

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа 93 страницы, 4 рисунка, 33 источников.

Ключевые слова: кредитные рейтинги, субъекты РФ, регрессионный анализ, динамические модели управления.

Объектом исследования является отчеты об исполнениях бюджетов и долговые книги субъектов РФ

Целью работы является разработка моделей управления риском вероятности дефолта субъектов Российской Федерации

Задачи исследования:

1. модификация модели рейтинга для определенного субъекта;
2. разработка алгоритмов управления риском вероятности дефолта;
3. апробация моделей на одном из регионов, имеющих кредитный рейтинг (Томская область);

В работе представлена модель управления рейтингом. Модель управления в свою очередь использует модель рейтинга. В связи с тем, что существует множество моделей определения рейтинга, в работе за основу взята разработанная нами ранее модель [6]. В работе [6] была предложена модель, позволяющая оценить вероятный уровень кредитного рейтинга. На основе этой модели предложена модель управления рейтингом. Данная модель основана на квадратичном критерии качества и линейном законе управления. В результате работы мы получили динамическую модель управления рейтингом субъектов Российской Федерации без коэффициентов обратной связи. Модель разработана таким образом, что ее применение возможно не только для субъектов с уже присвоенным рейтингом, но и для тех субъектов российской федерации, которые еще не имеют рейтинга. Модель апробирована на рейтинге Томской области.

Оглавление

Введение.....	4
1. Модели определения уровня рейтинга.....	6
1.1. Математическая модель оценки возможного уровня рейтинга субъектов РФ	10
1.2. Пересчет коэффициентов модели для отдельного региона	13
2. Динамические модели управления кредитным рейтингом субъекта Российской Федерации	15
2.1. Динамическая модель управления кредитным рейтингом региона с коэффициентами обратной связи	15
2.2. Управление рейтингом Томской области	19
2.3. Динамическая модель управления рейтингом региона без коэффициентов обратной связи	22
2.4. Применение модели на рейтинге Томской области.....	25
3. Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение	
Ошибка! Закладка не определена.	
3.1. Предпроектный анализ	Ошибка! Закладка не определена.
3.1.1. Потенциальные потребители результатов исследования.....	Ошибка! Закладка не определена.
3.1.2. Анализ конкурентных технических решений с позиции ресурсоэффективности и ресурсосбережения.....	Ошибка! Закладка не определена.
3.1.3. SWOT-анализ	Ошибка! Закладка не определена.
3.1.4. Оценка готовности проекта к коммерциализации.....	Ошибка! Закладка не определена.
3.1.5. Методы коммерциализации результатов научно-технического исследования.....	Ошибка! Закладка не определена.
3.1.6. Инициация проекта	Ошибка! Закладка не определена.
3.2. Планирование управления научно-техническим проектом	Ошибка! Закладка не определена.
3.2.1. Контрольные события проекта ..	Ошибка! Закладка не определена.
3.2.2. План проекта.....	Ошибка! Закладка не определена.
3.2.3. Бюджет научного исследования	Ошибка! Закладка не определена.
3.2.4. Оценка сравнительной эффективности проекта ..	Ошибка! Закладка не определена.

4. Социальная ответственность.....	Ошибка! Закладка не определена.
1.1. Анализ опасных и вредных производственных факторов	Ошибка! Закладка не определена.
1.2. Обоснование и разработка мероприятий по снижению уровней опасного и вредного воздействия и устранению их влияния при работе на ПЭВМ	Ошибка! Закладка не определена.
1.3. Электробезопасность.....	Ошибка! Закладка не определена.
1.4. Пожарная и взрывная безопасность	Ошибка! Закладка не определена.
Заключение	29
Список публикаций.....	Ошибка! Закладка не определена.
Список литературы	Ошибка! Закладка не определена.
Приложение 1.	30
Приложение 2.	34

Введение

Получение кредитного рейтинга – один из наиболее распространенных способов повышения инвестиционной привлекательности долговых обязательств компаний и органов власти. Кредитный рейтинг региона или муниципального образования (МО) — комплексная оценка способности региональных органов государственной и местной власти к полному и своевременному выполнению долговых обязательств по обслуживанию и погашению займов с учетом прогноза возможных изменений экономической среды и социально-политической ситуации [1].

Кредитный рейтинг – относительная величина, в связи с этим, для его оценки необходимо учитывать особенности каждого конкретного региона [3]. Низкий кредитный рейтинг является нежелательным для заемщика, так как говорит о высоких рисках невыплаты занимаемых им средств.

Кредитный рейтинг отражает мнение аналитиков агентств о платежеспособности субъекта РФ на момент присвоения рейтинговой оценки [2]. Он рассчитывается рейтинговыми агентствами на основе настоящей и прошедшей финансовой истории [3]. Эти агентства, могут быть как регионального уровня, или отраслевого, то есть специализирующиеся на конкретном географическом регионе или отрасли, так и международные рейтинговых агентств, к которым относится Standard & Poors, Moody's Investors Service и Fitch Ratings [4]. Однако, у органов власти существует потребность в оценке предполагаемого уровня рейтинга до того, как им придется оплачивать услуги агентств.

В данной работе на основе модели [6] решается обратная задача – какими должны быть значения показателей, чтобы вероятность дефолта не выходила за пределы допустимой.

В связи с этим, в качестве предмета исследования в работе выделялся кредитный рейтинг субъекта РФ.

Целью работы была разработка моделей управления риском вероятности дефолта субъектов Российской Федерации

В качестве задач для достижения поставленной цели выделялись:

- модификация модели [6] для определенного субъекта;
- разработка моделей управления риском вероятности дефолта;
- апробация полученных моделей на одном из регионов, имеющих кредитный рейтинг (Томская область);

1. Модели определения уровня рейтинга

Тема определения рейтинга в общем смысле, то есть определение рейтинга компаний, банков и т.д., достаточно хорошо проработана. Например, для корпоративного рейтингового анализа автор Янг-Чан Ли применил метод опорных векторов (SVM) для проблемы определения корпоративного кредитного рейтинга в попытке предложить новую модель с лучшей интерпретацией. Исследователь использует метод сеточного поиска с использованием 5-кратной проверки, чтобы выяснить оптимальные значения параметров функции. [7]

Авторы Лян-Сюань Чен и Тай-Вэй Цю для кредитных рейтингов коммерческих кредитов предлагают использование нечеткого кредитно-рейтингового подхода: критерии оценки моделируются в виде иерархической структуры принятия решений. Метод доказательства синтеза, а именно нечеткий интеграл, затем используют для объединения кредитной информации в восходящем пути [8].

Constantin Melliosa и Eric Paget-Blanch излучали факторы, определяющие на суверенные кредитные рейтинги, предоставляемые из трех основных рейтинговых агентств: Fitch Ratings, Moody's и Standard и Poor. Анализ главных компонент используется для того, чтобы выявить общие факторы, влияющие на эти рейтинги. Пременные коррелируют с этими факторами, а затем оценивается через упорядоченную логистическую модель. Результаты показывают, что на суверенные рейтинги в основном влияют: доход на душу населения, государственные доходов, изменения реального обменного курса, темпы инфляции [9].

Томас Ф. Пог и Роберт М. Soldofsky поднимали вопрос: "Из чего состоит рейтинг облигаций?". Авторы признают, что рейтинги частично зависят от легко доступных статистических данных о деятельности фирмы и финансового состояния. Примерами такой статистики является охват прибыли, коэффициенты ликвидности и нормы прибыли [10].

Если говорить в частности о кредитных рейтингах для субъектов, то в общем смысле, кредитный рейтинг представляет собой уровень кредитоспособности. Его основным предназначением является предоставление предполагаемым кредиторам или вкладчикам информации о том, с какой вероятностью будет произведена своевременная выплата взятых финансовых обязательств [5]. Именно это определение дается в статье А. Л. Аниховского «Кредитный рейтинг: основные элементы и классификация».

Также, Аниховский описывает два типа моделей присвоения рейтинговой оценки.

1. Статистические модели, основанные на расчете кредитного рейтинга по определенной формуле, включающей как количественные факторы – финансовые коэффициенты, так и некоторые качественные, но стандартизированные и приведенные к количественному значению, аспекты деятельности рейтингуемого объекта. Эти модели представляют собой 3 этапа: 1 – определяются переменные (как правило, финансовые коэффициенты), оказывающие влияние на значение кредитного рейтинга; 2 – определяется влияние каждого фактора на уровень кредитоспособности, что находит соответствующее отражение в весе коэффициента; 3 – текущие переменные взвешиваются по степени влияния, затем полученный результат суммируется, и на этом основании определяется некое значение рейтинга, выраженное в баллах.

2. Модели ограниченной экспертной оценки, которые основаны на применении статистических методов с последующей корректировкой на основании неких количественных параметров.

Аверин подчеркивает, что при анализе методических подходов к оценке рейтинга регионов выделяются следующие:

- формирование системы разноплановых показателей, всесторонне отражающих конкурентные преимущества региона;
- выделение ключевых показателей конкурентоспособности;
- выявление характерных позиций.

Как отмечают специалисты, во многих методиках предпочтение отдается балльным, преимущественно экспертным оценкам каждого из учитываемых факторов. Но, как показывает практика, экспертные балльные оценки неизбежно являются в значительной мере субъективными и обычно сглаживают реальный разброс региональных характеристик, т. к. эксперты остерегаются крайних оценок [4]. Но вместе с тем, в модели, предложенной Авериным, также используются весовые показатели, которые определяются экспертным путем.

Авторы А.М. Карминский, А.А. Пересецкий, С.В. Головань, И.В. Малахова, Е.С. Миненкова выделяют несколько принципиальных особенностей кредитных рейтингов:

1. кредитный рейтинг отражает относительный уровень кредитного риска;
2. кредитный рейтинг не является советом по инвестициям или рекомендацией по покупке, хранению или продаже ценных бумаг, но он является одним из факторов, на который инвестор может обратить внимание при принятии того или иного инвестиционного решения;
3. кредитный рейтинг не является индикатором ликвидности на рынке для долговых ценных бумаг или их цены на вторичном рынке;
4. кредитный рейтинг не является гарантией кредитного качества заемщика. Назначение рейтинга не состоит в том, чтобы указать на целесообразности каких либо инвестиций. Рейтинг отражает лишь аспект, который необходим для того, чтобы принять инвестиционное решение, а в случае страны или регионом отражает уровень возврата долга в случае дефолта [3].

Цаллагова предлагает двухэтапную методологию. Вначале, исходя из качественного анализа и изучения имеющихся информационных источников, выделяются индикаторы, то есть, характерные качественные указатели того или иного явления. Далее, с учётом возможностей, определяемых разным статистическим обеспечением региональной и муниципальной экономики, выбираются исходные данные по совокупности исследуемых показателей [1].

Также, в экономической литературе наблюдаются три качественно различающихся подхода: в методике «РИА-Аналитика» используются экспертно-выбранные ключевые показатели, в методике, применяемой в Кабардино-Балкарской Республике, выделяется множество показателей по 9 группам, в докторских диссертациях С.А. Понамаренко и М.К. Куповой ключевые показатели выбираются в рамках индикативного подхода [11].

Истомин Н.А. предложил определять кредитный рейтинг при помощи нейронных сетей с использованием пяти входных финансовых показателей [2].

Ряд авторов утверждают, что успешное моделирование рейтингов возможно при использовании модели упорядоченного выбора и простых методов линейной регрессии.

Так, например, авторы Кантор и Пэкер (говоря о суверенном рейтинге) из большого числа критериев, используемых двумя ведущими рейтинговыми агентствами S&P и Moody's, выбрали шесть факторов, которые, по их мнению, играют важную роль в определении кредитного рейтинга: доход на душу населения, темпы роста ВВП, инфляция, внешний долг, уровень экономического развития и история по умолчанию [12].

Авторы Крамин, Сафиуллин, Тимирясова посвятили статью «Drivers of economic growth and investment attractiveness of Russian regions» выявлению и обоснованию драйверов роста и региональному развитию в России. На основании регрессионного анализа в данной работе рассматривали влияние уровня внутреннего спроса и неравенства доходов в регионах России на темпы их экономического роста и их инвестиционной привлекательности [13].

Авторы Bennella, Crabbea, Thomasa и Gwilymb в своей работе исследуют моделирование и обучение нейронных сетей и модель упорядоченного выбора для большой выборки рейтингов, предоставляемых рейтинговыми агентствами. Они предполагают, что модель упорядоченного выбора может учитывать дискретность природы зависимых переменных, и поэтому являет-

ся наиболее подходящей эконометрической методологией для рейтингов [14].

Авторы Линден, Макнамара и Велер использовали многоуровневую порядковую логистическую регрессию для анализа оценки рейтингов. Они исследовали шесть рейтинговых агентств, и нашли систематические различия рейтингов этих агентств [15].

Это еще раз подтверждает невозможность создания единой модели управления кредитным рейтингом в силу неодинаковости прямых задач определения кредитных рейтингов [15].

Авторы Сан Хуан, Синьчжу Чиа, Чен-Юнг Хсу, Вун-Хва Чен представили сравнительно новый метод машинного обучения для решения проблемы обеспечения модели с лучшей интерпретацией. Они использовали обратное распространение нейронной сети [16].

В работе [6] модель определения кредитного рейтинга была разработана на основе регрессионной модели.

1.1. Математическая модель оценки возможного уровня рейтинга субъектов РФ

Для каждого значения рейтинга существует числовое выражение кумулятивной вероятности дефолта по долговым обязательствам, что в экономическом смысле сопоставимо с риском рефинансирования. Сопоставление рейтингов и вероятностей дефолта представлены в **таблице 1** [30 – 32].

Таблица 1. Оценка кумулятивной вероятности дефолта

Standard&Poor's		Moody's Investors Service		Fitch ratings	
Рейтинг	Вероятность дефолта, %	Рейтинг	Вероятность дефолта, %	Рейтинг	Вероятность дефолта, %
AAA	0,05	Aaa	0,00	AAA	0,01
AA+	0,00	Aa1	0,00	AA+	0,02
AA	0,00	Aa2	0,06	AA	0,06
AA-	0,18	Aa3	0,19	AA-	0,08
A+	0,16	A1	0,33	A+	0,21
A	0,14	A2	0,14	A	0,23
A-	0,35	A3	0,25	A-	0,33

BBB+	0,59	Baa1	0,52	BBB+	0,42
BBB	0,71	Baa2	0,60	BBB	0,79
BBB-	0,99	Baa3	1,34	BBB-	1,82
BB+	3,15	Ba1	3,86	BB+	3,20
BB	4,13	Ba2	5,05	BB	4,75
BB-	6,79	Ba3	11,89	BB-	7,77
B+	10,43	B1	14,81	B+	11,68
B	20,41	B2	20,28	B	15,11
B-	22,37	B3	27,27	B-	20,32
CCC - C	33,11	Caa1-C	34,23	CCC+	26,37
				CCC	24,79
				CCC-	38,38

Для построения математической модели были определены данные, при помощи которых рейтинговые агентства дают оценку кредитоспособности.

Предполагается, что ключевым параметром региональных бюджетов, от которых зависит уровень рейтинга, являются доходы бюджета без учета безвозмездных поступлений [1].

Вывод о степени кредитоспособности субъекта РФ формируется по результатам расчета ряда коэффициентов, характеризующих, с одной стороны, бюджетные показатели, с другой — данные по социально-экономическому развитию.

Согласно методологии рейтинговых агентств наряду с показателем, характеризующим доходы без учета безвозмездных поступлений, является доля прямого долга в общем объеме долга и срок долга. Помимо этого на кредитоспособность влияет еще ряд показателей, характеризующих состояние экономики, населения, качество управления и прочие. Так, основными показателями, оказывающими влияние на уровень рейтинга, являются:

- прямой долг;
- условный долг;
- общий объем доходов бюджета;
- объем безвозмездных поступлений;
- расходы бюджета (для расчета дефицита);

- объем расходов на обслуживание долга;
- валовой региональный продукт;
- валовой внутренний продукт РФ.

Значения выше перечисленных показателей находятся в открытом доступе. Основными источниками этих данных послужили сайты Министерства финансов, Федеральной службы государственной статистики и Федерального казначейства, на которых публикуются отчеты об исполнении бюджета, объем долга, показатели, характеризующие финансовое положение субъектов РФ. Для построения модели в качестве факторов, влияющих на значение кредитного рейтинга, были выбраны:

- $x_1 = \text{Прямой долг} / \text{Доходы без учета безвозмездных поступлений}$;
- $x_2 = \text{Условный долг} / \text{Доходы без учета безвозмездных поступлений}$;
- $x_3 = \text{Доходы без учета безвозмездных поступлений} / \text{Общий объем доходов}$;
- $x_4 = \text{Дефицит бюджета} / \text{Доходы без учета безвозмездных поступлений}$;
- $x_5 = \text{Расходы на обслуживание долга} / \text{Объем доходов без учета безвозмездных поступлений}$;
- $x_6 = \text{Общий государственный долг} / \text{валовой региональный продукт}$;
- $x_7 = \text{Расходы на общий государственный долг} / \text{Расходы бюджета}$;
- $x_8 = \text{Заемные средства} / \text{Общий объем доходов бюджета}$;
- $x_9 = \text{Индекс промышленного производства} / \text{Валовой внутренний продукт РФ}$.

Значения показателей рассчитывались для 33 регионов, участвующих в построении.

Проведенный факторный анализ показал, что для упрощения модели можно избавиться от одного фактора, а именно: Заемные средства/Общий

объем доходов бюджета. По итогам факторного анализа переобозначили факторы:

- x_1 = Прямой долг/Доходы без учета безвозмездных поступлений;
- x_2 = Условный долг/ Доходы без учета безвозмездных поступлений;
- x_3 = Доходы без учета безвозмездных поступлений /Общий объем доходов;
- x_4 = Дефицит бюджета/ Доходы без учета безвозмездных поступлений;
- x_5 = Расходы на обслуживание долга/объем доходов без учета безвозмездных поступлений;
- x_6 = Общий государственный долг/валовой региональный продукт;
- x_7 = Расходы на общий государственный долг/Расходы бюджета;
- x_8 = Индекс промышленного производства/Валовой внутренний продукт РФ.

При помощи выявленных показателей, взятых в качестве X , и значения вероятностей дефолта, взятых в качестве значений Y , была построена нелинейная регрессионная модель. В качестве регрессионной модели было выбрано уравнение:

$$k_1 + (x_1 + x_2) * k_2 + x_3^2 * k_3 + x_4^3 * k_4 + (x_5 + x_7) * k_5 + x_6 * k_6 + x_8 * k_7 = y$$

Коэффициенты $k_i, i = \overline{1,7}$ приняли следующие значения:

$$k_1 = 4.17, k_2 = -6.05, k_3 = -1.71, k_4 = 30.39, k_5 = 27.34, k_6 = 0.03, k_7 = 6.6$$

1.2. Пересчет коэффициентов модели для отдельного региона

В связи с тем, что применение модели управления рейтингом возможно для конкретно взятого региона, необходимо уточнить коэффициенты. Новые коэффициенты будем получать для Томской области.

Значения показателей для пересчета коэффициентов находятся в открытом доступе. Основными источниками этих данных послужили сайты Министерства финансов, Федеральной службы государственной статистики и Федерального казначейства, на которых публикуются отчеты об исполнении бюджета, объем долга, показатели, характеризующие финансовое положение субъектов РФ [17, 18, 19]. Показатели были взяты за период с 01.04.2008 г. по 01.01.2015 г.

В результате получили нелинейную регрессионную модель определения рейтинга для Томской области, которая имеет вид:

$$V(t) = (x_1(t) + x_2(t)) \cdot k_1 + x_3^2(t) \cdot k_2 + x_4^3(t) \cdot k_3 + (x_5(t) + x_7(t)) \cdot k_4 + x_6(t) \cdot k_5 + x_8(t) \cdot k_6$$

где $x_i(t)$ – показатели финансовой и социально-политической деятельности региона. Значения коэффициентов $k_i, i = \overline{1,6}$ составили:

$$k_1 = 19,12, \quad k_2 = 22,07, \quad k_3 = 0,84 \quad k_4 = 4,58, \quad k_5 = 21,61, \quad k_6 = -26,89$$

2. Динамические модели управления кредитным рейтингом субъекта Российской Федерации

В связи со всем вышесказанным, можно сделать вывод, что задачу управления рейтингом необходимо решать индивидуально для каждого из известных способов определения рейтинга. В данном случае алгоритмы строились на основе модели [6].

2.1. Динамическая модель управления кредитным рейтингом региона с коэффициентами обратной связи

Мы выделили 8 показателей, наиболее критичных для оценки риска рефинансирования, оказывающих влияние на рейтинг субъекта [6]. Пусть значения этих показателей вышли за границы допустимых и нам необходимо изменить их значения, чтобы избежать низкого значения рейтинга. Для этого нам необходимы изменения этих основных показателей [20].

Обозначим за $x_i(t)$, $i = 1, \dots, n$ показатели в момент времени t , $t = 1, \dots, T-1$, где T – планируемый момент времени выхода региона на необходимый уровень рейтинга; $x_i^0(t)$ – плановые значения показателей, соответствующих устойчивому функционированию региона; $V(t)$ – вероятность дефолта, которую имеет регион в состоянии «кризиса»; $V^0(t)$ – максимально-допустимая вероятность дефолта, при которой обеспечивается устойчивое состояние региона [21].

Для вероятности дефолта в работе [6] было получено уравнение, коэффициенты которого пересчитаны непосредственно для рейтинга Томской области:

$$V(t) = (x_1(t) + x_2(t)) \cdot k_1 + x_3^2(t) \cdot k_2 + x_4^3(t) \cdot k_3 + (x_5(t) + x_7(t)) \cdot k_4 + x_6(t) \cdot k_5 + x_8(t) \cdot k_6 \quad (2.20)$$

где $x_i(t)$ – показатели финансовой и социально-политической деятельности региона. Значения коэффициентов k_i , $i = \overline{1,6}$ составили:

$$k_1 = 19,12, k_2 = 22,07, k_3 = 0,84, k_4 = 4,58,$$

$$k_5 = 21,61, k_6 = -26,89$$

Перенумеруем коэффициенты модели (2.1):

$$\begin{aligned} k_0 &= k_1, k_1 = k_2, k_2 = k_2, k_3 = k_3, k_4 = k_4, \\ k_5 &= k_5, k_6 = k_6, k_7 = k_5, k_8 = k_7. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Тогда зависимость (2.1) примет вид

$$V(t) = k_0 + \sum_{i=1}^n k_i u_i(t), \quad (2.3)$$

где $n=8$;

$$u_i(t) = x_i(t), i = 1, 2, 5, \dots, 8;$$

$$u_3(t) = x_3^2(t), u_4(t) = x_4^3(t). \quad (2.4)$$

Зависимость показателей $x_i(t)$ от времени представим в форме

$$x_i(t+1) = (1 + \mu_i(t))x_i(t), \quad (2.5)$$

где $\mu_i(t)$ – темп изменения i -го показателя.

С учетом (2.4) запишем (2.3) как

$$V(t+1) = k_0 + \sum_{i=1}^n (1 + \mu_i(t))k_i u_i(t) = V(t) + \sum_{i=1}^n \mu_i(t)k_i u_i(t), \quad (2.6)$$

$$\text{где } \mu_i = \mu_i, i = 1, 2, 5, \dots, 8; \mu_3 = (1 + \mu_3)^2 - 1, \mu_4 = (1 + \mu_4)^3 - 1. \quad (2.7)$$

Зависимость максимально-допустимой вероятности дефолта (эталонной вероятности) от времени можно выразить как

$$V^0(t+1) = (1 - \mu_0)V^0(t), \quad (2.8)$$

где μ_0 – желаемый темп изменения вероятности дефолта.

Закон управления определим в виде

$$u(t) = K1(t)V(t) + K2(t)V^0(t) = K(t)z(t), \quad (2.9)$$

где $z(t) = (V(t), V^0(t))^T$; $K(t) = (K1(t), K2(t))$ – матрица коэффициентов

обратной связи. Объединяя (2.6) и (2.8) с учетом (2.9) имеем

$$z(t+1) = (A(t) + B(t)K(t))z(t), \quad (2.10)$$

где
$$A(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 - \mu_0(t) \end{pmatrix}, \quad B(t) = \begin{pmatrix} k_1\mu_1(t) & k_2\mu_2(t) & \dots & k_n\mu_n(t) \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Выражение (2.9) представляет собой уравнение состояния системы.

Введем функционал

$$J = \sum_{t=0}^{T-1} [V(t) - V^0(t)]^2 + (u(t))^T R(t)(u(t)) + [V(T) - V^0(T)]^2, \quad (2.11)$$

который характеризует качество процесса слежения за максимально-допустимой вероятностью дефолта региона. Минимизируя этот функционал, мы тем самым обеспечим выход региона на плановый режим.

Здесь $R(t)$ – диагональная матрица весовых коэффициентов.

Введем вектор $h = (1, -1)$. С учетом (2.9) функционал (2.11) перепишем в виде

$$J = \sum_{t=0}^{T-1} [z^T(t)h^T h x(t) + (K(t)z(t))^T R(t)(K(t)z(t)) + z^T(T)h^T h z(T)] \quad (2.12)$$

Перепишем (12) в форме

$$J = tr \left\{ \sum_{t=0}^{T-1} [h^T h z(t) z^T(t) + K^T(t) R(t) K(t) z(t) z^T(t)] + h^T h z(T) z^T(T) \right\} \quad (2.13)$$

Введем матрицу $P(t) = z(t)z^T(t)$ для которой уравнение состояния примет вид

$$P(t+1) = (A(t) + B(t)K(t))P(t)(A(t) + B(t)K(t))^T, \quad (2.14)$$

а функционал (2.13) преобразуется к виду

$$J = tr \left\{ \sum_{t=0}^{T-1} \left[h^T h P(t) + K^T(t) R(t) K(t) P(t) \right] + h^T h P(T) \right\}. \quad (2.15)$$

Необходимо найти оптимальное решение $(\bar{P}(t), \bar{K}(t))$, при котором функционал (2.15) принимает минимальное значение.

Итак, имеем задачу оптимального управления, в которой уравнение состояния описывается многошаговым процессом (2.14), а функционал качества – выражением (2.15). Управление задается вектором $u(t)$, определяемым выражением (2.9).

Решением задачи слежения за максимально-допустимой вероятностью дефолта является следующая система уравнений (вывод приведен в приложении)

$$\begin{aligned} \psi(t) = & [A(t) + C(t)]^T \psi(t+1) [A(t) + C(t)] + \\ & - G(t) - h^T h, \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$K(t) = \left(R(t) - B^T(t) \psi(t+1) B(t) \right)^{-1} \left(B^T(t) \psi(t+1) A(t) \right), \quad (2.17)$$

$$P(t+1) = \left(A(t) + B(t) K(t) \right) P(t) \left(A(t) + B(t) K(t) \right)^T. \quad (2.18)$$

Граничные условия определяются выражениями

$$P(0) = z(0) z^T(0); \quad z(0) = \left(V(0), V^0(0) \right)^T; \quad \psi(T) = - \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

В формулах (16) – (17) введены обозначения матриц:

$$G(t) = \left(A^T(t) \psi(t+1) B(t) \right) S(t) R(t) S(t) \left(B^T(t) \psi(t+1) A(t) \right);$$

$$C(t) = B(t) S(t) \left(B^T(t) \psi(t+1) A(t) \right); \quad S(t) = \left(R(t) - B^T(t) \psi(t+1) B(t) \right)^{-1}$$

Алгоритм решения задачи (2.14) – (2.17) состоит из следующих шагов:

1. Подставляем граничное значение $\psi(T)$ в (2.16) и вычисляем $\psi(t)$, $t = T-1, T-2, \dots, 1$.
2. Вычисляем $K(t)$, $t = 0, 1, 2, \dots, T-1$ по формуле (2.17).

3. Вычисляем $P(t)$, $t = 0, 1, \dots, T$ по формуле (2.18).
4. Вычисляем вероятности дефолта $V(t) = \sqrt{P_{11}(t)}$, $V^0(t) = \sqrt{P_{22}(t)}$.
5. Вычисляем вектор управления, связанной с конкретными показателями $u(t) = K(t)z(t)$, где $z(t) = (V(t), V^0(t))^T$.
6. Вычисляем оптимальные значения показателей, от которых зависит рейтинг региона

$$x_i(t) = u_i(t), \quad i = 1, 2, 5, \dots, 8; \quad x_3(t) = (u_3(t))^{1/2}, \quad x_4(t) = (u_4(t))^{1/3}$$

2.2. Управление рейтингом Томской области

Разработанная модель была применена к рейтингу Томской области. В качестве $x_i(t)$, $i = 1, \dots, n$ были взяты значения показателей, наиболее критичных для оценки риска рефинансирования, оказывающих влияние на рейтинг субъекта, за период с 01.04.2008 г. по 01.01.2015 г.

Так как рейтинг Томской области был присвоен лишь в 2013 году, реальные показатели были взяты за каждый квартал начиная с 2014 года, а с помощью построенной регрессионной модели был рассчитан предположительный уровень рейтинга для недостающих периодов. Получили, что для первого момента времени предполагаемая вероятность дефолта соответствовала рейтингу В+ (10,43%) [22 – 24].

В качестве максимально-допустимой вероятности для первого момента времени задано значение, соответствующее рейтингу ВВ (5,75%). Это значение с течением времени также имело отрицательную динамику.

Коэффициенты были рассчитаны по следующей формуле:

$$\mu_i = \frac{\sum_{t=2}^n (x_i(t) \cdot x_i(t-1))}{\sum_{t=2}^n (x_i(t-1))^2} - 1, \quad \text{где } n = 28; \quad i = \overline{1, 8}, \quad \text{где}$$

Графики максимально-допустимой и реальной вероятностей дефолта представлены на рисунке 1.



Рисунок 2.1. Максимально-допустимая и реальная вероятности де-фолта

Из графиков видно, что с течением времени реальная вероятность приближается к максимально - допустимой.

Значения показателей, обеспечивающих устойчивое развитие региона, приведены на рисунке 2.2.

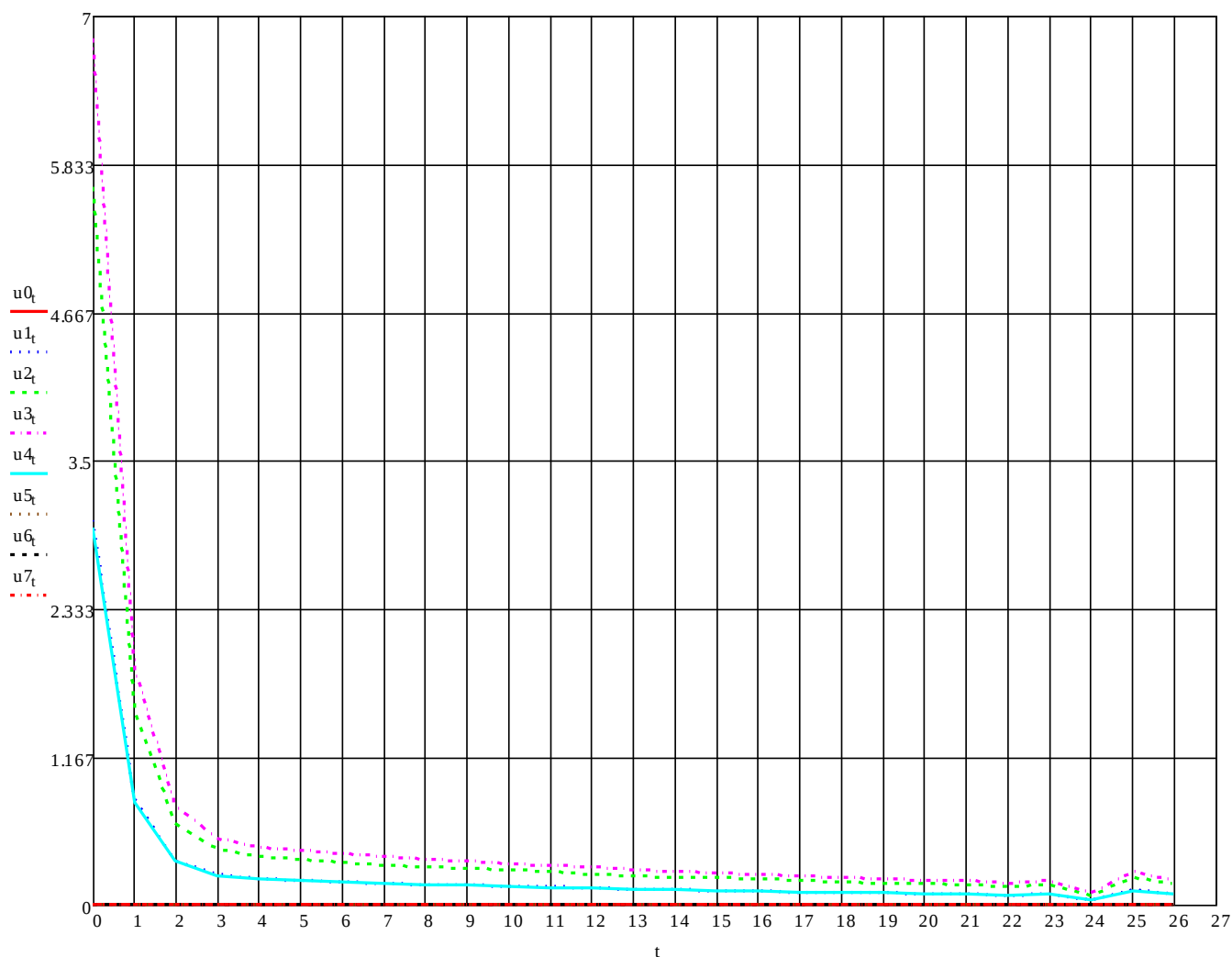


Рисунок 2.2. Оптимальные значения показателей, для которых вероятность дефолта принимает максимально-допустимые значения.

Анализ расчетов показал, что для получения максимально-необходимой вероятности к заданному периоду, необходимо последовательно увеличивать показатели: первый, шестой, седьмой, восьмой (отношение прямого долга к собственным доходам, отношение государственного долга к ВРП, отношение расходов на государственный долг к расходам бюджета, отношение заемных средств к доходам); и уменьшать: второй, третий, четвертый и пятый (отношение условного долга к собственным доходам, Доля собственных доходов в доходах бюджета, отношение дефицита бюджета к собственным доходам, отношение расходов на обслуживание долга к собственным доходам). При этом оказалось, что оптимальные значения показателей

первой группы приняли отрицательные значения, что противоречит экономическому смыслу. Это является следствием того, что задача оптимального управления решалась без ограничений на допустимые значения управляемых переменных. Поэтому следует принять их значения равными нулю, как показано на рис. 2. Значения показателей второй группы не противоречат здравому смыслу.

2.3. Динамическая модель управления рейтингом региона без коэффициентов обратной связи

Мы выделили 8 показателей, наиболее критичных для оценки риска рефинансирования, оказывающих влияние на рейтинг субъекта [6]. Пусть значения этих показателей вышли за границы допустимых, и мы хотим изменить их значения, чтобы избежать низкого значения рейтинга. Для этого нам необходимы изменения этих основных показателей [20].

Обозначим за $x_i(t)$, $i=1,...,n$ показатели в момент времени t , $t=1,...,T-1$, где T – планируемый момент времени выхода региона на необходимый уровень рейтинга; $x_i^0(t)$ – плановые значения показателей, соответствующих устойчивому функционированию региона; $V(t)$ – вероятность дефолта, которую имеет регион в состоянии «кризиса»; $V^0(t)$ – максимально-допустимая вероятность дефолта, при которой обеспечивается устойчивое состояние региона [21].

Для вероятности дефолта в работе [6] было получено уравнение, коэффициенты которого пересчитаны непосредственно для рейтинга Томской области:

$$V(t) = (x_1(t) + x_2(t)) \cdot k_1 + x_3^2(t) \cdot k_2 + x_4^3(t) \cdot k_3 + (x_5(t) + x_7(t)) \cdot k_4 + x_6(t) \cdot k_5 + x_8(t) \cdot k_6 \quad (2.20)$$

где $x_i(t)$ – показатели финансовой и социально-политической деятельности региона. Значения коэффициентов k_i , $i = \overline{1,6}$ составили:

$$k_1 = 19,12, \quad k_2 = 22,07, \quad k_3 = 0,84 \quad k_4 = 4,58,$$

$$k_5 = 21,61, \quad k_6 = -26,89$$

Переобозначим показатели и коэффициенты модели (2.20):

$$\begin{aligned} y_i(t) &= x_i(t), \quad i = 1, 2, 5, 6, 7, 8; \\ y_3 &= x_3^2(t), \quad y_4 = x_4^3(t). \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} k1_1 &= k_1; \quad k1_2 = k_1; \quad k1_3 = k_2; \quad k1_4 = k_3; \\ k1_5 &= k_4; \quad k1_6 = k_5; \quad k1_7 = k_4; \quad k1_8 = k_6. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Тогда зависимость (2.20) примет вид

$$V(t) = \sum_{i=1}^n V_i(t), \quad n=8, \quad (2.23)$$

где $V_i(t) = k1_i \cdot y_i$ – вероятность дефолта, обусловленная i -м показателем.

Зависимость показателей $x_i(t)$ от времени представим в форме

$$x_i(t+1) = (1 + \mu_i(t))x_i(t), \quad (2.24)$$

где $\mu_i(t)$ – темп изменения i -го показателя.

Динамику вероятности дефолта представим в виде

$$V_i(t+1) = (1 + \mu_i(t))(V_i(t) + u_i(t)), \quad n=1, \dots, 8, \quad (2.25)$$

$$\text{где } \mu_i = \hat{\mu}_i, i=1, 2, 5, 6, 7, 8; \quad \mu_3 = (1 + \hat{\mu}_3)^2 - 1, \quad \mu_4 = (1 + \hat{\mu}_4)^3 - 1. \quad (2.26)$$

Здесь u_i – управление, связанное с изменением i -го показателя.

Зависимость максимально-допустимой вероятности дефолта (эталонной вероятности) от времени можно выразить как

$$V^0(t+1) = (1 - \mu_0)V^0(t), \quad (2.27)$$

где μ_0 – желаемый темп изменения вероятности дефолта.

Введем вектор $z(t) = (V_1(t), V_1(t), \dots, V_n(t), V^0(t))^T$. Тогда уравнения (2.25),

(2.27) можно переписать в виде

$$z(t+1) = A_0(t)z(t) + B_0(t)u(t) \quad (2.28)$$

где $A_0(t)$ – диагональная матрица размерности $(n+1) \times (n+1)$

$$A_0(t) = \text{diag}(1 + \mu_1(t), \dots, 1 + \mu_n(t); 1 - \mu^0(t));$$

$B_0(t)$ – диагональная матрица размерности $(n+1) \times n$

$$B_0(t) = \begin{pmatrix} 1 + \mu_1(t) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 + \mu_n(t) \\ 0 & \dots & 0 \end{pmatrix};$$

В качестве целевой функции выберем квадратичный функционал

$$J = \sum_{t=0}^{T-1} [V(t) - V^0(t)]^2 + (u(t))^T R(t) (u(t)) + [V(T) - V^0(T)]^2, \quad (2.29)$$

который характеризует качество процесса слежения за плановой вероятностью региона. Минимизируя этот функционал, мы тем самым обеспечим выход региона на плановую вероятность. Здесь $R(t)$ – диагональная матрица весовых коэффициентов размерности $n \times n$.

Введем в (2.29) вектор $z(t)$. Величина $(V(t) - V^0(t))$ примет вид $(V(t) - V^0(t)) = Cz(t)$, где $C = (1, 1, \dots, 1, -1) \in R^{n+1}$. Критерий качества J примет форму

$$J = \left\{ \sum_{t=1}^{T-1} z^T(t) C^T C z(t) + \sum_{t=0}^{T-1} (u^T(t) R(t) u(t)) + z^T(T) C^T C z(T) \right\} \rightarrow \min_{u(t)}. \quad (2.30)$$

Итак, имеем задачу оптимального управления, в которой уравнение состояния описывается многошаговым процессом (2.28), а функционал качества – выражением (2.30). Управление задается вектором $u(t)$.

Необходимо найти оптимальное решение $(\bar{z}(t), \bar{u}(t))$, при котором функционал (2.30) принимает минимальное значение.

Имеем задачу оптимального управления с квадратичным критерием.

Преобразуем нашу задачу к эквивалентной задаче безусловной минимизации функции многих переменных (см. приложение). В результате получим

$$J(U) = \left\{ z^T(0)L_{11}(0)z(0) + (2z^T(0)\phi)U + U^T S U \right\} \rightarrow \min_U, \quad (2.31)$$

где

$$\begin{cases} L_{11}(t) = A_0^T(t)Q(t+1)A_0(t), \\ L_{22}(t) = B_0^T(t)Q(t+1)B_0(t), \quad t = T-1, T-2, \dots, 0, \\ L_{12}(t) = A_0^T(t)Q(t+1)B_0(t) \end{cases}$$

$$Q(t) = L_{11}(t) + h, \quad t = T, T-1, \dots, 1; \quad Q(T) = h.$$

$$\phi_s = \left\{ \prod_{j=0}^{s-1} A_0(j) \right\} L_{12}(s); \quad s = 1, 1, \dots, T-1;$$

$$\phi_0 = L_{12}(0)$$

$$S_{is} = \begin{cases} B_0^T(i) \left(\prod_{j=i}^{s-1} A_0(j) \right) L_{12}(s), & i < s; \\ L_{22}(i) + R(i), & i = s; \end{cases} \quad i, s = 0, 1, \dots, T-1;$$

$$S_{si} = S_{is}^T$$

$$\prod_{j=l}^{l-1} A_0(j) = I.$$

$$\begin{aligned} \phi &= (\phi_0 \quad \phi_1 \quad \dots \quad \phi_{T-1}); \\ B &= (b(0) \quad b(1) \quad \dots \quad b(T-1))^T; \\ U &= (u(0) \quad u(1) \quad \dots \quad u(T-1))^T. \end{aligned}$$

Решение задачи определяется формулой

$$U = -S^{-1} \cdot \phi^T \cdot z(0). \quad (2.32)$$

По найденному управлению находим переменные $z(t)$ по формуле (2.28), а затем вычисляем значения показателей

$$\begin{aligned} x_i(t) &= z_i(t) / k1_i, \quad i = 1, 2, 5, 6, 7, 8; \\ x_3(t) &= \sqrt{z_3(t) / k1_3}; \quad x_4(t) = (z_4(t) / k1_4)^{1/3}. \end{aligned}$$

2.4. Применение модели на рейтинге Томской области

Разработанная модель была применена к рейтингу Томской области. В качестве $x_i(t)$, $i = 1, \dots, n$ были взяты значения показателей, наиболее

критичных для оценки риска рефинансирования, оказывающих влияние на рейтинг субъекта, за период с 01.04.2008 г. по 01.01.2015 г.

Так как рейтинг Томской области был присвоен лишь в 2013 году, реальные показатели были взяты за каждый квартал, начиная с 2014 года, а с помощью построенной регрессионной модели был рассчитан предположительный уровень рейтинга для недостающих периодов. Получили, что для первого момента времени предполагаемая вероятность дефолта соответствовала рейтингу B+ (10,43%) [22 – 24].

В качестве максимально-допустимой вероятности для первого момента времени задано значение, соответствующее рейтингу BB (5,75%). Это значение с течением времени также имело отрицательную динамику.

Коэффициенты μ_i были рассчитаны по следующей формуле:

$$\mu_i = \frac{\sum_{t=2}^n (x_i(t) \cdot x_i(t-1))}{\sum_{t=2}^n (x_i(t-1))^2} - 1, \text{ где } n = 28; i = \overline{1,6} \quad (2.33)$$

Графики максимально-допустимой и реальной вероятностей дефолта представлены на рисунке 2.3.

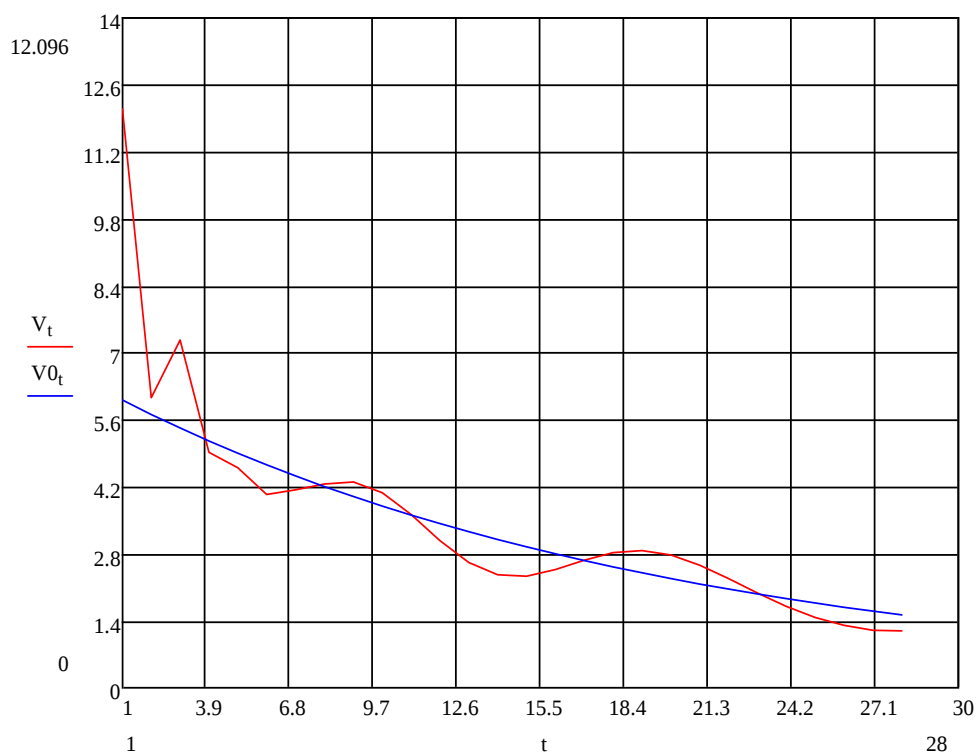


Рисунок 2.3. Максимально-допустимая $V0_t$ и реальная V_t вероятности дефолта

Из графиков видно, что с течением времени реальная вероятность стремится к максимально -допустимой.

Значения показателей, обеспечивающих устойчивое развитие региона, приведены на рисунке 2.4.

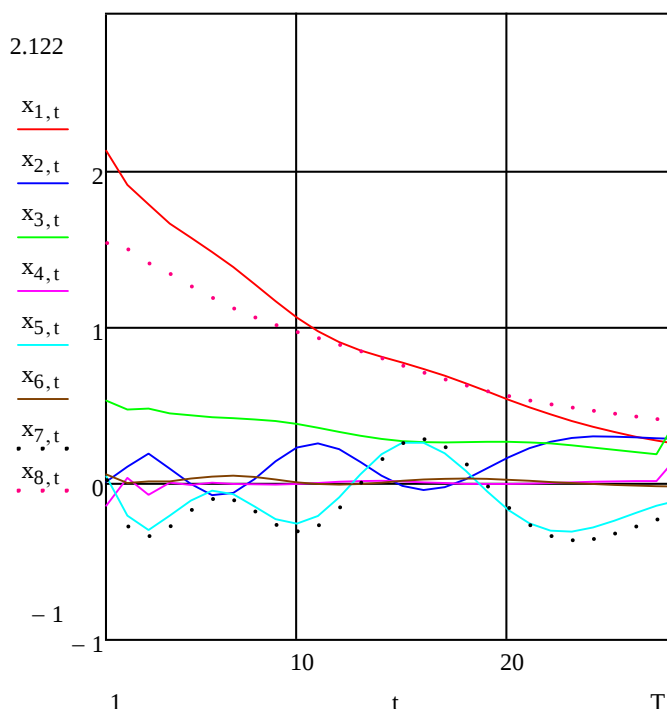


Рисунок 2.4. Оптимальные значения показателей, для которых вероятность дефолта принимает максимально-допустимые значения.

Анализ расчетов показал, что для получения максимально-необходимой вероятности к заданному периоду, необходимо последовательно уменьшать показатели: первый, третий, восьмой (отношение прямого долга к собственным доходам, доля собственных доходов в доходах бюджета, отношение заемных средств к доходам); и в связи с тем, что задача оптимального управления решалась без ограничений на допустимые значения, периодически показатели: второй, четвертый, пятый, шестой и седьмой (отношение условного долга к собственным доходам, отношение дефицита бюджета к собственным доходам, отношение расходов на обслуживание дол-

га к собственным доходам, общий государственный долг к валовому региональному продукту, расходы на общий государственный долг к расходам бюджета) – выходили в область отрицательных значений.

Заключение

В рамках данной работы были построены динамическая модель управления рейтингом кредитоспособности региона с коэффициентами обратной связи и динамическая модель управления рейтингом кредитоспособности региона без коэффициентов обратной связи. Модели основаны на квадратичном критерии качества и линейном законе управления. Модели апробированы на реальных данных по Томской области.

В результате получены оптимальные управления для заданной вероятности дефолта, а именно, значения показателей, обеспечивающих выход на максимально-допустимую вероятность 1,5%, что соответствует рейтингу BBB- в конечный момент времени T . При этом, оптимальный уровень показателей в первом случае может быть достигнут изменением нескольких их составляющих, а именно: увеличение собственных доходов бюджета и снижение расходов бюджета; во втором случае – изменением лишь одного их составляющих, а именно: увеличение собственных доходов бюджета, так как во всех показателях, которые необходимо уменьшить (отношение прямого долга к собственным доходам, доля собственных доходов в доходах бюджета, отношение заемных средств к доходам), увеличение собственных доходов приведет к увеличению знаменателя, соответственно, уменьшению самого показателя.

Исходя из результатов, можно сделать вывод о том, что для управления уровнем рейтинга целесообразнее использовать модель с коэффициентами обратной связи так как при ее использовании показателей, которые необходимо принять равными нулю меньше, нежели при применении модели без коэффициентов обратной связи.

Приложение 1.

Запишем задачу оптимального управления без ограничений на траекторию и управление

$$J = \left\{ \sum_{t=1}^{T-1} z^T(t) C^T C z(t) + \sum_{t=0}^{T-1} (u^T(t) R(t) u(t)) + \right. \\ \left. + z^T(T) C^T C z(T) \right\} \rightarrow \min_{u(t)} \quad (\text{П1})$$

$$z(t+1) = A_0(t)z(t) + B_0(t)u(t) \quad (\text{П2})$$

Зададим горизонт $T = 4$ и подставим (П2) в (П1).

В результате целевая функция примет вид

$$\begin{aligned} J = & z^T(0) L_{11}(0) z(0) + 2z^T(0) L_{12}(0) u(0) + \\ & + 2z^T(0) A_0^T(0) L_{12}(1) u(1) + 2z^T(0) A_0^T(0) A_0^T(1) L_{12}(2) u(2) + \\ & + 2z^T(0) A_0^T(0) A_0^T(1) A_0^T(2) L_{12}(3) u(3) + \\ & + u^T(0) B_0^T(0) L_{12}(1) u(1) + u^T(1) L_{12}^T(1) B_0(0) u(0) + \\ & + u^T(0) B_0^T(0) A_0^T(1) L_{12}(2) u(2) + u^T(2) L_{12}^T(2) A_0(1) B_0(0) u(0) + \\ & + u^T(0) B_0^T(0) A_0^T(1) A_0^T(2) L_{12}(3) u(3) + u^T(3) L_{12}^T(3) A_0(2) A_0(1) B_0(0) u(0) + \\ & + u^T(1) B_0^T(1) L_{12}(2) u(2) + u^T(2) L_{12}^T(2) B_0(1) u(1) + \\ & + u^T(1) B_0^T(1) L_{12}(3) u(3) + u^T(3) L_{12}^T(3) B_0(1) u(1) + \\ & + u^T(2) B_0^T(2) L_{12}(3) u(3) + u^T(3) L_{12}^T(3) B_0(2) u(2) + \\ & + u^T(0) S_{00} u(0) + u^T(1) S_{11} u(1) + u^T(2) S_{22} u(2) + u^T(3) S_{33} u(3) \rightarrow \min_{u(t)} \end{aligned} \quad (\text{П3})$$

где

$$\begin{aligned}
Q(4) &= h, \quad h = C^T C; \quad L_{11}(3) = A_0^T(3)Q(4)A_0(3), \\
L_{22}(3) &= B_0^T(3)Q(4)B_0(3), \quad L_{12}(3) = A_0^T(3)Q(4)B_0(3); \\
Q(3) &= L_{11}(3) + h, \quad L_{11}(2) = A_0^T(2)Q(3)A_0(2); \\
L_{22}(2) &= B_0^T(2)Q(3)B_0(2), \quad L_{12}(2) = A_0^T(2)Q(3)B_0(2); \\
Q(2) &= L_{11}(2) + h, \quad L_{11}(1) = A_0^T(1)Q(2)A_0(1) \\
L_{22}(1) &= B_0^T(1)Q(2)B_0(1), \quad L_{12}(1) = A_0^T(1)Q(2)B_0(1); \\
Q(1) &= L_{11}(1) + h, \quad L_{11}(0) = A_0^T(0)Q(1)A_0(0); \\
L_{22}(0) &= B_0^T(0)Q(1)B_0(0), \quad L_{12}(0) = A_0^T(0)Q(1)B_0(0).
\end{aligned} \tag{П4}$$

$$\begin{aligned}
S_{00} &= L_{22}(0) + R(0); \quad S_{11} = L_{22}(1) + R(1); \\
S_{22} &= L_{22}(2) + R(2); \quad S_{33} = L_{22}(3) + R(3).
\end{aligned} \tag{П5}$$

В нашем случае матрица R не зависит от времени

Введем обозначения

$$\begin{aligned}
\phi_0 &= L_{12}(0); \quad \phi_1 = A_0^T(0)L_{12}(1); \\
\phi_2 &= A_0^T(0)A_0^T(1)L_{12}(2); \quad \phi_3 = A_0^T(0)A_0^T(1)A_0^T(2)L_{12}(3)
\end{aligned} \tag{П6}$$

$$\begin{aligned}
S_{10} &= L_{12}^T(1)B_0(0), \quad S_{01} = B_0^T(0)L_{12}(1); \\
S_{20} &= L_{12}^T(2)A_0(1)B_0(0), \quad S_{02} = B_0^T(0)A_0^T(1)L_{12}(2); \\
S_{30} &= L_{12}^T(3)A_0(2)A_0(1)B_0(0), \quad S_{03} = B_0^T(0)A_0^T(1)A_0^T(2)L_{12}(3); \\
S_{21} &= L_{12}^T(2)B_0(1), \quad S_{12} = B_0^T(1)L_{12}(2); \\
S_{31} &= L_{12}^T(3)A_0(2)B_0(1), \quad S_{13} = B_0^T(1)A_0^T(2)L_{12}(3); \\
S_{32} &= L_{12}^T(3)B_0(2), \quad S_{23} = B_0^T(2)L_{12}(3).
\end{aligned}$$

Вве-

дем составные матрицы

$$\begin{aligned}
\phi &= (\phi_0 \quad \phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3); \\
U &= (u(0) \quad u(1) \quad u(2) \quad u(3))^T.
\end{aligned} \tag{П7}$$

$$S = \begin{pmatrix} S_{00} & S_{01} & S_{02} & S_{03} \\ S_{10} & S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{20} & S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{30} & S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{pmatrix}. \tag{П8}$$

Тогда критерий (П1) примет вид

$$J(U) = \left\{ z^T(0)L_{11}(0)z(0) + \left(2z^T(0)\phi \right)U + U^T S U \right\} \rightarrow \min_U \quad (\text{П9})$$

Запишем формулы (П3) – (П8) в общем случае

$$\begin{cases} L_{11}(t) = A_0^T(t)Q(t+1)A_0(t), \\ L_{22}(t) = B_0^T(t)Q(t+1)B_0(t), \quad t = T-1, T-2, \dots, 0. \\ L_{12}(t) = A_0^T(t)Q(t+1)B_0(t) \\ Q(t) = L_{11}(t) + h, \quad t = T, T-1, \dots, 1; \quad Q(T) = h. \end{cases} \quad (\text{П10})$$

$$\begin{aligned} \phi_s &= \left\{ \prod_{j=0}^{s-1} A_0(j) \right\} L_{12}(s); \quad s = 1, 1, \dots, T-1; \\ \phi_0 &= L_{12}(0) \end{aligned} \quad (\text{П11})$$

$$\begin{aligned} S_{is} &= \begin{cases} B_0^T(i) \left(\prod_{j=i}^{s-1} A_0(j) \right) L_{12}(s), \quad i < s; \\ L_{22}(i) + R(i), \quad i = s; \end{cases} \quad i, s = 0, 1, \dots, T-1; \\ S_{si} &= S_{is}^T \\ \prod_{j=l}^{l-1} A_0(j) &= I. \end{aligned} \quad (\text{П12})$$

$$\begin{aligned} \phi &= (\phi_0 \quad \phi_1 \quad \dots \quad \phi_{T-1}); \\ B &= (b(0) \quad b(1) \quad \dots \quad b(T-1))^T; \\ U &= (u(0) \quad u(1) \quad \dots \quad u(T-1))^T. \end{aligned} \quad (\text{П13})$$

Необходимое условие экстремума функции (П9) имеет вид

$$S \cdot U = -\phi^T \cdot z(0), \quad (\text{П14})$$

откуда следует решение задачи

$$U = -S^{-1} \cdot \phi^T \cdot z(0). \quad (\text{П15})$$

Можно показать, что матрица системы (П14) является положительно определенной, поэтому найденное решение U обеспечивает минимум функции $J(U)$.

Приложение 2.

Introduction

Obtaining a credit rating - one of the most common-governmental ways to improve the investment attractiveness of debt obligations of companies and governments. The credit rating of the region or municipality (MO) - a comprehensive assessment of the ability of regional government and local authorities for the full and timely implementation of debt servicing and repayment of loans, taking into account the forecast of possible changes in the economic environment and the socio-political situation [1]. Credit rating agencies reflect the opinion of the analysts of the solvency of the subject of the Russian Federation at the time of assigning the rating. [2]

Credit rating - the relative value, therefore, for its assessment should take into account the characteristics of each particular region. [3] Poor credit rating is not desirable for the borrower, so says the high risk of non-payment of funds held by them.

Credit rating agencies reflect the opinion of the analysts of the solvency of the subject of the Russian Federation at the time of assigning the rating. [2] It is calculated on the basis of credit rating agencies present and past financial history. [3] These agencies can be either regional, or sectoral, that is specialized in a specific geographic region or industry, and international rating agencies, which include Standard & Poors, Moody's Investors Service and Fitch Ratings [4]. However, the government there is a need to assess the expected level of the rating before they will have to pay for agency services.

In this paper, based on the model [6] solved the inverse problem - what should be the values of the indicators that the probability of default is not out of range.

In this regard, as the subject of research in the distinguished credit rating of the RF subject.

The aim of the work was to develop a risk management models of the probability of default of the Russian Federation

As the tasks to achieve the goal stood out:

- The conversion factor model [6] for a particular subject;
- Development of risk probability of default control algorithms;
- application of these algorithms in one of the regions that have a credit rating (Tomsk Region).

1. Models ranking level

Subject ranking in a general sense, that is, the ranking of companies, banks, etc., is well developed. For example, for a corporate rating analysis author Young-Chan Lee applied the method of support vector machine (SVM) to the problem of determining the corporate credit rating in an attempt to offer a new model with the best interpretation. Researcher using a grid search method using 5-fold test to determine the optimum values of the parameters. [7]

Authors Liang-Hsuan Chen and Tai-Wei Qiu credit rating commercial loans offer the use of a fuzzy credit-rating approach: assessment criteria are modeled in a hierarchical decision-making structure. synthesis method of proof, namely the fuzzy integral is then used to combine the credit information in an upward way. [8]

Constantin Melliosa and Eric Paget-Blanch studied the factors determining sovereign credit ratings provided by the three major rating agencies: Fitch Ratings, Moody 's and Standard and Poor. Principal component analysis is used to identify common factors affecting these ratings. Of the variable is correlated with these factors, and then evaluated by an ordered logistic model. The results show that on the sovereign ratings mainly affect: per capita income, government income, changes in the real exchange rate, the inflation rate [9].

Thomas F. Pogue and Robert M. Soldofsky raised the question: "What is the bond rating?". The authors acknowledge that the ratings are dependent in part on the readily available statistics on the company's operations and financial condition. Examples of such statistics is to cover profits, liquidity ratios and rates of return. [10]

Speaking in particular on credit ratings for the subject, in a general sense, the credit rating is a level of creditworthiness. Its main purpose is to provide prospective lenders or investors information about how likely the timely payment of financial commitments will be made [5]. This is the definition given in Article AL Anihovskogo "Credit rating: basic elements and klassnifikatsiya".

Also, Anihovsky describes two types of attribution models Ratings-ing evaluation.

1. Statistical models based on the calculation of the loan-ray Ting according to a formula that includes both quantitative factors - financial ratios, as well as some quality, but reduced to a standardized and quantifiable value aspects of the rated entity. These models are 3 stages: 1 - defined variables (usually financial ratios), affecting the value of a credit rating; 2 - is determined by the impact of each factor on the level of creditworthiness, which is reflected in the corresponding weight ratio; 3 - current variables are weighted according to the degree of influence, then the result is added, and based on this rating is determined by a certain value expressed in points.

2. Models Limited peer review, which is based on the application of statistical methods to the subsequent adjustment on the basis of certain quantitative parameters.

Averin stresses that the analysis of methodical approaches to the evaluation rating of regions allocated as follows:

- creation of a system of indicators of versatile, fully reflecting the competitive advantages of the region;
- the allocation of the key indicators of competitiveness;
- Identification of specific positions.

According to experts, in many techniques preference is given to etsya tenths, mostly expert assessments of each of the factors considered. But, as practice shows, peer scores are necessarily subjective to a large extent and generally smooth the real spread of regional characteristics, t. To. The experts are wary of

extreme views [4]. At the same time, in the model proposed Averin, weights are also used, which are determined by the expert.

Authors AM Karminsky, AA Peresetsky, SV Golovanov, IV Malakhov, ES Minenkova identify several basic features of credit ratings:

1. The credit rating reflects the relative level of credit risk;
 2. The credit rating is not investment advice or recommendations on re-purchase, storage or sale of securities, but it is one of the factors to which the investor may pay attention to when making their investment decisions;
 3. The credit rating is an indicator of liquidity in the market for debt securities and their prices in the secondary market;
 4. The credit rating is not a guarantee of the credit quality of the borrower.
- not rated Purpose is to indicate the Celest-imagery of any investment. The rating reflects the only aspect that needs to make an investment decision, and in the case of a country or region reflects the level of repayment in case of default. [3]

Tsallagova offers a two-step methodology. First, on the basis of qualitative analysis and study of the available information sources, LEDs stand out, that is typical of the qualitative indicators of a phenomenon. Further, taking into account the capabilities defined by different statistical support regional and municipal economy, the selected source data on set parameters studied [1].

Also, in the economic literature also observed three qualitatively differing approaches: in the «RIA-Analytics" is used expertly-selected key indicators in the methodology used in the Kabardino-Balkaria, the set of indicators released on 9 groups, in his doctoral dissertation S. A. Ponamarenko and MK Kupov key indicators are selected as part of an indicative approach [11].

Candidate of Technical Sciences Istomin proposed to determine the credit rating of using neural networks using five input financial performance [2].

Several authors argue that a successful simulation ratings possible using the model ordered selection and simple linear regression techniques.

For example, the authors of Cantor and Packer (speaking of the sovereign rating) of a large number of criteria used two S & P and Moody's leading rating

agencies, selected six factors which, in their opinion, play an important role in determining the credit rating: per capita income GDP growth, inflation, external debt, the default level of economic development and history. [12]

Authors Kramin, Safiullin, Kramin, Timiryasova devoted article «Drivers of economic growth and investment attractiveness of Russian regions» the identification and justification of the drivers of growth and regional development in Russia. Based on regression analysis in this study looked at the effect of the level of domestic demand and income inequality in Russian regions on the pace of their economic growth and their investment appeal. [13]

Authors Bennella, Crabbea, Thomasa and Gwilymb in their work exploring simulation and training of neural networks and model orderly choice for a large sample of ratings provided by rating agencies. They suggest that the model ordered selection may take into account the discrete nature of the dependent variables, and is therefore the most appropriate econometric methodology for the rating. [14]

Authors Linden, McNamara and Wohler used multilevel ordinal logistic regression analysis to assess the ratings. They investigated six rating agencies, and found systematic differences-ratings of these agencies [15].

That reaffirms the inability to create a single model of the credit rating of the control due to dissimilarity of direct problems of determining credit ratings [15].

Authors of San Juan, Hsinchu Chia-Jung Chen Hsu Wun-Hwa Chen presented a relatively new method of machine learning to solve the problem of providing the model with the best interpretation. They used a back-propagation neural network [16].

In [6] model for determining credit rating was developed based on a regression model.

1.1. A mathematical model for evaluating the likely level of RF subjects rated

For each rating exists a numerical expression of the cumulative probability of default on the debt, which in economic terms is comparable to refinancing risk. Comparison ratings and default probabilities shown in Table 1 [30 - 32].

Table 1. Assessment of the cumulative probability of default.

Standard&Poor's		Moody's Investors Service		Fitch ratings	
Rating	Probability default, %	Rating	Probability default, %	Rating	Probability default, %
AAA	0,05	Aaa	0,00	AAA	0,01
AA+	0,00	Aa1	0,00	AA+	0,02
AA	0,00	Aa2	0,06	AA	0,06
AA-	0,18	Aa3	0,19	AA-	0,08
A+	0,16	A1	0,33	A+	0,21
A	0,14	A2	0,14	A	0,23
A-	0,35	A3	0,25	A-	0,33
BBB+	0,59	Baa1	0,52	BBB+	0,42
BBB	0,71	Baa2	0,60	BBB	0,79
BBB-	0,99	Baa3	1,34	BBB-	1,82
BB+	3,15	Ba1	3,86	BB+	3,20
BB	4,13	Ba2	5,05	BB	4,75
BB-	6,79	Ba3	11,89	BB-	7,77
B+	10,43	B1	14,81	B+	11,68
B	20,41	B2	20,28	B	15,11
B-	22,37	B3	27,27	B-	20,32
CCC - C	33,11	Caa1-C	34,23	CCC+	26,37
				CCC	24,79
				CCC-	38,38

To construct a mathematical model of the data has been identified, by means of which the rating agencies assess the creditworthiness.

It is assumed that the key parameter of the regional budget, on which the rating level, are budget revenues excluding gratuitous receipts. [1]

The conclusion that the degree of creditworthiness of the subject of RF generated by the results of the calculation of a number of factors that characterize the one hand, the budget figures, on the other - on the social and economic development data.

According to the methodology of rating agencies along with the indicator of income without gratuitous receipts, it is the proportion of direct debt in the total debt amount and term debt. In addition to this effect on the creditworthiness of a number of indicators characterizing the state of the economy, population, quality of

management, and others. Thus, the main indicators that influence the rating level, are:

- direct debt;
- contingent liability;
- the total amount of budget revenues;
- The amount of gratuitous receipts;
- budget expenditures (for the calculation of the deficit);
- The volume of debt service costs;
- gross regional product;
- gross domestic product of Russia.

The values of the above indices are publicly available. The main sources of data were the Ministry of Finance of the sites, the Federal State Statistics Service and the Federal Treasury, which reports on budget execution are published, the volume of debt, indicators characterizing the financial position of the Russian Federation. To build the model as factors that affect the value of the credit rating, have been chosen:

- x_1 = direct debt / revenues, excluding revenues of grants;
- x_2 = Nominal debt / revenues, excluding revenues of grants;
- x_3 = Earnings excluding non-repayable income / Total revenue;
- x_4 = Budget deficit / Revenues excluding gratuitous receipts;
- x_5 = debt servicing costs / revenues, excluding revenues of grants;
- x_6 = Total public debt / gross regional pro-product;
- x_7 = Expenditures on general government debt / budget expenditures;
- x_8 = Borrowed funds / total budget revenues;
- x_9 = index of industrial production / gross domestic product of Russia.

Values are calculated for the 33 regions participating in the construction.

The factor analysis showed that to simplify the model can get rid of a single factor, namely borrowings / total budget revenues. As a result of factor analysis re-naming factors:

- x_1 = direct debt / revenues, excluding revenues of grants;

- x_2 = Nominal debt / revenues, excluding revenues of grants;
- x_3 = Earnings excluding non-repayable income / Total revenue;
- x_4 = Budget deficit / Revenues excluding gratuitous receipts;
- x_5 = debt servicing costs / revenues, excluding revenues of grants;
- x_6 = Total public debt / gross regional pro-product;
- x_7 = Expenditures on general government debt / budget expenditures;
- x_8 = index of industrial production / gross domestic product of Russia.

With the help of the identified indicators, taken as X, and the value of default probability, taken as a Y value, non-linear regression model was built. The equation has been chosen as the regression model:

$$k_1 + (x_1 + x_2) * k_2 + x_3^2 * k_3 + x_4^3 * k_4 + (x_5 + x_7) * k_5 + x_6 * k_6 + x_8 * k_7 = y$$

Odds $k_i, i = \overline{1,7}$ adopted the following values:

$$k_1 = 4.17, k_2 = -6.05, k_3 = -1.71, k_4 = 30.39, k_5 = 27.34, k_6 = 0.03, k_7 = 6.6$$