], получить оптимальную оценку временного положения слабого сигнала при коррелированных значениях ФЧХ не удастся. Однако, сопоставляя выражения (1), (4), (5) и (6), можно предположить, что наличие корреляции значений ФЧХ, как и в случае сильного сигнала, не изменит существенно саму процедуру оценки и при слабом сигнале, а лишь приведет к изменению весовых коэффициентов. Тогда процедуру оценки временного положения сигнала, реализуемую путем максимизации выражения (6), можно считать универсальной для слабого и сильного сигналов, причем оптимальность оценок обеспечивается надлежащим выбором весовых коэффициентов.

На практике получить оптимальные оценки временного положения с помощью фазочастотных алгоритмов не удастся, так как распределение отношения сигнал/помеха в анализируемой полосе частот  $\Omega$ , формирующее весовые коэффициенты в (9), как правило неизвестно. Поэтому можно говорить только о некоторых квазиоптимальных оценках, определенных, например, с помощью фазочастотных алгоритмов с равновесной обработкой. Функция правдоподобия для таких алгоритмов имеет вид [3]:

$$\ln \Gamma(\tau) = \sum_{k=1}^m \cos(\Delta\phi(\omega_k) + \omega_k \tau). \quad (9)$$

Найдем дисперсию оценки временного положения слабого сигнала для равновесного алгоритма (9). При переходе к равновесной обработке максимальные потери в суммарном отношении сигнал/помеха могут быть охарактеризованы параметром  $\eta$  [4]

$$\eta_{max} = \left( \frac{q_{\Sigma}}{q_{\Sigma}^2} \right)^2 = \sum_{k=1}^m (\sqrt{k} - \sqrt{k-1})^2, \quad (10)$$

где  $(q_{\Sigma})^2$  – суммарное отношение сигнал/помеха, накапливаемое при равновесном фазочастотном алгоритме (9).

Сопоставляя (10) и (8), нетрудно получить выражение для дисперсии оценки временного положения слабого сигнала, определяемой фазочастотным алгоритмом с равновесной обработкой

$$D(\hat{\tau}) \approx \frac{4 \sum_{k=1}^m (\sqrt{k} - \sqrt{k-1})^2}{\pi q_{\Sigma}^2 \sigma_{\omega}^2}. \quad (11)$$

Как и следовало ожидать, переход к равновесной обработке снижает точность получаемых оценок. Однако, при практически используемом числе частотных компонент  $m$ , это снижение не является очень значительным. Так, при  $m=1$ , максимальные потери составляют  $\eta_{max}=1,58$ ; а при  $m=20$  соответственно  $\eta_{max}=1,754$ . В тоже время, ценность фазочастотных алгоритмов с равновесной обработкой (9) заключается в том, что в данном случае можно находить оценки временного положения сигналов с высокой точностью без знания формы сигналов.

Следует отметить, что на точность оценок, получаемых фазочастотными методами, также существенное влияние оказывает надежность расчета ФЧХ участков сейсмотрассы. Это связано с тем, что ФЧХ в общем случае является многозначной функцией

$$\phi_{ucm}(\omega_k) = \phi_p(\omega_k) + 2\pi l_k, \quad (12)$$

где  $\phi_{ucm}(\omega_k)$  и  $\phi_p(\omega_k)$  – истинное и расчетное значение ФЧХ;  $l_k$  – целое число.

Для устранения неоднозначности ФЧХ (определения  $l$  для каждого  $k$  в (12)) в настоящее время известен ряд процедур развертывания фазы, которые можно объединить в три подхода.

### 1. Метод Шафера

Основная идея данного метода заключается в сравнении главных значений ФЧХ на двух соседних частотах ( $\omega_k, \omega_{k-1}$ ) и, в зависимости от результата сравнения, смещение отдельных значений ФЧХ на величину, кратную  $2\pi$ . Примером конкретной реализации метода Шафера может служить алгоритм развертывания фазы, предложенный в [5]:

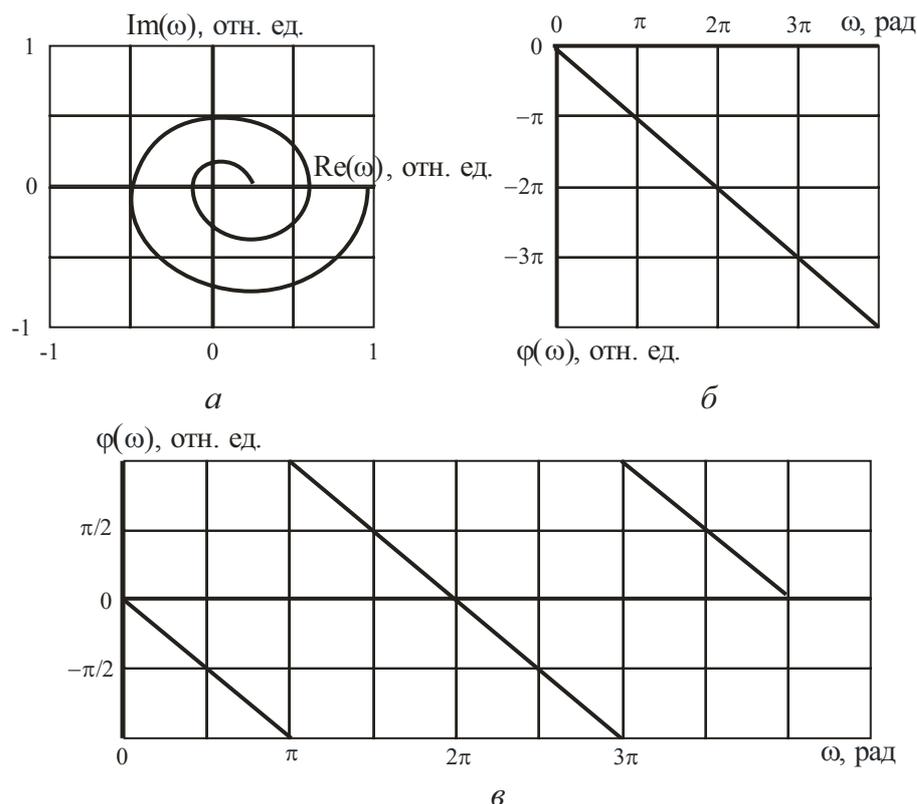
$$\phi_{ucm}(\omega_k) = \phi_{ucm}(\omega_{k-1}) + [\phi_p(\omega_k) - \phi_p(\omega_{k-1})] + A,$$

где

$$A = \begin{cases} 0, & |\phi_p(\omega_k) - \phi_p(\omega_{k-1})| < \pi \\ 2\pi, & (\phi_p(\omega_k) - \phi_p(\omega_{k-1})) \leq -\pi; \\ -2\pi, & (\phi_p(\omega_k) - \phi_p(\omega_{k-1})) \geq \pi \end{cases}$$

$$\phi_{ucm}(\omega_1) = \phi_p(\omega_1);$$

$$k = \overline{2, m}.$$



**Рис. 1.** Развертывание фазочастотной характеристики методом Шафера: а) амплитудно-фазочастотная характеристика (АФЧХ); б) развернутая ФЧХ (истинная); в) расчетная ФЧХ

На рис. 1 приведена иллюстрация развертывания фазы по Шаферу. Видно, что в данном случае удалось получить истинный фазовый спектр. Основным недостатком данного метода является то, что в процессе его реализации невозможно отделить скачки фазы, обусловленные природой процесса, например распространением сигнала через контрастные слои, от скачков, связанных с расчетом ФЧХ в области главных значений функции  $\text{arctg}$ . И в том и в другом случае ФЧХ будет развернута одинаковым образом, если эти скачки превышают величину  $\pi$ .

## 2. Метод численного интегрирования групповой задержки

В этом подходе избавиться от многозначности ФЧХ позволяет переход в область производных

$$\phi_{\text{ист}}(\omega_k) = \phi_{\text{ист}}(\omega_{k-1}) + \Delta\phi(\omega_k),$$

где приращение

$$\Delta\phi(\omega_k) = f(\phi'_p(\omega_k), \phi'_p(\omega_{k-1}), \Delta\omega = \omega_k - \omega_{k-1})$$

может быть вычислено одним из методов численного интегрирования, например, методом трапеций;  $k=2, m$ ;  $\phi_{\text{ист}}(\omega_1)$  – заданное начальное условие.

При этом

$$\phi'_p(\omega_k) = t_{zp}(\omega_k) = \frac{B'(\omega_k)A(\omega_k) - A'(\omega_k)B(\omega_k)}{A^2(\omega_k) + B^2(\omega_k)},$$

где  $A(\omega_k)$  и  $B(\omega_k)$  – соответственно реальная и мнимая части дискретного преобразования Фурье (ДПФ);  $k=2, m$ ;  $t_{zp}(\omega_k) = \phi'_p(\omega_k)$  – групповая задержка на частоте  $\omega_k$ , определяющая задержку максимума огибающей на этой частоте.

Данный метод позволяет полностью развернуть ФЧХ сигнала, однако погрешность метода существенно зависит от величины шага интегрирования  $\Delta\omega$ . К сожалению, невозможно заранее определить, какой должна быть величина  $m$  для ДПФ, чтобы точно развернуть фазу. Особенно большие погрешности могут накапливаться при восстановлении ФЧХ, если на какой-либо частоте  $\omega_k$  наблюдалось высокое значение производной. На рис. 2 приведены истинная ФЧХ и ФЧХ, развернутая по методу численного интегрирования групповой задержки для АФЧХ, представленной на рис. 1, а. Из рис. 2 видно, как с ростом частоты накапливается погрешность.

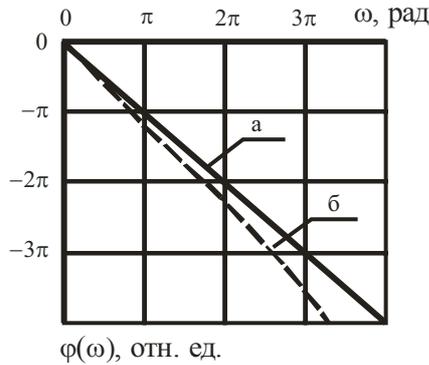
Дополнительным преимуществом метода численного интегрирования групповой задержки является то, что переход в область производных позволяет реализовать эффективные алгоритмы определения временного положения сигнала непосредственно на основе анализа статистик групповой задержки. Оптимальная оценка в этом случае находится из функции правдоподобия вида [6]:

$$\ln L(\tau) = \sum_{k=1}^m \beta(\omega_k) \cos(\omega_k \Delta t_{zp}(\omega_k) + \omega_k \tau), \quad (13)$$

где  $\beta(\omega_k) = \frac{\gamma(\omega_k)}{\mu_k}$  – отношение сигнал/помеха в

области производных [7];  $\mu_k = \frac{\omega_k^n}{\omega_k^s}$  – отношение

частоты экстремумов помехи к частоте экстремумов сигнала;  $\Delta t_{gp}(\omega_k) = \Delta t_{gp}^x(\omega_k) - \Delta t_{gp}^s(\omega_k)$  – отклонение групповой задержки смеси от групповой задержки сигнала на частоте  $\omega_k$ .



**Рис. 2.** Развертывание фазочастотной характеристики методом: а) Шафера; б) численного интегрирования групповой задержки

Дисперсия оценки по аналогии с (8) для слабого сигнала составляет

$$D(\hat{\tau}_{omn}) \approx \frac{4}{\pi \beta_{\Sigma}^2 \sigma_{\omega}^2}, \quad (14)$$

где  $\beta_{\Sigma}^2 = \sum_{k=1}^m \beta^2(\omega_k)$  – суммарное отношение сигнал/помеха в области производных.

Переход к равносуммированию в (13) ( $\beta(\omega_k)=1$  для  $k=1, m$ ), как и в случае анализа значений ФЧХ (14), увеличивает дисперсию оценки [5]:

$$D(\hat{\tau}) \approx \frac{4 \sum_{k=1}^m (\sqrt{k} - \sqrt{k-1})^2}{\pi \beta_{\Sigma}^2 \sigma_{\omega}^2}. \quad (15)$$

Сопоставляя (8) и (14), (11) и (15), нетрудно увидеть, что алгоритмы определения временного

положения сигналов, основанные на анализе групповых задержек, обеспечивают более низкую точность, чем ранее рассмотренные фазочастотные алгоритмы. Однако эти алгоритмы используют априорную информацию только о форме ФЧХ и не требуют развертывания ФЧХ во всей анализируемой полосе частот.

### 3. Объединенный метод с адаптацией величины шага интегрирования

В [8] предложен алгоритм развертывания фазы, в котором построена числовая схема, объединяющая информацию из групповой задержки и главных значений ФЧХ. Так, для определения величины  $l$  для каждого  $k$  в формуле (12), авторы предлагают использовать следующее соотношение:

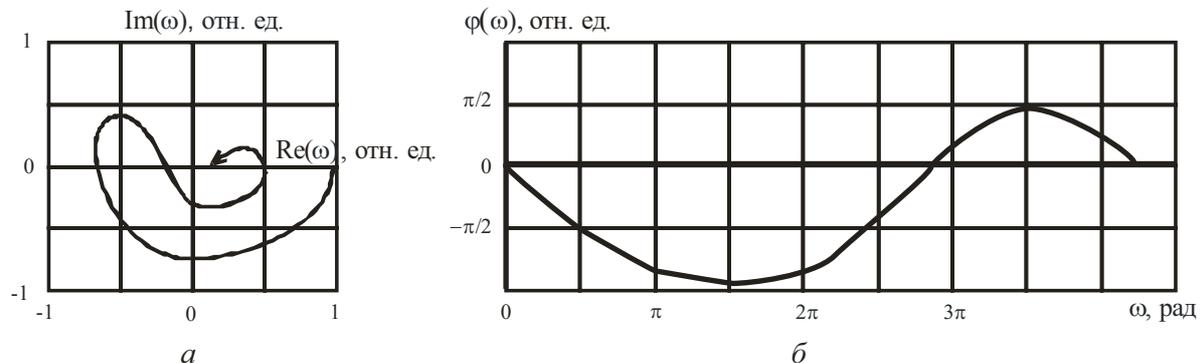
$$|\phi(\omega_k) - \phi_p(\omega_k) + 2\pi l| < \text{порог} < \pi, \quad (16)$$

где  $\phi(\omega_k)$  – значение ФЧХ на частоте  $\omega_k$ , восстановленное по методу численного интегрирования групповой задержки;  $k = \overline{1, m}$ .

Целое значение  $l_k$ , при котором неравенство (16) выполняется, принимается за истинное. Если ни при каком значении  $l_k$  для частоты  $\omega_k$  неравенство не выполняется, шаг  $\Delta\omega = \omega_k - \omega_{k-1}$  уменьшается до тех пор, пока не будет найдена согласованная оценка  $l_k$ . Адаптация шага интегрирования по частоте, соответствующая области резкого изменения ФЧХ, позволяет восстановить истинную фазу в ситуациях, когда возможно неоднозначная интерпретация поведения ФЧХ. Например, неясно направление движения АФЧХ. Кроме того, объединенный метод не зависит от погрешности интегрирования, так как  $\phi(\omega_k)$  в формуле (16) используется только для нахождения величины  $l_k$ , а истинная фаза определяется как  $\phi_{ист}(\omega_k) = \phi_p(\omega_k) + 2\pi l_k$ .

В качестве примера на рис. 3, а, приведена АФЧХ сложного сигнала, а на рис. 3, б, ФЧХ, развернутая по объединенному методу. Из рисунков видно, что с помощью данного метода удалось точно восстановить истинную ФЧХ сигнала, которую затруднительно построить другими методами.

В объединенном методе особое внимание следует обратить на процедуру уменьшения шага по частоте



**Рис. 3.** Развертывание фазочастотной характеристики комбинированным методом: а) амплитудно-фазочастотная характеристика; б) фазочастотная характеристика

$\Delta\omega$ . При ДПФ для уменьшения шага по частоте необходимо увеличивать длительность сигнала. В такой ситуации анализируемый участок сейсмотрассы может быть дополнен нулями. Однако значения ФЧХ в этом случае будут коррелированными. Коррелированность значений ФЧХ, как показано выше, приведет к изменению весовых коэффициентов в алгоритмах обработки, которые на практике найти сложно. Однако, учитывая, что сама процедура обработки не меняется, переход к алгоритмам с равновесной обработкой позволяет избежать возникших трудностей и получить оценки временного положения сигналов с достаточно высокой точностью.

Проведенный анализ способов развертывания ФЧХ показал, что каждый из них наряду с несомненными достоинствами, имеет и недостатки. В целом, предпочтение следует отдать методу Шафера, т. к. он прост в реализации, а возникающие погрешности при развертывании ФЧХ в анализируемой полосе частот можно контролировать путем анализа исходной записи.

Таким образом, фазочастотные методы обеспечивают достаточно высокую точность оценок временного положения сигналов даже при наличии корреляции в выборке ФЧХ сейсмической записи.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванченков В.П., Кочегуров А.И. Определение временного положения сейсмических сигналов по оценкам их фазочастотных характеристик // Геология и геофизика. – 1988. – № 9. – С. 77–83.
2. Иванченков В.П., Вылегжанин О.Н., Орлов О.В., Кочегуров А.И. Методы фазочастотного анализа волновых полей и их применение в задачах обработки данных сейсморазведки // Известия Томского политехнического университета. – 2006. – Т. 309. – № 7. – С. 65–70.
3. Иванченков В.П., Кочегуров А.И. Фазочастотные алгоритмы оценки местоположения пространственно- временных сигналов в условиях априорной неопределенности // Известия высших учебных заведений. Физика. – 1995. – Т. 38. – № 9. – С. 100–104.
4. Поиск, обнаружение и измерение параметров сигналов в радионавигационных системах / Под ред. Ю.М. Казаринова. – М.: Советское радио, 1975. – 296 с.
5. Долгополов Д.В., Пасторов А.И. О разделении двух наложившихся импульсов // Применение ЭВМ в сейсмологической практике. Методические работы ЕССН. – М.: Наука, 1985. – С. 86–91.
6. Кочегуров А.И., Быстров В.Н. Определение временного положения сложных сигналов в среде с дисперсией и поглощением // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника. – 2002. – Т. 45. – № 3-4. – С. 50–54.
7. Гольдин С.В. Смещение нулей и экстремумов сейсмических сигналов под воздействием помех // Геология и геофизика. – 1964. – № 10. – С. 130–144.
8. Tribolet J.M. A new phase unwrapping algorithm // IEEE Transaction on acoustics, speech and signal processing. – 1977. – V. 25 (2). – P. 170–177.

Поступила 13.11.2009 г.

УДК 550.8.053:519.2

## КОРРЕКЦИЯ СКОРОСТНОГО ЗАКОНА ПО ДАННЫМ НЕПРОДОЛЬНОГО ВЕРТИКАЛЬНОГО СЕЙСМИЧЕСКОГО ПРОФИЛИРОВАНИЯ

Д.Ю. Степанов, М.С. Речкин

Томский политехнический университет  
E-mail: w00x@sibmail.com

*Предложен алгоритм коррекции скоростного закона по данным непродольного вертикального сейсмического профилирования. Рассмотрены модели ошибок в определении статических поправок, показано, что данный алгоритм позволяет минимизировать влияние погрешности определения статических поправок и тем самым повысить точность оценки интервальных скоростей.*

#### Ключевые слова:

*Вертикальное сейсмическое профилирование, интервальные скорости, статическая поправка.*

#### Key words:

*Vertical seismic profiling, interval velocities, static correction.*

При проведении сейсморазведочных работ методом вертикального сейсмического профилирования (ВСП) скорости продольных волн оценивают по времени первого вступления на наблюдаемом волновом поле с ближнего пункта возбуждения (ПВ) [1, 2]. Так как анализ проводится по одно-

кратному наблюдению, полученному с помощью перестановки приемников и многократного возбуждения, и наблюдаемое поле осложнено помехами, оценка интервальных скоростей обычно обладает значительными погрешностями. Последующие процедуры обработки полей ВСП (приведение