

УДК 536.24

ТЕРМООБРАБОТКА УГОЛЬНОГО СЛОЯ СВЧ-ЭНЕРГИЕЙ: АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ В УСЛОВИЯХ ТЕПЛОСБРОСА II И III РОДА

Саломатов Владимир Васильевич¹,

vvs@itp.nsc.ru

Карелин Вадим Александрович²,

vad2hen@mail.ru

Заворин Александр Сергеевич³,

zavorin@tpu.ru

Саломатов Василий Владимирович¹,

vvsalomatov@mail.ru

Пашенко Сергей Эдуардович²,

pashenko-ecolog@yandex.ru

¹ Институт теплофизики СО РАН,
Россия, 630090, г. Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, 1.

² Национальный исследовательский Новосибирский государственный университет,
Россия, 630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2.

³ Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.

Актуальность работы связана с необходимостью научного обоснования параметров технологии СВЧ-воздействия на уголь, прежде всего, в процессах сушки, термической подготовки, интенсификации горения и др. Как показывают эксперименты, применение микроволнового излучения позволяет снизить выброс вредных веществ при сжигании угля, повысить энергоэффективность, уменьшить технологическое время и т. д. Для получения оптимальных режимов СВЧ-обработки весьма востребованным является поиск теоретических подходов. В частности, инженерная практика требует аналитических решений по термообработке угольных массивов, что и было выполнено в данной работе.

Цель работы: построение строгих аналитических решений задач нагрева угольного слоя микроволновым излучением в условиях теплосброса II и III рода, позволяющих провести параметрический анализ СВЧ-воздействия, а также найти наивыгоднейшие режимы нагрева угольного слоя.

Методы исследования. Задачи нагрева угольного слоя микроволновым излучением с граничными условиями II и III рода были поставлены с рядом упрощений, таких как постоянство теплофизических и электрофизических свойств материала, их изотропность, одномерность. При воздействии СВЧ происходит объемное поглощение тепла с появлением объемных источников тепла, которые в данной задаче моделировались по закону Бугера. В ходе решения была найдена новая зависящая переменная, трансформирующая граничные условия в однородные и упрощающая поиск самого решения. В результате основная система уравнений была разбита на две подсистемы, а итоговое решение было найдено методом суперпозиции решений этих двух задач.

Результаты. Найдены аналитически строгие зависимости распределения температуры по сечению и времени для угольного слоя, нагреваемого микроволновым излучением, в условиях несимметричного теплоотвода II и III рода по граничным поверхностям. Приведенные решения являются основой для получения оптимальных параметров технологии СВЧ-нагрева, инструментом для уменьшения разброса температурного поля от требуемого распределения температуры внутри слоя. С их помощью оперативно определяются: значение и координата максимальной температуры внутри угольного массива, терморазрушающие напряжения, предельные значения сбрасываемых тепловых потоков и др.

Ключевые слова:

Уравнение теплопроводности Фурье, уголь, микроволновая энергия, закон Бугера, смешанные граничные условия, тепловой режим, теплоотвод.

Введение

В последнее время наряду с традиционными технологиями нагрева материалов, связанными с передачей тепла с поверхности во внутренние слои за счет теплопроводности, все больший интерес вызывает специфичный вид нагрева СВЧ-излучением диэлектриков, к которым относится и уголь. Связано это с тем, что в данном режиме нагрев об-

условлен действием объемных источников энергии, формирующихся внутри материала за счет поглощения микроволнового излучения и позволяющих в том числе равномерно прогревать материал. Это дает возможность избежать таких недостатков традиционных методов, как перегрев, недогрев, а также значительно ускоряют сам процесс нагрева. Важное преимущество СВЧ-нагрева – те-

пловая безынерционность, т. е. возможность практически мгновенного включения и выключения теплового воздействия на обрабатываемый материал. Отсюда высокая точность регулировки процесса нагрева и его воспроизводимость. Достоинством СВЧ-нагрева является также принципиально высокий КПД преобразования СВЧ-энергии в тепловую, выделяемую в объеме нагреваемых тел. Теоретическое значение этого КПД близко к 100 %. Также несомненными преимуществами обладают СВЧ-сушка, СВЧ-плавление, СВЧ-горение и ряд других процессов.

В настоящее время имеется целый ряд фундаментальных экспериментальных и теоретических работ о нагреве микроволновым излучением различных материалов, включая уголь. Среди работ по изучению воздействия СВЧ-излучения к наиболее значимым можно отнести теоретические исследования [1–7]. Также с использованием различных установок были реализованы экспериментальные работы о СВЧ-нагреве диэлектрических материалов [8–17]. Математическое моделирование электромагнитных и тепловых полей при СВЧ-нагреве диэлектрических сред выполнили В.И. Анфиногентов, Г.А. Морозов, Т.К. Гараев и др. специалисты Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева [18, 19]. В Иркутском государственном техническом университете Н.П. Коноваловым, П.Н. Коноваловым, В.В. Федчишиным, А.А. Хайдуровой проводились экспериментальные исследования по повышению технических характеристик бурого угля воздействием СВЧ-излучения [20, 21]. Полученные в перечисленных работах результаты вносят весомый вклад в данную проблематику, но полностью не закрывают потребности микроволновой обработки материалов. Требуется дальнейшее развитие этого направления исследований, включая, в частности, поиск аналитически строгих зависимостей нагрева материала энергией СВЧ-излучения.

Для того чтобы найти оптимальные параметры СВЧ-нагрева, максимальные температуры, предельно допустимые тепловые потоки и другие параметры, наиболее эффективен теоретический подход. Интерес представляют, прежде всего, строгие аналитические решения, так как с их помощью можно оперативно и с высокой точностью оценить параметры СВЧ-воздействия на материал.

Данная статья является продолжением работы [22] тех же авторов, в которой приведены решения для задачи микроволнового нагрева со смешанными условиями теплоотвода I и II рода. Рассмотрены более сложные смешанные несимметричные условия II и III рода, что привело к определенным трудностям при построении итоговых решений.

Математическая постановка задач и построение их решений

Приведем две задачи из этого класса:

Задача 1. Схема задачи приведена на рис. 1.

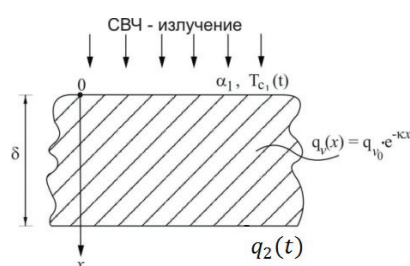


Рис. 1. Схема микроволнового нагрева угольного слоя с граничными условиями II и III рода

Fig. 1. Scheme of microwave heating of coal layer with boundary conditions of II and III order

Система уравнений микроволнового нагрева угольного слоя:

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + \frac{q_{v_0}}{c\rho} e^{-kx}, \quad (1.1)$$

$$T(x,0) = f(x), \quad (1.2)$$

$$\lambda \frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = \alpha_1 [T(0,t) - T_{c_1}(t)], \quad (1.3)$$

$$\lambda \frac{\partial T(\delta,t)}{\partial x} = q_2(t), \quad (1.4)$$

где $T(x,t)$ – текущая температура, К; x – поперечная координата, м; t – время, с; a – температуропроводность, м²/с; c – удельная теплоемкость, Дж/кг·К; k – коэффициент поглощения в законе Бугера, 1/м; λ – теплопроводность угля, Вт/м·К; $T_{c_1}(t)$ – переменная по времени температура окружающей среды, К; $q_2(t)$ – нестационарная плотность теплового потока на нижней поверхности, Вт/м²; α_1 – коэффициент теплоотдачи на верхней поверхности, Вт/м²·К; q_{v_0} – максимальное значение внутреннего источника тепла, Вт/м³.

Данная система введением новой зависимой переменной:

$$u(x,t) = T(x,t) - T_{c_1}(t) - \frac{q_2(t)}{2\delta\lambda} x^2, \quad (1.5)$$

приводится к более простой системе уравнений с однородными граничными условиями:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + q(x,t), \quad (1.6)$$

$$u(x,0) = F(x), \quad (1.7)$$

$$\lambda \frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = \alpha_1 u(0,t), \quad (1.8)$$

$$\lambda \frac{\partial u(\delta,t)}{\partial x} = 0, \quad (1.9)$$

где

$$q(x,t) = \frac{q_{v_0}}{c\rho} e^{-kx} - T_{c_1}'(t) - \frac{q_2'(t)}{2\delta\lambda} x^2 + \frac{q_2(t)}{\delta\lambda}$$

– новое распределение источников тепла; ' – первая производная по времени;

$$F(x) = f(x) - T_{c_1}(0) - \frac{q_2(0)}{2\delta\lambda} x^2$$

– новое начальное распределение температуры.

Новую систему с неоднородным уравнением (1.6) и неоднородным начальным условием (1.7) можно разбить на две [1]. Решение будет иметь следующий вид: $u(x,t) = u_1(x,t) + u_2(x,t)$, для каждой части которого должны выполняться следующие уравнения:

для u_1

$$\frac{\partial u_1(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u_1(x,t)}{\partial x^2} + q(x,t), \quad (1.10)$$

$$u_1(x,0) = 0, \quad (1.11)$$

и для u_2

$$\frac{\partial u_2(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u_2(x,t)}{\partial x^2}, \quad (1.12)$$

$$u_2(t) = F(x), \quad (1.13)$$

при «старых» граничных условиях (1.8), (1.9).

Для решения каждой системы нужно найти собственные значения и собственные функции однородной задачи.

Будем искать функции u_i в следующем виде:

$$u_i(x,t) = \psi_i(x)\varphi_i(t).$$

Далее находим собственные значения γ_k и собственные функции $\psi_i(x)$ однородной задачи, что приводит к двум уравнениям:

$$\varphi_i'(t) + (\sqrt{\alpha}\gamma)^2 \varphi_i(t) = 0, \quad (1.14)$$

$$\psi_i''(x) + \gamma^2 \psi_i(x) = 0. \quad (1.15)$$

Решения для $\psi_i(x)$ в общем виде выражаются следующим образом:

$$\psi_i(x) = c_1 \sin(\gamma x) + c_2 \cos(\gamma x).$$

Подставляя их в граничные условия, находим:

$$1) \quad c_1 = \frac{\alpha_1}{\lambda\gamma} c_2,$$

$$2) \quad \operatorname{ctg}(\gamma\delta) = \frac{\lambda}{\alpha_1} \gamma \quad - \text{из этого уравнения вычисля-}$$

ются собственные значения γ_k .

Собственные функции выражаются следующим образом:

$$\psi_n(x) = \cos(\gamma_n x) + \frac{\alpha_1}{\lambda\gamma_n} \sin(\gamma_n x),$$

$$\varphi_n(x) = a_n e^{-(\sqrt{\alpha}\gamma_n)^2 t},$$

где a_n – члены ряда Фурье.

Этого достаточно, чтобы найти частные решения второй задачи (для u_2):

$$u_{2n} = a_n e^{-(\sqrt{\alpha}\gamma_n)^2 t} \left[\cos(\gamma_n x) + \frac{\alpha_1}{\lambda\gamma_n} \sin(\gamma_n x) \right],$$

Далее составим ряд:

$$u_2 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-(\sqrt{\alpha}\gamma_n)^2 t} \left[\cos(\gamma_n x) + \frac{\alpha_1}{\lambda\gamma_n} \sin(\gamma_n x) \right].$$

Коэффициенты a_n можно найти из начального условия (1.13):

$$F(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left[\cos(\gamma_n x) + \frac{\alpha_1}{\lambda\gamma_n} \sin(\gamma_n x) \right].$$

Это есть разложение заданной функции в тригонометрический ряд Фурье по собственным функциям. Сами коэффициенты разложения находятся по формуле

$$a_n = \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} \int_a^b r(\xi) F(\xi) \varphi_n(\xi) d\xi,$$

где $\varphi_n(\xi)$ – собственная функция

$$\cos(\gamma_n x) + \frac{\alpha_1}{\lambda\gamma_n} \sin(\gamma_n x);$$

$r(\xi)$ – весовая функция (в данном случае равная 1).

Пределы интегрирования: $a=0$, $b=\delta$.

$$\|\varphi_n\|^2 = \int_0^{\delta} \left[\cos(\gamma_n x) + \frac{\alpha_1}{\lambda\gamma_n} \sin(\gamma_n x) \right]^2 dx =$$

$$= \frac{1}{4\gamma_n \left[2\gamma_n \delta (1+a^2) + (1-a^2) \sin(2\gamma_n \delta) - 1 \right]},$$

где $\dot{a} = \frac{\alpha_1}{\lambda\gamma_n}$.

Далее выражаем искомую функцию в следующем виде:

$$u_2(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} e^{-(\sqrt{\alpha}\gamma_n)^2 t} \left[\cos(\gamma_n x) + \frac{\alpha_1}{\lambda\gamma_n} \sin(\gamma_n x) \right] \times \\ \times \int_0^{\delta} F(\xi) \left[\cos(\gamma_n \xi) + \frac{\alpha_1}{\lambda\gamma_n} \sin(\gamma_n \xi) \right] d\xi.$$

Для поиска решения системы (1.10)–(1.11) относительно u_1 воспользуемся применимой в данном случае теоремой Стеклова VI [1].

В итоге имеем:

$$u_1(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} \left[\cos(\gamma_n x) + \frac{\alpha_1}{\lambda\gamma_n} \sin(\gamma_n x) \right] \times \\ \times \int_0^t \int_0^{\delta} e^{-(\sqrt{\alpha}\gamma_n)^2 (t-\tau)} q(\xi, \tau) \left[\cos(\gamma_n \xi) + \frac{\alpha_1}{\lambda\gamma_n} \sin(\gamma_n \xi) \right] d\xi d\tau.$$

Окончательное решение $u(x,t)$ выглядит так:

$$\begin{aligned}
 u(x, t) = & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} \left[\cos(\gamma_n x) + \frac{\alpha_1}{\lambda \gamma_n} \sin(\gamma_n x) \right] \times \\
 & \times \int_0^t \int_0^{\delta} e^{-(\sqrt{a} \gamma_n)^2 (t-\tau)} \times \\
 & \times q(\xi, \tau) \left[\cos(\gamma_n \xi) + \frac{\alpha_1}{\lambda \gamma_n} \sin(\gamma_n \xi) \right] d\xi d\tau + \\
 & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} e^{-(\sqrt{a} \gamma_n)^2 t} \left[\cos(\gamma_n x) + \frac{\alpha_1}{\lambda \gamma_n} \sin(\gamma_n x) \right] \times \\
 & \times \int_0^{\delta} F(\xi) \left[\cos(\gamma_n \xi) + \frac{\alpha_1}{\lambda \gamma_n} \sin(\gamma_n \xi) \right] d\xi. \quad (1.16)
 \end{aligned}$$

После возвращения к исходным переменным получаем итоговое решение системы (1.1)–(1.4):

$$\begin{aligned}
 T(x, t) = & T_{c_1}(t) + \frac{q_2(t)}{2\delta\lambda} x^2 + \\
 & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} \left[\cos(\gamma_n x) + \frac{\alpha_1}{\lambda \gamma_n} \sin(\gamma_n x) \right] \times \\
 & \times \int_0^t \int_0^{\delta} e^{-(\sqrt{a} \gamma_n)^2 (t-\tau)} \left\{ \frac{q_{v_0}}{c\rho} e^{-k\xi} - T_{c_1}'(\tau) - \right. \\
 & \left. - \frac{q_2'(\tau)}{2\delta\lambda} \xi^2 + \frac{q_2(\tau)}{\delta\lambda} \right\} \times \\
 & \times \left[\cos(\gamma_n \xi) + \frac{\alpha_1}{\lambda \gamma_n} \sin(\gamma_n \xi) \right] d\xi d\tau + \\
 & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} e^{-(\sqrt{a} \gamma_n)^2 t} \left[\cos(\gamma_n x) + \frac{\alpha_1}{\lambda \gamma_n} \sin(\gamma_n x) \right] \times \\
 & \times \int_0^{\delta} \left\{ f(\xi) - T_{c_1}(0) - \frac{q_2(0)}{2\delta\lambda} \xi^2 \right\} \times \\
 & \times \left[\cos(\gamma_n \xi) + \frac{\alpha_1}{\lambda \gamma_n} \sin(\gamma_n \xi) \right] d\xi. \quad (1.17)
 \end{aligned}$$

Ниже приведены расчетные графики распределения температуры по глубине слоя и в отдельных областях угольного слоя по времени, построенные по выведенным формулам. Рис. 2 демонстрирует распределение температуры по глубине слоя при значении числа Фурье, равном 0,35. При таком значении времени достаточно ограничится лишь первым членом ряда. Как видно из расчетов, наибольшая температура достигается в плоскости, несколько заглубленной в угольном массиве. Также с помощью полученного решения можно отследить временные изменения в интересующих нас сечениях (рис. 3): зону максимальной температуры, температуру в центре, на поверхности и др. На основе этих данных могут быть оценены термо-разрушающие напряжения, момент зажигания и др. параметры. Из графиков распределения темпе-

ратуры наблюдается выход к стационарному состоянию, когда тепло, отводимое от слоя, сравнивается с теплом, выделяемым источником.

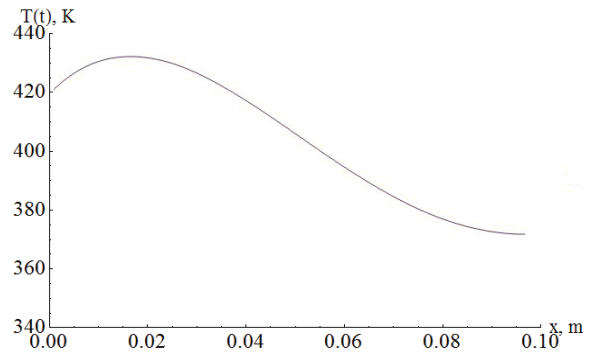


Рис. 2. Распределение температуры по глубине слоя

Fig. 2. Temperatures distribution on depth of layer

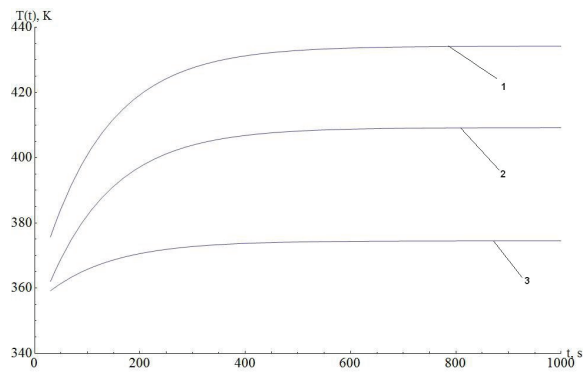


Рис. 3. Временная зависимость температуры в разных сечениях угольного слоя: 1 – максимальная температура по слою; 2 – температура в центре; 3 – температура на поверхности

Fig. 3. Time dependence of temperature in different sections of the coal layer: 1 is the maximum temperature of the layer; 2 is the temperature in the center; 3 is the surface temperature

Далее перейдем к решению второй задачи из этого класса с граничными условиями, измененными, по сравнению с первой задачей, на противоположные по поверхностям теплосброса.

Задача 2. Схема задачи приведена на рис. 4.

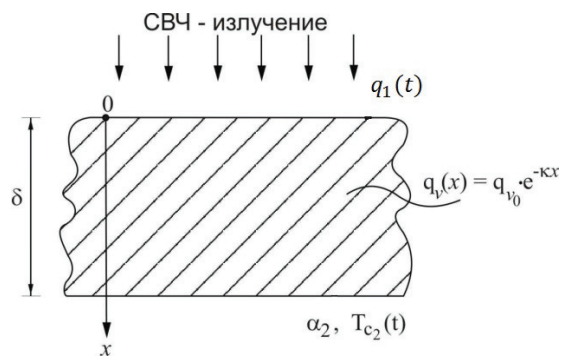


Рис. 4. Схема микроволнового нагрева угольного слоя со смешанными граничными условиями II и III рода

Fig. 4. Scheme of microwave heating of coal layer with mixed boundary conditions of II and III order

Система уравнений микроволнового нагрева угольного слоя:

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + \frac{q_{v_0}}{c\rho} e^{-kx}, \quad (2.1)$$

$$T(x,0) = f(x), \quad (2.2)$$

$$-\lambda \frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = q_1(t), \quad (2.3)$$

$$\lambda \frac{\partial T(\delta,t)}{\partial x} = \alpha_2 [T(\delta,t) - T_{c_2}(t)]. \quad (2.4)$$

Данная система упрощается введением новой подстановки:

$$u(x,t) = T(x,t) - T_{c_2}(t) - \frac{q_1(t)}{\lambda} \left(x - \frac{x^2}{2\delta} - \frac{\delta}{2} \right), \quad (2.5)$$

и приводится к системе уравнений относительно $u(x,t)$ с однородными граничными условиями

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + q(x,t), \quad (2.6)$$

$$u(x,0) = F(x), \quad (2.7)$$

$$\lambda \frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0, \quad (2.8)$$

$$\lambda \frac{\partial u(\delta,t)}{\partial x} = \alpha_2 u(\delta,t), \quad (2.9)$$

где

$$q(x,t) = \frac{q_{v_0}}{c\rho} e^{-kx} - T_{c_2}'(t) - \frac{q_1'(t)}{\lambda} \left(-x + \frac{x^2}{2\delta} + \frac{\delta}{2} \right) + \frac{q_1}{\lambda\delta}$$

– новое распределение источников тепла; ' – знак первой производной по времени;

$$F(x) = f(x) - T_{c_2}(0) - \frac{q_1(0)}{\lambda} \left(-x + \frac{x^2}{2\delta} + \frac{\delta}{2} \right)$$

– новое начальное распределение температуры.

Новую систему с неоднородным основным уравнением (2.6) и неоднородным начальным условием (2.7) можно разбить на две [1], если искать решение в виде суммы двух частных решений $u(x,t) = u_1(x,t) + u_2(x,t)$, для каждой части которого должны выполняться следующие уравнения:

для u_1

$$\frac{\partial u_1(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u_1(x,t)}{\partial x^2} + q(x,t), \quad (2.10)$$

$$u_1(x,0) = 0, \quad (2.11)$$

и для u_2

$$\frac{\partial u_2(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u_2(x,t)}{\partial x^2}, \quad (2.12)$$

$$u_2(t) = F(x), \quad (2.13)$$

при «старых» граничных условиях (2.8), (2.9).

Для решения каждой системы нужно найти собственные значения и собственные функции однородной задачи. Предположим, что искомые функции u_i можно представить в виде

$$u_i(x,t) = \psi_i(x)\varphi_i(t).$$

Далее находим собственные значения γ_n и собственные функции $\psi_n(x)$ однородной задачи, что приводит нас к двум уравнениям:

$$\varphi_i'(t) + (\sqrt{\alpha}\gamma)^2 \varphi_i(t) = 0, \quad (2.14)$$

$$\psi_i''(x) + \gamma^2 \psi_i(x) = 0. \quad (2.15)$$

Решения для $\psi_i(x)$ в общем виде выражаются следующим образом:

$$\psi_i(x) = c_1 \sin(\gamma x) + c_2 \cos(\gamma x).$$

Подставляя в граничные условия, находим:

1) $c_1 = 0$;

2) $\text{ctg}(\gamma\delta) = \frac{-\lambda}{\alpha_2} \gamma$ – из этого уравнения находятся

собственные значения γ_n .

Тогда для функций $\psi_n(x)$ и $\varphi_n(x)$ имеем следующие выражения:

$$\psi_n(x) = \cos(\gamma_n x);$$

$$\varphi_n(x) = a_n e^{-(\sqrt{\alpha}\gamma_n)^2 t},$$

где a_n – постоянная интегрирования.

Этого достаточно, чтобы найти частные решения краевой задачи для u_2 :

$$u_{2n} = a_n e^{-(\sqrt{\alpha}\gamma_n)^2 t} \cos(\gamma_n x).$$

Далее составляем ряд:

$$u_2 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-(\sqrt{\alpha}\gamma_n)^2 t} \cos(\gamma_n x).$$

Коэффициенты a_n можно найти методом ортогональности, используя начальное распределение $u_2(x,0)$:

$$F(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\gamma_n x).$$

Это есть разложение заданной функции в тригонометрический ряд Фурье по синусам.

Коэффициенты разложения находятся по формуле

$$a_n = \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} \int_a^b r(\xi) F(\xi) \varphi_n(\xi) d\xi,$$

где $\varphi_n(\xi)$ – собственная функция $\cos(\gamma_n x)$; $r(\xi)$ – весовая функция (в данном случае равна 1).

$$a = 0, b = \delta, \|\varphi_n\|^2 = \int_0^{\delta} \cos(\gamma_n x)^2 dx =$$

$$= \frac{1}{\gamma_n} \left(\frac{\delta\gamma_n}{2} + \frac{\sin(2\gamma_n\delta)}{4} \right).$$

Далее находим искомую функцию:

$$u_2(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} e^{-\sqrt{a}\gamma_n t} \cos(\gamma_n x) \int_0^{\delta} F(\xi) \cos(\gamma_n \xi) d\xi.$$

Для поиска решения системы (2.10)–(2.11) относительно u_1 воспользуемся применимой в данном случае теоремой Стеклова VI, согласно которой это решение может быть представлено в виде ряда Фурье по собственным функциям однородной задачи (4.1)–(4.2):

$$u_1(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n(t) \psi_n(x).$$

Для нахождения коэффициентов $b_n(t)$ разложим заданную функцию $q_v(x, t)$ в ряд Фурье по собственным функциям $\psi_n(x)$:

$$q_v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) \psi_n(x),$$

где

$$q_n(t) = \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} \int_0^{\delta} q_v(x, t) \psi_n(x) dx.$$

Далее подставляем выражения для $q(x, t)$ и $u_1(x, t)$ в (3.1):

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n'(t) \psi_n(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a b_n(t) \Delta \psi_n(x) + \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) \psi_n(x).$$

Затем, используя (2.15) и сравнивая коэффициенты перед $\psi_n(x)$, находим уравнение для $b_n(t)$:

$$b_n(t)' + (\sqrt{a}\gamma_n)^2 b_n(t) = q_n(t)$$

с начальным условием (2.11), из которого следует: $b_n(0) = 0$.

Решение линейного неоднородного дифференциального уравнения имеет вид:

$$b_n(t) = \int_0^t e^{-(\sqrt{a}\gamma_n)^2(t-\tau)} q_n(\tau) d\tau, \\ u_1(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} \cos(\gamma_n x) \times \\ \times \int_0^{\delta} \int_0^t e^{-(\sqrt{a}\gamma_n)^2(t-\tau)} q(\xi, \tau) \cos(\gamma_n \xi) d\tau d\xi. \quad (2.16)$$

Промежуточное решение $u(x, t)$:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} \cos(\gamma_n x) \times \\ \times \int_0^t \int_0^{\delta} e^{-(\sqrt{a}\gamma_n)^2(t-\tau)} q(\xi, \tau) \cos(\gamma_n \xi) d\tau d\xi + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} e^{-\sqrt{a}\gamma_n t} \cos(\gamma_n x) \times \\ \times \int_0^{\delta} F(\xi) \cos(\gamma_n \xi) d\xi. \quad (2.17)$$

После возвращения к «старым» переменным получим итоговое решение системы (1.1)–(1.4):

$$T(x, t) = T_{c_2}(t) + \frac{q_1(t)}{\lambda} \left(x - \frac{x^2}{2\delta} - \frac{\delta}{2}\right) + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} \cos(\gamma_n x) \times \\ \times \int_0^{\delta} \int_0^t e^{-(\sqrt{a}\gamma_n)^2(t-\tau)} \left\{ \begin{aligned} &\frac{q_{v_0} e^{-k\xi} - T_{c_2}'(\tau) -}{c\rho} \\ &-\frac{q_1'(\tau)}{\lambda} \left(-\xi + \frac{\xi^2}{2\delta} + \frac{\delta}{2}\right) - \\ &-\frac{q_1(\tau)}{\lambda\delta} \end{aligned} \right\} \times \\ \times \cos(\gamma_n \xi) d\tau d\xi + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} e^{-\sqrt{a}\gamma_n t} \times \\ \times \cos(\gamma_n x) \int_0^{\delta} \left\{ \begin{aligned} &f(\xi) - T_{c_2}(0) - \\ &-\frac{q_1(0)}{\lambda} \left(-\xi + \frac{\xi^2}{2\delta} + \frac{\delta}{2}\right) \end{aligned} \right\} \times \\ \times \cos(\gamma_n \xi) d\xi. \quad (2.18)$$

Обсуждение

В статье получены аналитически строгие зависимости для задачи СВЧ-нагрева угольного слоя со смешанными и достаточно произвольными условиями теплоотвода II и III рода, востребованными техническими приложениями. При построении указанных решений были использованы следующие основные допущения: постоянство электрофизических и теплофизических свойств угля, однородность и изотропность материала, преимущественная одномерность распространения тепловой энергии и др. Это позволило сформулировать задачу нагрева угольного массива, в которой источник тепла от поглощения микроволнового излучения подчиняется закону Бугера. Введением новой подстановки исходная система дифференциальных уравнений была значительно упрощена. Итоговое решение было найдено методом суперпозиции решений двух менее сложных подзадач.

Заключение

Выведенные аналитически строгие решения задачи по СВЧ-термообработке угольного слоя со смешанными и несимметричными граничными условиями II и III рода в общем виде допускают широкий спектр частных упрощенных решений с возможностью их детального параметрического анализа. Полученные зависимости позволяют рассчитать распределение температуры при произвольных режимных параметрах: плотность тепло-

вого потока на границе, температуру окружающей среды, начальную температуру и др. Выведенные решения для температурных полей дают возможность оценить параметры СВЧ-зажигания угольного топлива, определить терморазрушающие напряжения, управляющие воздействия автоматизированного СВЧ-нагрева, реализовать оптимальные параметры СВЧ-технологии термической обработки угольных массивов и др. По графикам можно визуальным образом оценить поведение температуры с течением времени в различных сечениях слоя.

Параметры СВЧ-нагрева, которые можно найти из полученных решений:

- Исследовав на экстремум найденные температурные функции, можно найти координату и значение максимальной температуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Угольные технологии с использованием СВЧ-излучения / Вл.В. Саломатов, С.О. Сладков, С.Э. Пащенко, Вас.В. Саломатов // Горение и плазмохимия. – 2014. – Т. 12. – № 2. – С. 77–96.
2. Диденко А.Н. СВЧ-энергетика: теория и практика. – М.: Наука, 2003. – 446 с.
3. Conversion of coal fly ash to zeolite utilizing microwave and ultrasound energies: a review / Syed Salman Bukharia, Jamshid Behina, Hossein Kazemiana, Sohrab Rohania // *Fuel*. – 15 January 2015. – V. 140. – P. 250–266.
4. Torrefaction of wheat and barley straw after microwave heating / Sangram Kishor Satpathya, Lope G. Tabilb, Venkatesh Medab, Satya Narayana Naika, Rajendra Prasada // *Fuel*. – 15 May 2014. – V. 124. – P. 269–278.
5. Faisal Mushtaq, Ramli Mata, Farid Nasir Ani. A review on microwave assisted pyrolysis of coal and biomass for fuel production // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. – November 2014. – V. 39. – P. 555–574.
6. A comparative study using direct hydrothermal and indirect fusion methods to produce zeolites from coal fly ash utilizing single-mode microwave energy / Syed Salman Bukhari, Jamshid Behin, Hossein Kazemian, Sohrab Rohani // *Journal of Materials Science*. – December 2014. – V. 49. – Iss. 24. – P. 8261–8271.
7. Саломатов В.В., Сладков С.О., Пащенко С.Э. СВЧ-технологии в угольной энергетике // *Инженерно-физический журнал*. – 2012. – № 85 (3). – С. 535–549.
8. Иваницкий В.В. О возможности применения сверхвысокочастотных методов нагрева материалов // *Известия высших учебных заведений. Проблемы полиграфии и издательского дела*. – 2000. – № 3–4. – С. 42–46.
9. Семенов А.С., Байбурун В.Б. СВЧ-энергия и ее применение. Особенности, оборотование, технологические процессы. – Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1999. – 114 с.
10. Comparison and modeling of microwave tempering and infrared assisted microwave tempering of frozen potato puree / N. Seyhun, H. Ramaswamy, G. Sumnu, S. Sahin, J. Ahmed // *Journal of Food Engineering*. – 2009. – № 92 (3). – P. 339–344.
11. Chemkhi S., Zagrouba F., Bellagi A. Modeling and simulation of drying phenomena with rheological behavior // *Brazilian Journal of Chemical Engineering*. – 2005. – № 22 (2). – P. 153–163.
12. A kinetic study of microwave and fluidized-bed drying of a Chinese lignite / Arash Tahmasebia, Jianglong Yua, Yanna Hana, Huan Zhaob, Sankar Bhattacharya // *Chemical Engineering Research and Design*. – January 2014. – V. 92. – Iss. 1. – P. 54–65.
13. The catalytic methanation of coke oven gas over Ni-Ce/Al₂O₃ catalysts prepared by microwave heating: Effect of amorphous NiO formation / Zhifeng Qin, Jun Ren, Maoqian Miao, Zhong Li, Jianying Lin, Kechang Xie // *Applied Catalysis B: Environmental*. – March 2015. – V. 164. – P. 18–30.
14. Pickles C.A., Gao F., Kelebek S. Microwave drying of a low-rank sub-bituminous coal // *Minerals Engineering*. – July 2014. – V. 62. – P. 31–42.
15. Fast deposition of porous iron oxide on activated carbon by microwave heating and arsenic (V) removal from water / Alp Yürüma, Züleyha Özlem Kocabaş-Ataklib, Meltem Sezena, Raphael Semiate, Yuda Yürüm // *Chemical Engineering Journal*. – 15 April 2014. – V. 242. – P. 321–332.
16. Рутинец Р.Г., Брыков С.К., Лохару Э.Х. Тепловые режимы при сверхвысокочастотном нагреве диэлектриков // *Инженерно-физический журнал*. – 1990. – № 59 (5). – С. 853–858.
17. Application of Carbon Nanocatalysts in Upgrading Heavy Crude Oil Assisted with Microwave Heating / Kewen Li, Binchi Hou, Lei Wang, Yi Cui // *Nano Lett*. – 2014. – № 14 (6). – P. 3002–3008. DOI: 10.1021/nl500484d.
18. Анфиногентов В.И. Математическое моделирование СВЧ-нагрева диэлектриков. – Казань: Изд-во Казанского гос. техн. ун-та, 2006. – 140 с.
19. Анфиногентов В.И., Гараев Т.К., Морозов Г.А. Об одной задаче теории СВЧ-нагрева диэлектриков // *Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева*. – 2002. – № 3 (27). – С. 21–22.
20. Хайдурова А.А., Федчишин В.В., Коновалов Н.П. Микроволновая сушка бурых углей и повышение их технологических характеристик // *Известия вузов. Проблемы энергетики*. – 2010. – № 1–2. – С. 31–35.
21. Хайдурова А.А., Коновалов Н.П., Федчишин В.В. Воздействие микроволновой энергии на бурый уголь для улучшения его технологических характеристик // *Теплофизические основы энергетических технологий*. – Томск: Изд-во ТПУ, 2009. – С. 109–113.
22. Угольный слой при микроволновом нагреве: аналитическое исследование при смешанных граничных условиях I и II рода / В.В. Саломатов, В.А. Карелин, А.С. Заворин, Вас.В. Саломатов, С.Э. Пащенко // *Известия Томского политехнического университета*. – 2015. – Т. 326. – № 11. – С.135–140. URL: http://www.lib.tpu.ru/fulltext/v/Bulletin_TPU/2015/v326/i11/14.pdf (дата обращения: 23.11.2015).

Поступила 10.03.2016 г.

Информация об авторах

Саломатов В.В., доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник Института теплофизики СО РАН.

Карелин В.А., магистрант Новосибирского национального исследовательского государственного университета.

Заворин А.С., доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой парогенераторостроения и парогенераторных установок Национального исследовательского Томского политехнического университета.

Саломатов В.В., кандидат физико-математических наук, ведущий программист Института теплофизики СО РАН.

Пащенко С.Э., кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Новосибирского национального исследовательского государственного университета.

UDC 536.24

HEAT TREATMENT OF THE COAL LAYER BY MICROWAVE ENERGY: AN ANALYTICAL STUDY IN CONDITIONS OF HEAT REMOVAL OF II AND III ORDER

Vladimir V. Salomatov¹,

vvs@itp.nsc.ru

Vadim A. Karelin²,

vad2hen@mail.ru

Alexander S. Zavorin³,

zavorin@tpu.ru

Vasiliy V. Salomatov¹

vvsalomatov@mail.ru

Sergey E. Pashchenko²,

pashenko-ecolog@yandex.ru

¹ Institute of Thermal Physics SB RAS,
1, Academician Lavrentiev Avenue, Novosibirsk, 630090, Russia.

² National Research Novosibirsk State University,
2, Pirogov street, Novosibirsk, 630090, Russia.

³ National Research Tomsk Polytechnic University,
30, Lenin Avenue, Tomsk, 634050, Russia.

Relevance of the research is related to the necessity of scientific study of microwave exposure technology parameters for coal, especially when drying, at thermal treatment, burning intensification and others. Experiments show that use of microwave radiation help reduce harmful emissions from coal burning, increase energy efficiency, reduce process time, etc. For optimal conditions of microwave treatment it is very popular to search for theoretical approaches, in particular, the engineering practice requires analytical solutions for heat treatment of coal array, which was done in the study.

The aim of the research is to develop strict analytic solutions of the problems of coal layer heating by microwave radiation under the heat removal of the II and III order, which allow carrying out the parametric analysis of microwave exposure and searching for the most advantageous modes of heating coal layer.

Methods. The tasks of coal bed heating by microwave radiation with boundary conditions of the II and III order were set with a number of simplifications, such as persistence of thermal and electrical properties of the material, they are isotropy, one-dimensionality. This physical process itself is plane electromagnetic wave energy absorption and formation of heat sources in coal array, modeled on the Bouguer law. The energy equation in the form of Fourier in this case is considered independently of the Maxwell equations of electrodynamics. A new dependent variable was determined. It modifies the boundary conditions into homogeneous, and simplifies the search of solutions. As a result, the basic system of equations is divided into two subsystems, and the final solution was found making a superposition of these two sub-tasks.

Results. The authors have found analytically strong dependences of temperature distribution over the cross section and time for carbon bed heated by microwave radiation, under heat removal of II and III order of boundary surfaces. These solutions are the basis for optimum parameters of microwave heating technology, a tool to reduce the spread of temperature field on the desired temperature distribution within the layer. They help determine quickly: maximum temperature inside a coal array, coordinates of its location, thermo-destructive voltage, limits of discharged heat fluxes and other.

Key words:

The Fourier heat equation, coal, microwave energy, the Bouguer law, mixed boundary conditions, thermal regime, heat removal.

REFERENCES

1. Salomatov V.I., Sladkov S.O., Pashchenko S.E., Salomatov V.V. Microwave technologies in coal power engineering. *Gorenje i plazmokhimiya*, 2014, vol.12, no. 2, pp. 77–96. In Rus.
2. Didenko A.N. *SVCh-energetika: teoriya i praktika* [SHF-energetics: theory and practice]. Moscow, Nauka Publ., 2003. 446 p.
3. Syed Salman Bukharia, Jamshid Behina, Hossein Kazemiana, Sohrab Rohania. Conversion of coal fly ash to zeolite utilizing microwave and ultrasound energies: A review. *Fuel*, 15 January 2015, vol. 140, pp. 250–266.
4. Sangram Kishor Satpathya, Lope G. Tabilb, Venkatesh Medab, Satya Narayana Naika, Rajendra Prasada. Torrefaction of wheat and barley straw after microwave heating. *Fuel*, 15 May 2014, vol. 124, pp. 269–278.
5. Faisal Mushtaq, Ramli Mata, Farid Nasir Ani. A review on microwave assisted pyrolysis of coal and biomass for fuel production. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, November 2014, vol. 39, pp. 555–574.
6. Syed Salman Bukhari, Jamshid Behin, Hossein Kazemian, Sohrab Rohani. A comparative study using direct hydrothermal and indirect fusion methods to produce zeolites from coal fly ash utilizing

- single-mode microwave energy. *Journal of Materials Science*, December 2014, vol. 49, Iss. 24, pp. 8261–8271.
7. Salomatov V.I., Sladkov S.O., Pashchenko S.E. Microwave technology in coal energy. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2012, no. 85 (3), pp. 535–549. In Rus.
 8. Ivanitskiy V.V. O vozmozhnosti primeneniya sverkhvysokochastotnykh metodov nagreva materialov [Possibility of using of microwave heating methods of materials]. *Proceedings of the institutions of higher education. Issues of the graphic arts and publishing*, 2000, no. 3–4, pp. 42–46.
 9. Semenov A.S., Bayburin V.B. *SVCh-energiya i ee primeneniye. Osobennosti, oborudovanie, tekhnologicheskie protsessy* [Microwave energy and its application. Features, equipment, technological processes]. Saratov, Publ. House of Saratov University, 1999. 114 p.
 10. Seyhun N., Ramaswamy H., Sumnu G., Sahin S., Ahmed J. Comparison and modeling of microwave tempering and infrared assisted microwave tempering of frozen potato puree. *Journal of Food Engineering*, 2009, no. 92 (3), pp. 339–344.
 11. Chemkhi S., Zagrouba F., Bellagi A. Modeling and simulation of drying phenomena with rheological behavior. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 2005, no. 22 (2), pp. 153–163.
 12. Arash Tahmasebia, Jianglong Yua, Yanna Hana, Huan Zhaob, Sankar Bhattacharya. A kinetic study of microwave and fluidized-bed drying of a Chinese lignite. *Chemical Engineering Research and Design*, January 2014, vol. 92, Iss. 1, pp. 54–65.
 13. Zhifeng Qin, Jun Ren, Maoqian Miao, Zhong Li, Jianying Lin, Kechang Xie. The catalytic methanation of coke oven gas over Ni-Ce/Al₂O₃ catalysts prepared by microwave heating: Effect of amorphous NiO formation. *Applied Catalysis B: Environmental*, March 2015, vol. 164, pp. 18–30.
 14. Pickles C.A., Gao F., Kelebek S. Microwave drying of a low-rank sub-bituminous coal. *Minerals Engineering*, July 2014, vol. 62, pp. 31–42.
 15. Alp Yürüma, Züleyha Özlem Kocabaş-Ataklıb, Meltem Sezena, Raphael Semiatac, Yuda Yürüm. Fast deposition of porous iron oxide on activated carbon by microwave heating and arsenic (V) removal from water. *Chemical Engineering Journal*, 15 April 2014, vol. 242, pp. 321–332.
 16. Ruginets R.G., Brykov S.K., Lokharu E.Kh. Teplovye rezhimy pri sverkhvysokochastotnom nagreve dielektrikov [Thermal regimes at microwave heating of dielectrics]. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 1990, no. 59 (5), pp. 853–858.
 17. Kewen Li, Binchi Hou, Lei Wang, and Yi Cui. Application of Carbon Nanocatalysts in Upgrading Heavy Crude Oil Assisted with Microwave Heating. *Nano Lett.*, 2014, no. 14 (6), pp. 3002–3008. DOI: 10.1021/nl500484d.
 18. Anfinogentov V.I. *Matematicheskoe modelirovanie SVCh nagreva dielektrikov* [Mathematical modeling of microwave heating of dielectrics]. Kazan, Kazan State University Publ. House, 2006. 140 p.
 19. Anfinogentov V.I., Garaev T.K., Morozov G.A. Ob odnoy zadache teorii SVCh nagreva dielektrikov [A problem in the theory of microwave dielectric heating]. *Vestnik KGTU im. A.N. Tupoleva*, 2002, no. 3 (27), pp. 21–22.
 20. Khaydurova A.A., Fedchishin V.V., Konovalov N.P. Microwave drying of brown coal and increasing its technological characteristics. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Problemy energetiki*, 2010, no. 1–2, pp. 31–35. In Rus.
 21. Khaydurova A.A., Fedchishin V.V., Konovalov N.P. Vozdeystvie mikrovolnovoy energii na bury ugol dlya uluchsheniya ego tekhnologicheskikh kharakteristik [Effects of microwave energy on brown coal to improve its processing characteristics]. *Teplofizicheskie osnovy energeticheskikh tekhnologiy* [Thermophysical basics of energy technologies]. Tomsk, TPU Publ. house, 2009. pp. 109–113.
 22. Salomatov V.I., Karelin V.A., Zavorin A.S., Salomatov V.S., Pashchenko S.E. Coal layer under microwave heating: analytical study under mixed boundary conditions I and II of the genus. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo assets Engineering*, 2015, vol. 326, no. 11, pp. 135–140. In Rus. Available at: http://www.lib.tpu.ru/fulltext/v/Bulletin_TPU/2015/v326/i11/14.pdf (accessed 23 November 2015).

Received: 10 March 2016.

Information about the authors

Vladimir V. Salomatov, Dr. Sc., professor, chief research worker, Institute of Thermal Physics SB RAS.

Vadim A. Karelin, graduate student, National Research Novosibirsk State University.

Alexander S. Zavorin, Dr. Sc., professor, head of the department, National Research Tomsk Polytechnic University.

Vasiliy V. Salomatov, Cand. Sc., programming supervisor, Institute of Thermal Physics SB RAS.

Sergey E. Pashchenko, Cand. Sc., senior research worker, National Research Novosibirsk State University.