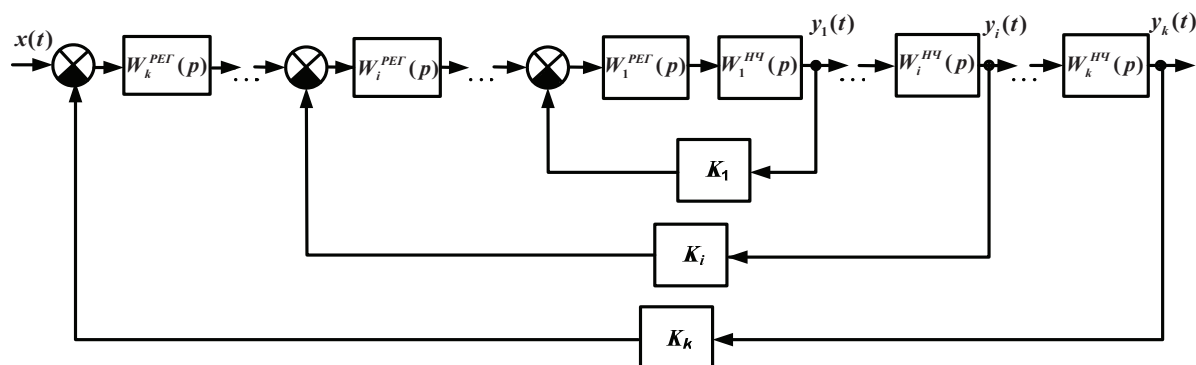


Томский политехнический университет
E-mail: alekseyev@sibmail.com; zamsv@tpu.ru

Controller design, multi-loop control systems, control systems, real valued Laplace transform.

В настоящей работе ставится задача начальной настройки регуляторов в каждом контуре с целью обеспечения желаемых параметров переходного процесса во внешнем контуре управления. На-



21

стройка должна осуществляться в автоматическом режиме.

Решение данной задачи предлагается искать в три этапа.

На *первом* этапе определяется математическое описание ПФ $W_i^{Hq}(p)$.

Второй этап включает в себя формирование эталонных ПФ $W_i^{\text{э}}(p)$, определяющих качество переходных процессов в i -м контуре управления.

Заключительный этап состоит в настройке коэффициентов регуляторов $W_i^{PEF}(p)$.

2. Идентификация объекта управления

Для решения поставленной задачи предлагается использовать вещественный интерполяционный метод [8]. Метод позволяет формировать численные модели динамических объектов и совершать над ними необходимые для решения задачи действия. Приведем краткое обоснование выбора метода и его особенности.

Основой метода является преобразование Лапласа. Формула прямого перехода имеет вид

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt, \quad p = \delta + j\omega \quad (1)$$

и ставит в соответствие функции-оригиналу $f(t)$ изображение $F(p)$. Можно выделить два частных случая: $p=j\omega$, когда $\delta=0$, и $p=\delta$, когда $\omega=0$.

В первом случае получаются частотные модели $F(j\omega)$, они имеют ясный практический смысл и хорошо разработанный математический аппарат. К сожалению, модели вида $F(j\omega)$ не всегда удобны с позиций выполнения численных операций из-за наличия мнимой переменной $j\omega$.

Во втором случае указанный недостаток отсутствует, т. к. формула (1) заменяется соотношением

$$F(\delta) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-\delta t} dt, \quad \delta \in [C, \infty], \quad C \geq 0, \quad (2)$$

в котором изображение $F(\delta)$ имеет вещественный аргумент δ .

Для решения задачи идентификации в системе размыкаются обратные связи, при этом датчики исключаются из контуров управления, а параметры регуляторов устанавливаются в начальное состояние $W_i^{PEF}(p)=1$, $i=\overline{1,k}$. Далее на систему подается пробный сигнал $x(t)$ в форме трапеции и фиксируются сигналы реакции $y_i(t)$. По полученным данным на основании (2) строятся вещественные ПФ

$$W_{y_i x}(\delta) = \frac{\int_0^T y_i(t) \cdot \exp(-\delta t) dt}{\int_0^T x(t) \cdot \exp(-\delta t) dt}, \quad (3)$$

где T – время наблюдения сигналов $y_i(t)$. Время T должно быть не меньше времени переходного про-

цесса в рассматриваемом контуре. На практике функции $y_i(t)$ и $x(t)$ задаются таблично. В этом случае для вычислений по формуле (3) привлекают численные методы интегрирования.

Введем в рассмотрение ПФ объекта управления:

$$W_0(\delta) = W_{y_n x}(\delta). \quad (4)$$

Для ПФ объекта управления можно записать выражение:

$$W_0(\delta) = \prod_{i=1}^k W_i^{Hq}(\delta). \quad (5)$$

Из сравнения выражений (4) и (5) можно получить зависимость, связывающую ПФ $W_i^{Hq}(\delta)$ и ПФ $W_{y_i x}(\delta)$

$$W_1^{Hq}(\delta) = W_{y_1 x}(\delta),$$

$$W_i^{Hq} = \frac{W_{y_i x}(\delta)}{W_{y_{i-1} x}(\delta)}, \quad i = 2, k. \quad (6)$$

В последнем выражении коэффициенты обратных связей также не учитываются. На основании формул (6) вычисляются вещественные ПФ неизменяемой части каждого управляемого контура.

Последующее решение задачи идентификации сводится к поиску $W_i^{Hq}(\delta)$ в форме дробно-рациональной функции (далее в рамках данного раздела будем упускать индекс i)

$$W^{Hq}(\delta) = \frac{b_m \delta^m + b_{m-1} \delta^{m-1} + \dots + b_1 \delta + b_0}{a_n \delta^n + a_{n-1} \delta^{n-1} + \dots + a_1 \delta + 1}, \quad n \geq m. \quad (7)$$

Вопрос о структуре ПФ, т. е. о порядке полиномов числителя m и знаменателя n , будем решать методом, предложенным в работе [9]. Рассмотрим предельное соотношение

$$\lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{W^{Hq}(\delta)}{W^{Hq}(g \cdot \delta)} = g^{n-m}, \quad (8)$$

где $g > 1$ – вещественное число. Из полученного соотношения (8) находится оценка конструктивных параметров

$$\gamma = n - m = \frac{\ln(g^{n-m})}{\ln(g)}. \quad (9)$$

Полученное по выражению (9) вещественное число округляем в большую сторону. Далее методом, предложенным в [10], с учетом параметра γ , задается порядок числителя и знаменателя ПФ.

После определения порядка числителя и знаменателя ПФ, необходимо найти коэффициенты a_r , $r=\overline{1,n}$ и b_s , $s=\overline{1,m}$. Для этого выражение (7) следует представить в виде системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов при разных значениях узлов интерполирования δ_j , $j=\overline{1,v}$, $v=m+n+1$. Распределение узлов назначается по равномерной сетке $\delta_j = j \cdot \delta_1$. При этом величина δ_1 определяется параметрами переходного процесса:

$$\delta_1 = \frac{-\ln(\Delta / y(T))}{T},$$

где $y(T)$ – установившееся значение выходного сигнала, $\Delta=(0,01\dots 0,05)\cdot y(T)$, T – время установления. Таким образом, получим систему линейных алгебраических уравнений следующего вида

$$\left\{ \begin{aligned} &b_m \delta_1^m + b_{m-1} \delta_1^{m-1} + \dots + b_1 \delta_1 + b_0 - a_n \delta_1^n W^{Hq}(\delta_1) - \\ &\quad - \dots - a_1 \delta_1 W^{Hq}(\delta_1) = W^{Hq}(\delta_1), \\ &b_m \delta_2^m + b_{m-1} \delta_2^{m-1} + \dots + b_1 \delta_2 + b_0 - a_n \delta_2^n W^{Hq}(\delta_2) - \\ &\quad - \dots - a_1 \delta_2 W^{Hq}(\delta_2) = W^{Hq}(\delta_2), \\ &..... \\ &b_m \delta_v^m + b_{m-1} \delta_v^{m-1} + \dots + b_1 \delta_v + b_0 - a_n \delta_v^n W^{Hq}(\delta_v) - \\ &\quad - \dots - a_1 \delta_v W^{Hq}(\delta_v) = W^{Hq}(\delta_v). \end{aligned} \right. \quad (10)$$

Решая систему (10) относительно искоемых параметров, найдем вещественную ПФ объекта. Получение ПФ в виде изображения Лапласа осуществляется путем прямой замены в выражении $W^{пл}(\delta)$ переменной δ на переменную преобразования Лапласа p .

3. Формирование эталонных передаточных функций

Сложность формирования эталонных ПФ $W_i^*(p)$ заключается в том, что жесткие требования к качеству переходных процессов в многоконтурной системе предъявляются только к главному (внешнему) контуру управления. К поведению вспомогательных (внутренних) контуров управления таковых требований не предъявляется. Как отмечено в [3], от вложенных контуров не следует требовать чрезмерно высоких динамических показателей, в частности быстродействия, поскольку это может привести к непереносимому поведению синтезированной системы. Частично формализовать решение задачи можно, исходя из данных о ПФ $W_i^{ny}(\delta)$, а именно, руководствуясь величиной постоянной времени ПФ неизменяемой части. В качестве такой постоянной времени T_i приближенно, отбрасывая члены выше второго порядка, можно принять коэффициент a_i , входящий в ПФ $W_i^{ny}(\delta)$. Тогда в рассмотрение можно ввести простое выражение, определяющее зависимость между временем установления в i -м контуре $t_i^{уст}$ и максимальной постоянной времени T_i :

$$t_i^{ycm} = 3 \cdot d \cdot T_i. \quad (11)$$

где $d=0,5...10$ – настроечный параметр, используемый для варьирования времени установления при организации итерационной процедуры настройки параметров регулятора. Суть настройки сводится к перебору различных значений $t_{i\text{тн}}^{*cm}$ с целью обеспечения максимального быстродействия контура.

Таким образом, выражение (11) позволяет оценить потенциальное быстроедействие синтезируемых контуров. В качестве дополнительного настроечного параметра можно использовать величину допустимого перерегулирования σ . На основании

времени установления и перерегулирования по методу Орурка–Коновалова [11] синтезируются эталонные ПФ каждого контура

$$W_i^{\mathfrak{A}}(p) = \frac{0,5\alpha_1 p + 1}{\alpha_0 p^2 + \alpha_1 p + 1} H, \quad (12)$$

где H – установившееся значение переходной функции; α_1, α_2 – коэффициенты, определяемые выражениями

$$\alpha_0 = \frac{[\ln(D/H-1)]^2}{\frac{9}{(t^{ycm})^2} \{[\ln(D/H-1)]^2 + \pi^2\}} H, \quad \alpha_1 = \frac{6 \cdot \alpha_0}{t^{ycm}},$$

где D – величина максимального отклонения от установившегося значения переходной характеристики (т. е. перерегулирование, выраженное в абсолютных единицах).

4. Синтез регуляторов многоконтурной системы управления

Заключительным этапом настройки многоконтурной системы регулирования является синтез регуляторов. Процедура синтеза регуляторов в каждом контуре представляет собой выполнение одной и той же последовательности действий. Настройка регуляторов производится последовательно — от внутреннего контура к внешнему. Задачи синтеза базируется на решении уравнения (в рамках данного раздела будем упускать индекс i)

$$W^{\mathcal{EP}}(p) \cong W^{PER}(p) \cdot W^{HQ}(p), \quad (13)$$

где $W^{zp}(p)$ – ПФ, определяющая эталонные свойства системы в разомкнутом контуре:

$$W^{\mathfrak{P}}(p) = \frac{W^{\mathfrak{J}}(p)}{1 - K \cdot W^{\mathfrak{P}}(p)}. \quad (14)$$

Для перехода к уравнению (13) в (14) необходимо задать значение коэффициента обратной связи K . Согласно рекомендации, приведенной в работе [11], и с учетом вида выражения (12) примем $K=1/H$. Тогда решение уравнения (13) сводится к определению структуры и параметров ПФ $W^{PEI}(p)$. При решении практических задач структура ПФ регулятора, как правило, известна. Тогда решается задача параметрической настройки. Из уравнения (13) определяется ПФ для регулятора

$$W^{PER}(p) = \frac{W^{\mathcal{EP}}(p)}{W^{HQ}(p)}. \quad (15)$$

С другой стороны, ПФ регулятора можно записать в виде дробно-рационального выражения

$$W^{PE^*}(p) = \frac{c_w p^w + c_{w-1} p^{w-1} + \dots + c_1 p + c_0}{d_q p^q + d_{q-1} p^{q-1} + \dots + d_1 p + 1}, \quad q \geq w. \quad (16)$$

Приравнивая правые части (15) и (16), получаем окончательное уравнение синтеза

$$\frac{W^{\mathcal{P}}(p)}{W^{\mathcal{H}\mathcal{Q}}(p)} = \frac{c_w p^w + c_{w-1} p^{w-1} + \dots + c_1 p + c_0}{d_s p^q + d_{s-1} p^{q-1} + \dots + d_1 p + 1}. \quad (17)$$

Заменяя в (17) переменную преобразования Лапласа p на переменную δ , переходим к вещественной ПФ регулятора. Придавая различные значения аргументу $\delta = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_v\}$, где $v = w + q + 1$ получим v линейных алгебраических уравнений, содержащих v неизвестных параметров. Узлы δ расположим на равномерной сетке, т. е. $\delta_j, j=1, v$, при этом первый узел, согласно рекомендации [12], будет определяться как

$$\delta_1 = 3,5 / t^{ycm}.$$

Решением задачи синтеза будет являться решение полученной системы уравнений вида (10).

На основе полученных результатов в пакете MATLAB была разработана программа синтеза регуляторов многоконтурной системы управления. Программа состоит из модулей: «Идентификация», «Формирование эталона и синтез регулятора», «Формирование ПФ регулятора». В программе реализована итерационная настройка регулятора в i -м контуре управления на требуемое качество переходных процессов. Настройка контуров управления осуществляется с помощью регуляторов со стандартными структурами: П-, ПИ- и ПИД-типа.

5. Численный пример

Рассмотрим синтез двухконтурной исполнительной системы, построенной на базе двигателя постоянного тока. Операторно-структурная схема объекта приведена на рис. 2.

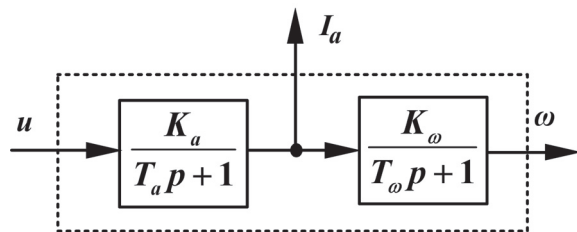


Рис. 2. Структурная схема объекта управления

Параметры системы, приведенной на рис. 2: $K_a = 0,4$ См – проводимость якорной цепи двигателя; $T_a = 4,22 \cdot 10^{-3}$ с – постоянная времени якорной цепи; $K_\omega = 1,16$ рад/(А·с) и $T_\omega = 1,32 \cdot 10^{-3}$ с – коэффициент передачи и постоянная времени механической части двигателя, соответственно, I_a – ток и ω – угловая скорость; u – напряжение.

Для идентификации на объект подан тестовый сигнал $x(t) = u(t)$, получены выходные сигналы $y_1(t) = I_a(t)$ и $y_2(t) = \omega(t)$, рис. 3.

Из рис. 3 следует, что время наблюдения для сигналов $y_1(t)$ и $y_2(t)$ должно составлять $T = 0,055$ с.

Согласно выражению (8) получим оценки $\gamma_0 = 2$, $\gamma_1^{Hq} = 1$, $\gamma_2^{Hq} = 1$ и определим структуры вещественных ПФ $W_0(\delta)$, $W_1^{Hq}(\delta)$, $W_2^{Hq}(\delta)$. Таким образом, в качестве структурных параметров моделей для ПФ:

- $W_0(\delta)$ принимаем $n_0 = 2$, $m_0 = 0$;
- $W_1^{Hq}(\delta)$ принимаем $n_1^{Hq} = 1$, $m_1^{Hq} = 0$;
- $W_2^{Hq}(\delta)$ принимаем $n_2^{Hq} = 1$, $m_2^{Hq} = 0$.

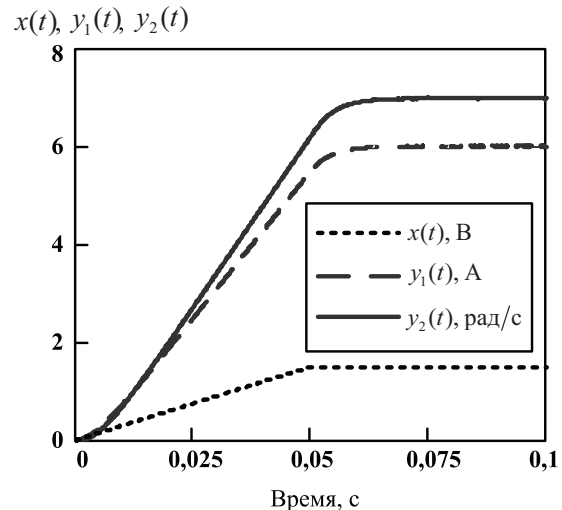


Рис. 3. Графики входного $x(t)$ и выходных сигналов $y_1(t)$ и $y_2(t)$

Все расчеты, связанные с идентификацией проводились для узла $\delta_1 = 63,64$ с $^{-1}$.

Для идентификации ПФ объекта $W_0(\delta)$ в соответствии с (2) и (3) составляем систему уравнений (10), в результате решения которой находится искомая ПФ

$$W_0(p) = \frac{0,46}{5,59 \cdot 10^{-6} p^2 + 5 \cdot 10^{-3} p + 1}.$$

Декомпозиция ПФ $W_0(\delta)$ на ПФ $W_1^{Hq}(\delta)$ и $W_2^{Hq}(\delta)$ осуществляется в соответствии с выражением (5) и на основании решения системы уравнений (10) для каждой ПФ в отдельности. Результат декомпозиции ПФ:

$$W_1^{Hq}(p) = \frac{0,38}{3,82 \cdot 10^{-3} p + 1}, W_2^{Hq}(p) = \frac{1,16}{1,34 \cdot 10^{-3} p + 1}.$$

В соответствии с (11) определяется быстродействие каждого контура и формируются требования к регуляторам. Требования, предъявляемые к контуру тока: $t_1^{ycm} \leq 0,013$ с, $H_1 = 3$ А, $\sigma_1 \leq 15$ %. Требования, предъявляемые к контуру скорости: $t_2^{ycm} \leq 0,015$ с, $H_2 = 6$ рад/с, $\sigma_2 \leq 7$ %.

В результате синтеза получены настройки регулятора первого и второго контуров:

$$W_1^{PEG}(p) = \frac{0,72p + 548}{p},$$

$$W_2^{PEG}(p) = \frac{1,67 \cdot 10^{-3} p^2 + 0,87p + 498}{1,21 \cdot 10^{-4} p^2 + p}.$$

Коэффициенты обратных связей принимают значения в контуре тока – $K_1 = 0,333$ Ом и скорости – $K_2 = 0,167$ В·с/рад.

Переходные функции для контура тока $h_1(t)$ и скорости $h_2(t)$ представлены на рис. 4.

Из анализа графиков (рис. 4) определяем параметры переходных процессов контуров:

- тока – $t_1^{ycm} = 0,012$ с, $\sigma_1 = 12,9$ %;
- скорости – $t_2^{ycm} = 0,014$ с, $\sigma_2 = 4,3$ %.

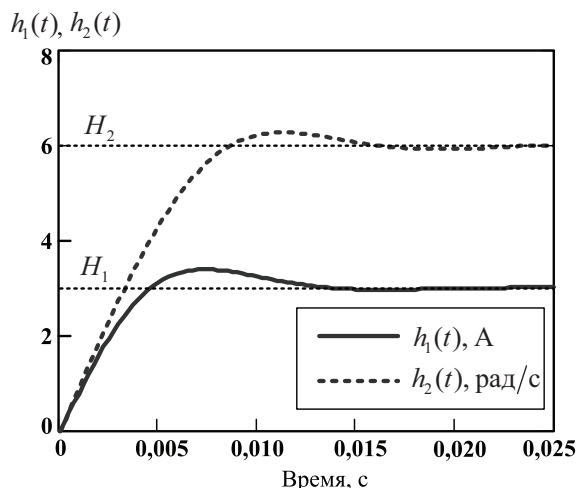


Рис. 4. Переходные функции контуров тока и угловой скорости

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Liptak B.G. Instrument Engineers' Handbook: Process control and optimization. — Boca Raton, FL: CRC Pres, 2006. — 2304 p.
2. Башарин А.В., Новиков В.А., Соколовский Г.Г. Управление электроприводами. — Л.: Энергоатомиздат, 1982. — 392 с.
3. Ковчин С.А., Сабинин Ю.А. Теория электропривода. — СПб.: Энергоатомиздат, 1994. — 496 с.
4. Хорьков К.А. Электромеханические системы. Элементы канала управления. — Томск: Изд-во ТГУ, 2001. — 396 с.
5. Hsu L. Lyapunov/passivity-based adaptive control of relative degree two MIMO systems with an application to visual servoing // IEEE Trans. Autom. Contr. — 2007. — V. 52. — № 2. — P. 364–371.
6. Ganchev I. Auto-tuning of cascade systems with auxiliary corrector // Proc. of the 18th Intern. Conf. on SAER. — Varna, 2004. — Sofia, 2004. — P. 46–50.
7. Petrkov N. A new approach for adaptive tuning of PI controllers. Application in cascade systems // Inf. Technol. and Contr. — 2008. — V. 6. — № 1. — P. 19–26.
8. Гончаров В.И. Вещественный интерполяционный метод синтеза систем автоматического управления. — Томск: Изд-во ТПУ, 1995. — 105 с.
9. Шалаев Ю.Н. Моделирование нестационарных динамических систем методом изображающих векторов // Известия Томского политехнического университета. — 2006. — Т. 309. — № 7. — С. 44–47.
10. Антропов А.Т., Удод А.С. Идентификация объектов с помощью вещественного интерполяционного метода // Проектирование инженерных и научных приложений в MATLAB: Матер. всерос. II науч. конф. — г. Москва, 25–26 мая 2004. — М., 2004. — С. 784–796.
11. Воронов А.А., Огурек И.А. Анализ и оптимальные синтез на ЭВМ систем управления. — М.: Наука, 1984. — 320 с.
12. Гончаров В.И., Петерс Д.П., Вадутова Ф.А. Проектирование исполнительных систем роботов. — Томск: Изд-во ТПИ, 1989. — 96 с.

Как показывают результаты численного примера, синтезированные регуляторы обеспечивают заданное качество процессов в многоконтурной системе.

Выводы

1. Вещественный интерполяционный метод может выступать в качестве математической основы алгоритмов параметрической автонастройки регуляторов многоконтурных систем.
2. Варьирование желаемого времени установления позволяет обеспечить максимальное быстроедействие синтезируемого контура.
3. Согласование динамики синтезируемого контура и его неизменяемой части упрощает формирование эталонной модели системы.

Поступила 31.03.2010 г.